

c II 7











sum h[uius] laboris tantam utilitatem  
persensere mani, desiderare externos ut ad  
se quoque h[uius] tuarum vigiliarum fructus  
perveniant; quorum iustissimis desideriis mo-  
rem gerentes operam dedimus ego quidem, ut  
liber quam fieri posset accuratissimus, Bouf-  
quetus autem ut quam nitidissimus prodiret,  
ut uterque sperare possimus, neque TIBI,  
neque Publico hanc nostram sedulitatem displi-  
cituram. Vale itaque VIR CELEBERRI-  
ME, fave huic opella; TUISQUE præclaris  
laboribus, ad pristinas amœnas sedes gloriose  
postliminio redux, Scientias illustrare perge.

Dabam Bernæ die 22. April.  
Anno MDCCXLII



PRÆFA





# PRÆFATIO

## AUTORIS.



MATHESESIN ego, propter duas rationes, & diligere, & commendare soleo: primum ob mirificam qua in demonstrando utitur methodum: deinde propter optimas doctrinas, quæ ad solidiorem cognitionem naturæ, artiumque, & in omni vita humana, præsentissimum usum habent. Propter methodum, omnibus litterarum Studiosis, Matheseos studium maxime commendandum arbitror. Cum *Philippo Melanchtone* enim, omnino sic sentio, neminem qui Mathesin diligenter non didicit, posse ulla de re solide, accurateque disserere. Hinc mire placent Græci Philosophi, prohibentes a studiis, qui Arithmeticam, atque



atque Geometriam non didicissent. Qui enim solidam rerum cognitionem desiderat, is habitu pollere debet, distincte percipiendi, accurateque examinandi, verane an falsa sint, quæ legendò vel audiendo accepit. Immo & illos, à quibus profundior veritatum religionis Christianæ cognitio requiritur, *Fide* ut aiunt *carbonaria* ad Auditores accedere, turpe est; veraque, eam tantum ob rationem, nonnulla existimare, quod ita à Doctore, *Magno Viro*, accepissent. Quod quam insulsum sit quis non videt? Non enim sufficit veritatem ab illo doceri, sed ipsi quoque suo iudicio vera perhiberi perspicere debent, certique esse, traditam Scripturæ interpretationem rectam esse, atque Dogmata inde deducta legitimis ratiociniis consequi. Cum enim ipse PAULUS ferre nolit, ut Fideles sint *mente pueruli* (1), id est, tanquam pueruli, absque prævio examine recipiant, quidquid is, cui plurimum tribuunt præcinerit, rursusque ex memoria proferant, quod in intellectum nunquam pervenit; sic quoque nemo PAULUM imitans Doctor, postulare ab Auditoribus debet, ut ceu vagientes

(1) 1. Cor. XIV. 24. *Conf.* HAMMONDI Paraphrasis.



tes infantuli , pro sua libidine se fasciari jactarique patiantur.

Tales pueruli fluctuationi agitationique, cujusvis venti Doctrinæ permittere se debent ( 2 ) ; cum hanc coecam fidem , verus Doctor nulla ratione flagitare possit , qua idem falsus non possit , utpote qui non minus se veritatem tenere putat ac is , qui fortasse coeca fortuna , non ratione duce , illam consecutus est. Omnis habitus acquiritur exercitio , non autem regularum observandarum nudo studio. Quamobrem tametsi in Logica , regulæ omnes , ad distincte concipiendum , atque solide demonstrandum , accurate doceantur ; nunquam tamen hæc disciplina , cuiquam habitum conferre poterit , prompte iisdem utendi. Eadem hic Logicæ quæ Legis ratio est ; monstrat quidem Lex , quid bonum , quid malum sit ; unde cognitio peccati oritur : sed minime facultatem largitur vitam honestam vivendi. At Mathesis rite tractata perpetuum , notionum distinctarum , & accuratarum demonstrationum , exercitium offert , & ita sensim ad habitum perducit , regulas Logicæ , absque lapsu , ad praxin transferendi.

( 2 ) Ephes. I V. 14.



Has ob rationes Matheseos studium, Logicae studium præcedere debet, si iustum ordinem tenere, & temporis jacturam effugere volueris. Me autem non monente apparet, hanc utilitatem à Matheseos studio frustra expectari, ni methodus veterum Geometrarum quam accuratissime observetur: non enim ipsæ veritates mathematicæ, nude per se, sed via ratioque tractandi, intellectum acuit, atque à tenebrosis notionibus ad lucidas perducit: qui summus Matheseos fructus amittitur, simul ac methodo vulgari, Mathematicæ doctrinæ traduntur, qua efficitur, ut memoria magis quam intellectu capiantur. Et hæc est ratio, cur mea Matheseos Elementa publicaverim, ibique quantum fieri potuit, Methodum veterum Geometrarum, iis quoque in locis observarim, quæ perfecta mathematica certitudine pertractare nimis longum fuisset. Immo cum veritatem perspicere incipientibus, idem quod ex obscuro loco in apricum prodeuntibus, usu venire soleat, ut oculi nimio splendore præstringantur, eumque ferre nequeant; in Elementis meis Germanica lingua conscriptis, summum rigorem, neque in definiendo, neque



neque in demonstrando observare, necessarium duxi; huncque defectum, quem Tyrones, & in solidiori cognitione inexercitati, perfectionem putarent, in opere Latino, inprimis Arithmetica, atque Geometria, omnis Matheseos basibus, supplere conatus sum; ubi tam in accurate definiendo, quam severe demonstrando delicatissimi fastidii iudicibus, nihil desiderandum reliquisse existimo. Id enim tenendum, nunquam naturam, neque in animo, neque in corpore saltum facere; sed omnes mutationes gradatim consequi. Proinde si intellectus immutari debet; non subito ad summum perfectionis gradum evchi poterit; sed initio ad perfectionem, multis comitantibus imperfectionibus perducitur debet. Interim ut hoc perfectionis initium, re ipsa non nomine tantum initium sit, necesse est; nempe, ut, quamprimum Mathematica didicerimus, intellectus aliquantulum mutetur, & aliqua promptitudo paretur, quam alia tractando, non fuisset consecuti.

Hinc ita in Mathesi Tyrones erudiendi sunt, ut accuratissimi ordinis imago, sensim animis ingeneretur, solidamque doctrinam degustare discant. Quamobrem  
cum



cum nostra *Germanica Matheseos Elementa*, prolixiora nonnullis visa fuerint, quam ut hujusmodi lectionibus præstituto brevi tempore, cursu Academico, absolvi possent, & à me petitum fuisset, ut ex iis Compendium, in Scholarum præcipue usum perficerem: facile propter summum, quo feror, ad virtutem promovendam studium, adduci potui, ut de ejusmodi Compendio elaborando cogitarem, quod non ad dimidiam molem prædictorum Elementorum excresceret, tamen iisdem, quoad utilitatem principalem, inferius non esset. Quo autem hæc utilitas vere obtineatur, de recto Libelli usu, quædam adhuc monenda videntur.

Principio diligenter videndum ut Tyrones, in Arithmetica, Geometria, & Trigonometria, probe sint versati; quarum disciplinarum initium, cum ipsis pueris, Elementa Latinæ linguæ discantibus, fieri poterit. His ex Arithmetica, Numeratio, & quatuor reliquæ Species in numeris integris, proponi poterunt, ita tamen, ut perpetuo interrogentur, cur ita potius, quam aliter procedant: non solum quo operationes mente capiant, & firmitus memoriæ man-



mandent, sed eo præcipue consilio, ut nihil absque sufficiente ratione recitare discant, sed omnium quæ vident vel audiunt rationem exquirant: utpote quæ ingenii excuscatio animum discendi cupidum creat, & ad emendationem intellectus plus confert, quam idiotis videri potest. Postquam operationem recte perceperunt, ad ejus Definitionem initio Libri expositam, sunt revocandi, quo conferendo Definitionem, cum suis exemplis, enunciata à Definitione in exemplo contueantur. Hoc modo differentiam, inter distincte, & confuse percepta sentient, sensimque addiscent, occultam in singularibus exemplis, generalem notionem eruere: & quod non parvum est, attente semper considerateque agere, nullamque rem temere atque inconsulto suscipere. Quod si deinde maturiori ætate, regulas, quas intellectus in veritate cognoscenda sequitur, in Logica a me expositas, audient; pristina exercitatione acquisita, imago continuo ante oculos versabitur, & exempla, quæ recordabuntur, gratam lucem in præcepta diffundent.

In Geometria Tyrones figuras tantum distinguere initio doceantur, ita tamen, ut



ut eorum nomina non solum pronunciare, sed etiam, <sup>ut</sup> ~~ut~~ recensere valeant, quibus figuram agnoscunt, atque ab aliis distinguunt: quæ quæstiones ex ipsis definitionibus commode formari poterunt. Hoc modo, confusarum distinctarumque notionum differentiam, perspicere discent, primum, ad quod in solida veritatis cognitione, animum debemus attendere. His præmissis, ad delineationem figurarum traduci possunt, quo earum possibilitatem intelligant, & simul persentiant, tum demum, recte rem comprehendendi, cum modum quo fieri potest intellexerimus. Quo facto ad Theoremata atque Problemata accedere licebit, observando, ut figuras secundum conditiones Problematis delineare jubeantur, deinde ope instrumentorum practice explorent, num propositionem veram deprehendant, & num ea quæ enunciat, experientia comprobet: quæ examina ita instituenda, ut, quantum fieri potest, quamplurima ex demonstratione complectantur. Plura de his Demonstrationibus Mechanicis, ut appellare soleo, sub voce *Demonstratio Mechanica* in meo *Lexico Mathematico* commentatus sum.

Tandem



Tandem Geometria ipsa, quemadmodum in Libro perhibetur, tractari poterit, ita tamen, ut demonstrationes interrogando doceantur, eo ordine, quo syllogismus ex syllogismo perpetua serie, nascitur. Initium semper fiat, ab iis, quæ vel inspectio figuræ, vel propositionis conditio, vel problematis resolutio attendenti præbent, quo sic, aliis, ante demonstratis propositionibus, in mentem revocatis, novæ conclusiones inde inferri possint; quemadmodum hæc in *Lexico Mathematico* sub voce *Demonstratio* accuratius exposui. Mihi quoque id non prætermittendum videtur, ut singulæ propositiones, una post alteram eo ordine scribantur, quo ab una ad alteram ratiocinando perducimur: nam hoc pacto non solum idea solidæ cognitionis animo ingenerabitur, sed is quoque paulatim, methodice meditari assuescet. Arithmetica, atque Geometria hoc modo rite absolutis, ad reliquas quoque disciplinas, sine offendiculo transire licebit; suaferim tamen debitis experimentis ea illustrari, quæ hac ratione doceri possunt: quod



XVI

P R Æ F A T I O.

ipsum etiam, non sine fructu, in Geometria fieret, antequam difficiliore demonstrationes suscipiantur. Quod si futurum est, ut homines, hoc libro præscripto modo utantur; non dubito, studia bonarum Litterarum brevi in meliorem formam mutatum iri. Quem hujus mei laboris fructum ut brevi videam, animitus DEUM Opt. Max. precor.

Dabam Halæ die 21. Jul.  
An. MDCCXIII.



CONSPECT





# CONSPECTUS TOTIUS OPERIS.

*In Tomo PRIMO continentur*

- I. ARITHMETICA.
- II. GEOMETRIA.
- III. TRIGONOMETRIA.
- IV. MECHANICA.
- V. HYDROSTATICA.
- VI. AEROMETRIA.
- VII. HYDRAULICA.
- VIII. OPTICA.
- IX. CATOPTRICA.
- X. DIOPTRICA.
- XI. PERSPECTIVA.



*In* TOMO SECUNDO *continentur*

XII. ASTRONOMIA.

XIII. GEOGRAPHIA.

XIV. CHRONOLOGIA.

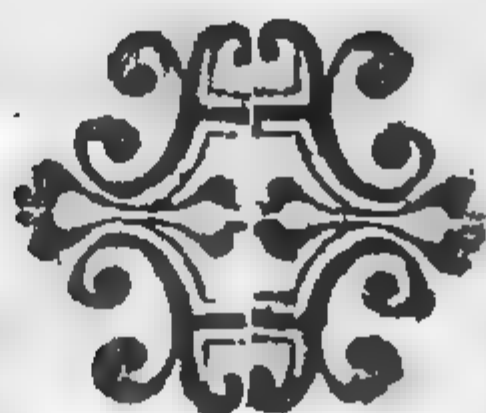
XV. GNOMONICA.

XVI. PYROTECHNIA.

XVII. ARCHITECTURA  
MILITARIS.

XVIII. ARCHITECTURA  
CIVILIS.

XIX. ALGEBRA.







D E  
METHODO MATHEMATICA.  
COMMENTATIO BREVIS.

§. I.

**M***ethodus Mathematicorum* , puto ordinem quo in tradendis dogmatibus suis utuntur Mathematici , incipit à Definitionibus , pergit ad Axiomata , his superstruit Theoremata atque Problemata , quibus Corollaria , & Scholia ut res postulaverit , annectit.

§. II.

Sunt autem *Definitiones* distinctæ rerum notionibus , quarum ope inter se distinguuntur , & unde reliqua derivantur , quæ de ipsis concipiuntur. Ad duas autem classes revocantur ; sunt enim vel *Definitiones Nominales* , vel *Definitiones Reales*.

\*\* 3 §. III.



## §. III.

*Definitiones nominales*, sufficientes enumerant notas, quibus res, cui hoc vel illud nomen tribuitur, agnosci possit. Ut si in Geometria dicitur, Quadratum esse Figuram, quatuor latera, & quatuor angulos æquales habentem.

## §. IV.

*Definitiones reales*, notionem distinctam, de rei genesi, hoc est modo quo res fieri potest, exponunt. Talis in Geometria est Circuli, si per motum lineæ rectæ circa punctum fixum describi concipitur.

## §. V.

*Notionem* vocamus, quamlibet rei repræsentationem in mente.

## §. VI.

*Notio* autem clara dicitur, cum ad rem oblatam recognoscendam sufficit, ex. gr., ut intelligam, propositam figuram *Triangulum* dici.

## §. VII.

*Notio obscura* contra dicitur, quæ ad rem obla-



oblatam recognoscendam non sufficit. Ut si planta commonstretur, qua visa dubito, videturne alio tempore, necne, vel sine illa, quæ hoc vel illo nomine vocari consuevit; notio hujus plantæ obscura est.

## §. VIII.

Clara *notio distincta* est, si notas recensere valeas, ex quibus rem oblatam recognoscis, ex. gr., quod circulus sit figura, linea curva in se redeunte terminata, cujus singula puncta ab eodem puncto intermedio æqualiter distant.

## §. IX.

Clara *notio confusa* est, si notas, ex quibus rem oblatam recognoscis, recensere minime valeas, utut in tales sit resolubilis: qualis est, ex. gr., notio coloris rubri.

## §. X.

Distincta *notio adequata* est, cum & notatum ex quibus componitur, notiones distinctas habueris; ex. gr., notio circuli paulo ante tradita censetur adæquata, si curvæ in se redeuntis, puncti intermedii, distantiae æqualis, & terminationis, notiones distinctas habueris.



## §. XI.

Contra *inadequata* est notio, si notarum quæ distinctam ingrediuntur, nonnisi confusas notiones habueris.

## §. XII.

In Mathesi non admittuntur nisi notiones distinctæ, & quantum fieri potest adæquatæ, tam in Definitionibus realibus, quam in nominalibus.

## §. XIII.

Hinc in Definitionibus subsequentibus, non adhibentur voces, nisi vel ex antecedentibus, vel aliunde satis intelligatur, quæ res iis subjiciantur.

## §. XIV.

Et si, quando notione confusa contenti sumus, res, ad quam spectat, obvia sit, necesse est, ut vel præsentem quodocunque libuerit percipere, vel sæpius jam olim perceptæ, haud difficulter reminisci valeamus.

## §. XV.



## §. X V.

Ad definitiones reales quod attinet, declarant illæ, quo modo res possibilis sit, id est, viam atque rationem qua illa oriri potest (§. IV.) Ea propter, circa hoc definitionum genus duo considerata sunt; 1°. utrum ea existant, aut existere possint, nec ne, quæ ad Genesin rei concurrere assumimus; 2°. num ab iis proficisci queant, quæ in formatione rei iisdem tribuimus. Ex. gr., si circulus definitur, quod generetur per motum lineæ rectæ, circa punctum fixum; requiritur ad possibilitatem ejus, punctum, linea recta, immobilitas puncti, quo motum rectæ regat, & talis denique rectæ motus, ut in pristinum locum unde discesserat, revertatur.

## §. X V I.

Definitiones tam reales, quam nominales, tum in se considerari, tum inter se conferri possunt. Si considerando definitiones, aliquid exinde immediate concluditur, *Axioma* vocatur. Ex. gr., Genesin circuli consideranti, facile apparet omnes rectas ex centro ad peripheriam ductas inter se æquales esse, cum unam eandemque lineam in diverso situ referant. Hæc adeo propositio in Axiomatum numero habetur. Dn. D E T S C H I R N H A U S E N hanc vocem



Vocem in hoc sensu adhibet. Vulgo quævis propositio ~~quam~~ sine demonstratione concedimus *Axioma* audit. Atque in hoc sensu *Euclides* ac reliqui veteres *Geometræ* hac voce utuntur.

## §. XVII.

*Axiomata* enunciant, vel aliquid esse, vel aliquid effici posse. *Axioma* speciei prioris, illud est, quod modo ex definitione circuli deduximus: sc. *Omnes Lineas ex centro ad peripheriam ductas esse aequales*. Contra *Axioma* alterius speciei est id, quod ex definitione *lineæ rectæ* fluit: sc. *A quovis puncto ad quodvis punctum, posse lineam rectam duci*. *Axiomata* hujus speciei dicuntur *Postulata*.

## §. XVIII.

Quoniam igitur axiomatum & postulatorum veritas, per intuitum definitionum ex quibus fluunt cognoscitur; demonstratione nulla indigent. Veritas enim eorum apparet, quamprimum realitas Definitionum fuerit evicta. Quamobrem, verumne an falsum *Axioma* sit, ante examinatam Definitionis possibilitatem, cum certitudine dijudicari non potest. Secus enim  
id



id solum constat, posita definitionis possibilitate, axiomata vera futura. ~~Ita~~ quoque manifestum fit, cur TSCHIRNHAUSIUS Axiomata tanquam propositiones definiverit, quæ ex definitione intelliguntur (§. XVI.)

## §. XIX.

Cum Axiomatibus & Postulatis, etiam Experientiæ nonnunquam confunduntur. *Experiri* autem dicimur, quidquid ad perceptiones nostras attenti, cognoscimus; ex. gr., dum accensa candela, conspicua fieri videmus, quæ ante non apparebant, experientia hoc comperire dicimur. Proinde Experientiæ non nisi rerum singularium propositiones sunt, quoniam non nisi res singulares percipimus.

## §. XX.

Quando pluribus inter se collatis definitionibus, quædam inde inferuntur, quæ ex consideratione unius tantum deduci non potuissent; dicuntur hæ conclusiones *Theoremata*. Ex. gr., si in Geometria Triangulum cum Parallelogrammo, super eadem basi, & ejusdem altitudinis confertur, & partim immediate ex  
ipsis



ipsis eorundem definitionibus, partim ex aliis eorundem proprietatibus, jam ante erutis, inferitur; Parallelogrammum esse trianguli duplum: ea propositio, *Triangulum est dimidia pars Parallelogrammi, quod eandem basin, & eandem altitudinem habet*, in Theorematum numero habetur.

## §. XXI.

Duo autem sunt, quæ in omni Theoremate attentionem merentur, *Propositio* nempe, atque *Demonstratio*. Ista quidem enunciat, quid rei cuidam sub certis conditionibus convenire possit, quid non: in hac autem rationes exponuntur, ob quas intellectus concipere valet, illud ipsi convenire.

## §. XXII.

Demonstrationum autem principia, sunt partim Definitiones vocum rerumque in propositione contentarum, partim proprietates ex iisdem definitionibus jam derivatarum rerum. Quoniam vero in Mathesi principia non admittuntur, nisi quæ ante fuerint evicta: definitiones ac propositiones, quibus demonstrationes superstruuntur citari solent, partim ut appareat ge-



[ XXVII ]

genuina principia adhiberi; partim ut ignaris constet unde ipsorum certitudo haurienda.

§. XXIII.

Non alia vero est ratio ex principis conclusiones inferendi, quam quæ in omnibus libellis logicis, ubi de syllogismo agitur, dudum fuit exposita. Sunt enim demonstrationes Mathematicorum, congeries quædam Enthymematum, ita ut omnia vi syllogismorum concludantur, omissis saltem præmissis, quæ vel sponte meditantibus occurrunt, vel per citationes in memoriam revocantur. Hoc non solum *Clavius* in demonstratione proportionis primæ *Element. Euclidis* ostendit: sed *Herlinus* quoque atque *Dasipodius* sex priora Elementa *Euclidis*, & *Henischi* integram Arithmeticam per syllogismos in forma demonstrare.

§. XXIV.

*Problemata* aliquid faciendum proponunt, & tribus partibus constant, Propositione scilicet, Resolutione, ac Demonstratione. In propositione quid fieri debeat indicatur. In resolutione singuli actus ordine decenti recensentur, quibus



[ XXVIII ]

bus efficitur quod erat faciendum. Denique in demonstratione evincitur, factis iis, quæ resolutio præcipit, effectum intentum obtineri. Quoties itaque Problema demonstrandum; in Theorema convertitur, cujus hypothesin resolutio, thesin vero propositio constituit. Generalis enim omnium Problematum demonstrandorum tenor hic est. Factis iis quæ resolutio præcipit, illud quoque efficitur quod erat faciendum.

§. XXV.

Rationes subinde non desunt, cur ad casus speciales, applicentur propositiones generales, ex quibus propositiones sæpe alias, prona consequentia deducere licet. Quæ utroque modo eruuntur propositiones, *Corollaria* nuncupantur.

§. XXVI.

In *Scholiis* denique, tam definitionibus, quam propositionibus, earumque Corollariis subjungi solitis, obscura declarantur, ad dubia respondetur, usus doctrinarum indicatur, historiae ac fontes inventionum describuntur, & si quæ alia scitu nec injucunda nec inutilia occurrunt, inferuntur.

§. XXVII.



## §. XXVII.

Explicatam hactenus Methodum qui probe perpendit, ejus universalitatem haud dubie agnoscat, nec diffitebitur, sine ea ad solidam rerum cognitionem perveniri haud quaquam posse. Dicitur vero *Methodus Mathematica*, immo sæpius *Geometrarum Methodus*, quia hucusque Mathematici fere soli, in Geometria imprimis, ejus leges sancte custodiverunt.

## §. XXVIII.

Explicatæ Methodi legibus, cum ex affe satisfiat in Mathesi præsertim pura; non ex vano prædicatur, quod Mathemata judicium acuant, hoc est, quod eorum cultores promptitudinem acquirant veritatem quamlibet, ad quam animum appellant, accuratius, quam alii solent, dijudicandi, qui non tam accurate ordinateque meditari consueverunt.

## §. XXIX.

Fructus igitur, quem ex studio Matheſeos maximum percipere licet, participes non fiunt, quotquot praxes quasdam Mathematicas, aliasque



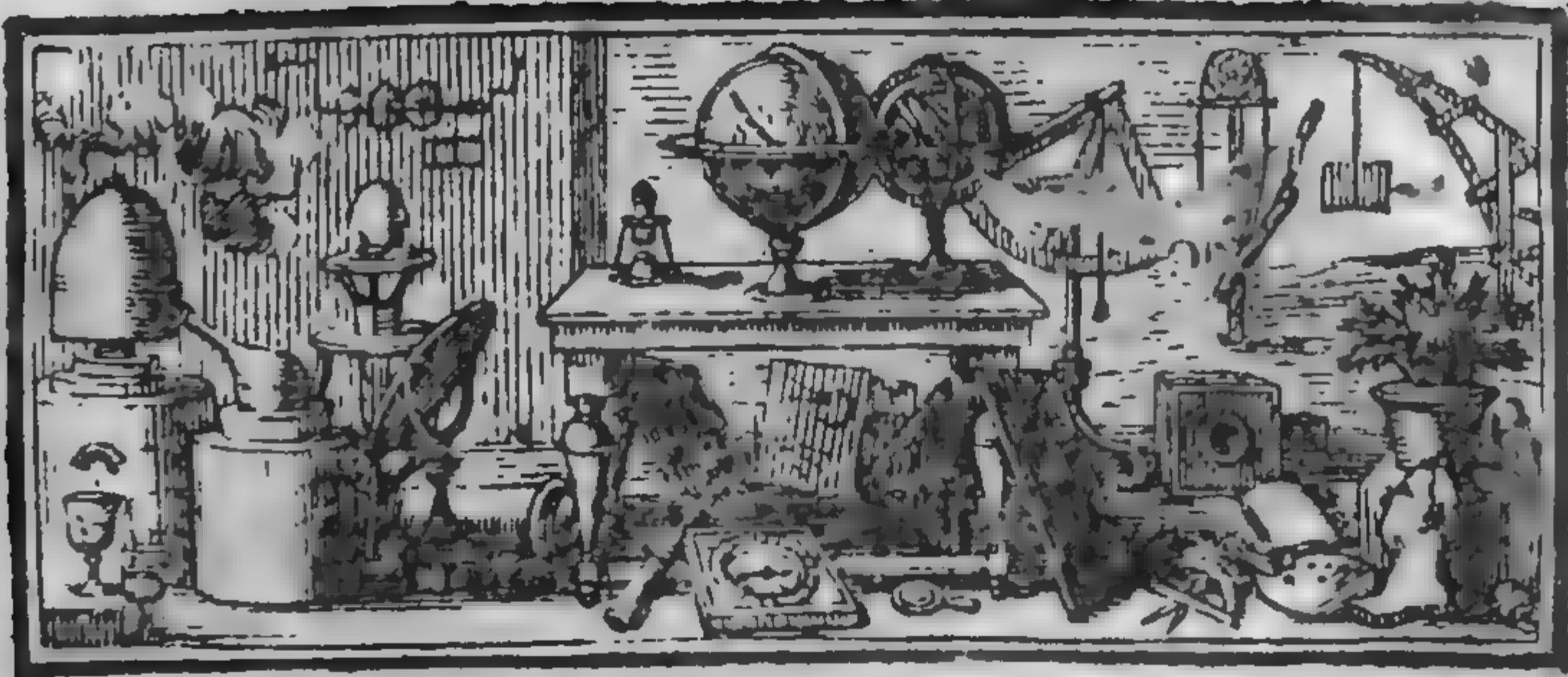
que parum Mathematicas disciplinas, vulgo tamen ad eam referri solitas, addiscunt. Licet enim in vita communi utiles sint, nemini tamen iudicii acumen, ac inveniendi habitum comparant, quia hæc non nisi à seria demonstrationum meditatione expectare licet.

## **F I N I S**

### **DISCURSUS DE METHODO MATHEMATICA.**

**ELEMEN-**





# ELEMENTA ARITHMETICÆ.

---

## DEFINITIO I.

1.



ARITHMETICA est Scientia computandi, hoc est, ex quibusdam numeris datis invenien- di alios, quorum ad cognitos relatio datur. E. gr. Si fuerit inveniendus numerus, qui duobus 6. & 8. junctim sumtis æqualis est.

## SCHOLION.

2. Scientia significat habitum asserta ex princi-  
piis certis & immotis per legitimam conse-  
quentiam inferendi.

Wolf. Comp. Math. Tom. I.

A

DEFL.



## DEFINITIO II.

3. Si plura individua ejusdem speciei junctim sumuntur, oritur inde *Numerus*. e. gr. Si ad globum *unum* ponatur adhuc alius, habentur *duo* globi. Ad hos si ponatur denuo unus, habentur eorum *tres*, &c.

## COROLLARIUM I.

4. Quivis igitur numerus supponit certam quandam unitatem. & nulli numeri inter se comparari nec componi possunt, nisi ex iisdem oriantur unitatibus. E. gr. Si dico 6; oportet ut quævis unitas, quæ in hunc numerum suscipitur, sit res ejusdem speciei, ut Canis, Pomum, Domus, Thalerus, Grossus &c.

## COROLLARIUM II.

5. Numerus fit major vel augetur, si alii numeri ejusdem speciei adjiciuntur: è contra minuitur, si unus vel plures numeri ejusdem speciei auferuntur. Nec plures permutationes numeri admittunt. Numeri vero ejusdem speciei sunt, qui ex iisdem componuntur unitatibus (§. 4.)

## COROLLARIUM III.

6. Si Numerus augetur, numeri, qui illi adjiciuntur, vel sunt omnes inter se illi æquales, ut



## 3

2



1-

## di

1





agitur, si uni numerorum datorum unitates reliquorum successivè annumerentur.

## SCHOLIION.

**11.** *Unitates numerorum sub initium per digitos representantur, & necessaria ad Additionem numeratio tandiu per digitos absolvitur, donec memoriæ infigatur, quantum quivis numerus parvus ad alium numerum sumtus constituat, e. gr. duo & tria constituere quinque; sex & octo autem quatuordecim.*

## DEFINITIO IV.

**12.** *Subtractio est inventio alicujus numeri, qui cum uno numero dato ejusdem speciei simul sumtus alii numero dato æqualis est. Numerus per Subtractionem inventus dicitur *Differentia* numerorum datorum.*

## COROLLARIUM.

**13.** *Quoniam quilibet numerus compositus ex pluribus unitatibus (§. 3.) Subtractio perficitur, si ab uno numerorum datorum successive auferantur unitates reliquorum.*



# ARITHMETICÆ.

## SCHOLIION.

14. *Quod in Scholio Definitionis præcedentis de Additione (§. 11.) dictum est, idem quoque his habet locum in Subtractione.*

### DEFINITIO V.

15. *Multiplicatio est inventio alicujus numeri ex duobus datis, in quo toties continetur datorum unus, quoties unitas in altero. Numerus quæsitus dicitur *Productum* vel *Factum*: numeri dati *Factores*.*

### COROLLARIUM.

16. *Multiplicatio itaque non est, nisi iterata ejusdem numeri Additio (§. 9.)*

### DEFINITIO VI.

17. *Divisio est inventio alicujus numeri ex duobus datis, qui indicat, quoties numerus datorum unus in altero continetur, & hinc *Quotus*, interdum quoque *Exponens* audit.*



# ELEMENTA

## COROLLARIUM I.

18. Divisio itaque non est, nisi iterata ejusdem numeri ab alio Subtractio (§. 12.)

## COROLLARIUM II.

19. Et quoties datorum unus (qui Divisor dicitur) in altero (qui dividendus vocatur) toties unitas in Quoto contineatur necesse est.

## AXIOMA I.

20. Quilibet numerus vel quantitas est equalis sibi met ipsi.

## SCHOLION.

21. Hoc axioma usum suum habet, quia quemlibet numerum considerare licet tanquam ortum ex diversis aliorum numerorum compositionibus vel permutationibus. E. gr. Sex oritur si 4 & 2 addo; si 3 per 2 multiplico; si 2 ab 8 subtraham; si 12 per 2 divido. Vi itaque Axiomatis nostri, summa ex 4 & 2, factum ex 3 in 2, differentia inter 2 & 8, Quotus ex 12 & 2 sunt inter se equalia.

## AXIOMA II.

22. Duo numeri vel quantitates eidem tertia aequales, sunt etiam aequales inter se.

SCHO-



# ARITHMETICÆ.

## SCHOLIUM.

23. Habeo, e. gr. tres pecuniæ acervos. In primo sunt totidem Thaleri ac in secundo; in tertio similiter totidem ac in secundo. Adeoque in primo totidem ac in tertio sint necesse est. Exempla Definitiones & Axiomata illustrent: quod semel pro semper moneo.

### AXIOMA III.

24. Si equalibus equalia addas, aggregata sunt equalia. Si vero majori & minori idem vel equalia addas, aggregatum prius majus est, posterius minus.

### AXIOMA IV.

25. Si equalia ab equalibus subtrahas, quæ relinquuntur equalia sunt. Quod si vero idem vel equalia à majore & minore subtrahas, residuum prius majus est, posterius minus.

### AXIOMA V.

26. Si equalia per equalia multiplices, facta equalia sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel equalia multipli-

ces,



*et, factum prius majus est, posterius minus.*

## AXIOMA VI.

*27. Si equalia per equalia dividas; quoti equales sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel equalia dividas; quotus prior major est, posterior minor.*

## COROLLARIUM.

*28. Hinc si duo computant exemplum, & neuter committit errorem, eadem prodibunt. Sed si diversa inveniunt, ut unus eorum erraverit necesse est.* ○

## AXIOMA VII.

*29. Quod uno equalium majus vel minus est, etiam altero equalium majus vel minus est.*

## AXIOMA VIII.

*30. Totum est equale omnibus suis partibus simul sumtis, adeoque majus quolibet sua parte.*

**HYPOTHESES.**



## HYPOTHESES.

31. *In numerando ultra decem non est progrediendum. Si in numerando ad denarium pervenitur, initium numerandi repetatur, nisi quod denariorum numerus una exprimatur.*

## SCHOLIUM.

32. *Hæc est lex numerandi generalis, ubi vis gentium recepta: Et cum à prima ætate eidem adsueverimus, necessitatis videtur. Ratio vero, quare non ultra decem numeratur, est procul dubio inde derivanda, quia Homines digitis in computando uti solent, quamdiu in computando nondum satis versati (§. II.)*

## COROLLARIUM.

33. *Pro quolibet igitur ex his decem numeris peculiari opus est nomine, & præterea aliis, quibus decadum multitudo denotetur. Illa sunt unum, duo, tria, quatuor, quinque, sex, septem, octo, novem, decem; hæc vero viginti, triginta, quadraginta, quinquaginta, sexaginta, septuaginta, octoginta, nonaginta, centum.*



## HYPOTHESIS II.

34. *Quemadmodum decies decem ; centum nominatur ; sic nominetur porro decies centum , Mille ; millies mille , Millio ; millies millia millionum , Billio ; millies millia Billionum , Trillio vel triplex Millio , &c.*

## SCHOLION.

35. *Hac denominatione utimur , ut confusio in numeris prolixis evitetur ; & de quavis eorum parte notio distincta formari possit.*

## HYPOTHESIS III.

36. *Novem numeri sequentibus characteribus vel notis exprimantur : 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ut vero & Decades , Centenarios , Millenarios &c. iisdem indigitare possimus , valor ipsis tribuatur localis , ita , ut solitarii vel in loco dextimo positi Unitates sive digitos , in secundo Decades , in tertio Centenarios , in quarto Millenarios &c. denotent. Loca vacua repleantur , cyphra 0 , quæ scilicet sit Nullitatis nota.*

PRO-



PROBLEMA I.

37. Numerum scriptum enunciare, hoc est, cuilibet characteri valorem competentem assignare.

1. Numerus propositus per commata dividatur in classes, tres notas unicuique assignando, initio à dextris facto. Non repugnat ut classi sinistimæ tres vel pauciores notæ cedant.
2. Nota dextima post comma secundum notetur puncto apici adscribendo & quæ post quartum duobus punctis, &c.
3. Comma solitarium per millenarios, punctum unum per milliones, duo puncta per Billiones, &c. Nota vero sinistima classis uniuscujusque per centenarios, media per decades, dextima per unitates enunciatur: Sic factum est quod petebatur.

E. gr. Si Numerus sequens fuerit enunciandus.

2' . . , 125 , 473' . , 613 , 578' , 432 , 597.

Dic: Duæ trillions, centum & viginti quinque millia billionum una cum quadringentis septuagin-



tuaginta tribus billionibus, sexcenta & tredecim millia, millionum una cum quingentis septuaginta octo millionibus, quadringenta & triginta duo millia, quingenta & nonaginta septem.

### DEMONSTRATIO.

Omnia sunt manifesta per hypotheses præmissas (§. 31. 34. 36.)

### PROBLEMA II.

38. *Numeros quocunque datos addere.*

### RESOLUTIO.

1. Numeri dati ita sub se invicem scribantur, ut unitates unitatibus, decades decadibus, centenarii centenariis, &c. respondeant (§. 4.)
2. Sub numeris scriptis ducatur linea recta, ad confusionem evitandam.
3. Sigillatim addantur unitates & summa earum ipsis subscribatur. Quodsi in ea decades reperiantur, eas decadibus numerorum datorum connumerari oportet: decadam vero summa sub decadibus collocanda. Hac  
opera-



operatione continuata, habebitur tandem summa quæsitæ.

Vel : Ex qualibet numerorum serie tot decades deleantur, quot ex iis colligi possunt, & continuo connumerentur tot unitates serici proxime sinisteriori, quot decades abjectæ fuerint : residuum loco conveniente scribatur, ut ante.

E. gr. si numeri sequentes fuerint addendi,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

Dic : 4 & 3 sunt 7, additis 8, prodeunt 15. Collocentur 5 sub unitatibus & 1 decas connumeretur decadibus datis, & dic porro 1 (sc. decas) & 6 sunt 7 (decades), additis 2 prodeunt 9; additis porro 7 habentur 16 (decades). Collocentur hæc 6 decades sub decadibus datis & reliquæ 10 decades, hoc est, 1 centenarius annumeretur centenariis datis numerorum datorum &c.

## DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus  
conti-



continet omnes unitates, omnes decades, omnes centenarios, omnes milenarios, &c. numerorum datorum, hoc est, omnes eorum partes. Adeoque æqualis est omnibus datis simul sumtis (§. 30.) consequenter summa eorundem est (§. 9.) Q. E. D.

## SCHOLION I.

39. Si numerorum datorum partes omnes tanquam unitates spectantur, animadvertetur, quod in summam excessus tantum numerorum summatorum supra 9 reponatur. Nam loco quindecim scribimus numeros 1 & 5, qui instar unitatum considerati efficiunt 6, sunt igitur excessus numeri quindecim supra novem. Similiter loco sexdecim scribimus infra seriem decadum 6 & infra seriem centenariorum 1, qui duo numeri simul sumti constituunt 7, si pro unitatibus habentur, sunt igitur excessus numeri sexdecim supra novem &c. Hinc liquet inter summandum tot novenarios omitti, quot unitates ex summa seriei dexterioris in sinistriorem transferuntur.

## SCHOLION II.

40. Si igitur nosse desideramus, an numerus inventus sit æqualis omnibus datis simul sumtis, notentur (1) dictæ unitates à latere & operatione absoluta addantur, ut numerus novenario-



rum inter summandum omiſſorum innotescat. (2) Abjiciantur præterea ex ſumma inventa novenarius quoties fieri poteſt, abjectorumque novenariorum numerus addatur numero inter summandum omiſſorum: quæ ſumma una cum numero reſiduo, ſi quis fuerit, probe notetur. (3) Tandem etiam quoties ex numeris datis novenarius abjici poſſit & qui ſit numerus reſiduus notetur. Quodſi enim numerus novenariorum abjectorum una cum numero reſiduo utrobique æqualis fuerit, numerus inventus æquatur omnibus datis ſimul ſumtis (§. 25.), & hinc certi ſumus nos in regularum applicatione non aberraffe (§. 38). Ut in exemplo præcedenti inter summandum tres novenarii omittuntur & ex ſumma reperta unus adhuc deleri poteſt, quo factò relinquuntur 7. Sed ſi ex numeris ſummandis 4 novenarii abjiciantur, 7 ſimiliter relinquuntur. Quare Additio rite peracta. Bonitas operationis inde quoque confirmatur, ſi exemplum diverſa ratione computatur, vel utroque modo præſcripto, vel ita ut una vice aſcendendo altera vero deſcendendo ſummatio numerorum ejusdem ſeriei perficiatur. Idem enim error non facile committitur, ſi diverſa ratione computatur.

## SCHOLION III.

41. Mathematici ſignum peculiare adhibent, quo Additionem indigitant, ſcilicet ſignum  $+$ , quod per plus efferri ſolet. Adeoque Summam duorum numerorum 3 atque 7 ita  $(3 + 7)$  ſcribunt.

SCHO-



## SCHOLION IV.

42. In additione composita tot delentur, quot collecti integrum speciei proxime majoris efficiunt & pro unoquoque unitas reponitur in serie proxime sequenti. E. gr. ex Nummis toties delentur 12, quoties fieri potest & eorum loco additur unitas Grossis, quia 12 Nummi conficiunt Grossam. Ex grossis abjiciuntur simul 24 & eorum loco 1 Thaleris connumeratur, quia Thalerus 24 grossis constat. Eodem modo progredimur in casibus reliquis. Ut :

15	thal.	20	gross.	10	num.
28		14		2	
30		16		6	

---

75 thal. 3 gross. 6 num.

## PROBLEMA III.

43. Numerum minorem e majore subtrahere.

## RESOLUTIO.

1. Numerus minor ea lege majori subscribatur, quemadmodum in Additione præcepimus (§. 38.)
2. Sub numeris hisce ducatur linea recta.

3. Sub-



3. Subtrahantur sigillatim unitates ab unitatibus, decades à decadibus, centenarii à centenariis &c. & residua singula loco conveniente infra lineam scribantur, nempe residuum unitatum sub unitatibus, decadam sub decadibus &c.
4. Quodsi nota major à minore veniat subtrahenda, ex sinisteriore loco in dexteriore transferatur unitas, quæ (§. 36.) hic decem valebit. Sic à numero decade aucto subtractio fieri potest: numerus vero in loco sequenti unitate multiplicatus puncto notetur.
5. Denique si in loco sinisteriori o reperiri contingat, transeundum est tamdiu versus sinistram, donec inveniatur numerus, à quo mutuetur 1. hac ratione perinde est ac si in loca vacua 9 & in eum, ubi subtractio fieri nequit, 10 ponerentur (§. 36). Juxta has regulas numerum quemcunque datum ex alia quocunque majore subtrahere licet.

E. g. Si numeri sequentes fuerint à se invicem subtrahendi:

98. 0. 0. 4. 0. 34. 59  
 47 43 86 52 63

---

5056538196

Dic : demtis 3 ex 9 relinquuntur 6 unitates, unitatibus infra lineam subscribendæ. Dic porro 6 (sc. decades) ex 5 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4 in loco proxime sequenti, remanebunt itaque in eo 3 & habeo 15 loco 5. Ablatis ergo 6 ex 15 remanent 9 decades, decadibus infra lineam subscribendæ. Quo facto perge & dic : 2 ex 3 subducta relinquunt 1 : 5 ex 3 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4, quo in locum vacuum delato habeo in eo 10. Inde si 1 aufero, remanent in eo 9 & loco 3 obtineo 13. Subductis jam 5 ex 13 relinquuntur 8, & demtis 6 ex 9 relinquuntur 3. Quia 8 ex 3 denuo subtrahi nequeunt, mutuetur 1 ab 8 & transferatur in locum vacuum primum, sic habeo in hoc 10 & in illo adhuc 7. A 10 mutuetur 1 & transferatur in locum vacuum alterum versus dextram, remanebunt ibi loco 10 adhuc 9 & hic habeo 10. A quo si mutuetur denuo 1, restabunt in eo adhuc 9 & loco 3 obtineo 13. Jam dic : demtis 8 ex 13 relinquuntur 5 : 3 ex 9 relinquuntur 6 ; 4 ex 9 relinquuntur 5. Quodsi residuum semper infra lineam loco convenienti scribatur, habetur numerus quæsitus.

DEMONS



DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus continet residuum omnium unitatum, omnium decadum, omnium centenariorum, omnium millenariorum &c. hoc est residuum omnium partium. Quoniam vero residuum omnium partium simul sumtum integro residuo æquale (§. 30.); numerus inventus est residuus, qui relinquitur, si numerus unus ab altero auferatur, consequenter una cum numero ablato alteri datorum æqualis. Per regulas ergo datas Subtractio absolvitur (§. 12.) Q. E. D.

SCHOLION I.

44. Quodsi nosse desideres, an operatio rite fuerit peracta, addatur juxta Problema II. (§. 38) numerus inventus datorum minori. Summa erit major (§. 12.)

$$\begin{array}{r}
 9800403459 \\
 4743865263 \\
 \hline
 5056538196 \\
 \hline
 9800403459
 \end{array}$$

B 2

SCHQ.

## SCHOLIION II.

45. Signum Subtractionis est —, quod per minus efferri solet: hinc differentia duorum numerorum ut 8 & 5, ita (8—5) scribitur & effertur: 8 minus 5.

## SCHOLIION III.

46. Subtractio composita a priori in eo tantum differt, quod unitas à specie maiore mutuo petita non 10, sed tot unitates valet; quot unitates speciei minoris constituunt valorem unitatis speciei maioris, e. gr. unitas a Grossis mutuo sumta in loco Nummorum valet 12; e contra unitas a Thaleris mutuo sumta in loco Grossorum valet 24; unitas à Libris mutuo sumta in loco semiunciarum valet 32, ut:

Si ex 12 thal.	18 gros.	4 num.	ex 32 L.	17 S.
subtrahas 8	20	6	12	24
<hr/>				
remanent 3 thal.	21 gr.	10 num.	19 L.	25 S.

## PROBLEMA IV.

47. Abacum Pythagoricum, hoc est; Tabulam construere, in qua facta ex singulis digitis in singulos representantur.

RESO-



## RESOLUTIO.

1. Lateralia quadrati alicujus singula in 9 partes æquales dividantur & per lineas transversas in arcolas area ejus resolvatur.
2. In serie horizontali summa & laterali sinistima scribantur novem notæ numericæ, seu singuli digiti.
3. Addantur 2 sibi invicem, & productum 4 ponatur infra 2 : cui addantur porro 2, erit 6 productum ex 3 in 2 : ad 6 addantur denuo 2, sic obtinebis 8 productum ex 2 in 4.
4. Quodsi eadem lege reliqui numeri investigentur & in suas arcolas convenienter inferantur, Abacus Pythagoricus erit confectus, qui erat construendus.

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1	7	1	8	1	9
2	1	4	1	6	1	8	1	10	1	12	1	14	1	16	1	18
3	1	6	1	9	1	12	1	15	1	18	1	21	1	24	1	27
4	1	8	1	12	1	16	1	20	1	24	1	28	1	32	1	36
5	1	10	1	15	1	20	1	25	1	30	1	35	1	40	1	45
6	1	12	1	18	1	24	1	30	1	36	1	42	1	48	1	54
7	1	14	1	21	1	28	1	35	1	42	1	49	1	56	1	63
8	1	16	1	24	1	32	1	40	1	48	1	56	1	64	1	72
9	1	18	1	27	1	36	1	45	1	54	1	63	1	72	1	81

## SCHOLIION.

48. *Abacum Pythagoricum memoriae mandare tenetur multiplicationem ac divisionem expedite absoluturus. Quamdiu vero memoriae infixus non est, ad manus esse debet, quoties multiplicas aut dividis.*

## PROBLEMA V.

49. *Numerum quendam datum per alium datum multiplicare.*

## RESOLUTIO.

1. Numerus unus ita scribatur sub altero, ut in Additione factum (§. 38.)

2. Du-



2. Ducatur sub iis linea recta.
3. Infra hanc ex Abaco *Pythagorico* scribantur singula producta ex singulis numeri inferioris notis in singulas superioris, ea quidem lege, ut decades cujuslibet producti annumerentur producto proxime sinisteriori & quælibet productorum series uno loco sinistram versus promoveatur.
4. Tandem producta partialia addantur (§. cit.); eorum aggregatum erit factum quæsitum.

E. gr. Si 38476 per 35 multiplices, numeros sibi invicem subscribe modo sequenti.

$$\begin{array}{r}
 38476 \\
 \times 35 \\
 \hline
 192380 \\
 115428 \\
 \hline
 1346660
 \end{array}$$

Et dic: quinquies 6. sunt 30. Scribe 0 sub 5 & dic porro: quinquies 7 sunt 35, additis 3 antea residuis prodeunt 38. Pone 8 juxta 0 versus sinistram & dic porro: quater 5 sunt 20, additis 3 proveniunt 23. Scribe itaque 3 juxta

ta 8 & dic : quinquies 8 sunt 40, additis 2  
proveniunt 42. Scribe 2 juxta 3 & dic denuo :  
ter 5 sunt 15, additis 4 proveniunt 19. Collo-  
ca 19 juxta 2, quo facto numerus superior  
quinquies sumtus est. Nec absimili modo pro-  
cede cum 3 dicendo : ter 6 sunt 18. Scribe  
8 loco uno ulterius sinistram versus & dic por-  
ro : ter 7 sunt 21, addito 1 prodeunt 22.  
Scribe 2 juxta 8 versus sinistram & ita porro.  
Tandem, hi duo numeri addantur, summa  
346660 erit productum quæsitum.

### DEMONSTRATIO.

Vi operationis & Abaci *Pythagoricæ*  
(§. 47.) prima series numerorum, quæ  
adduntur, numerum superiorem to-  
ties continet, quoties nota inferioris  
prima versus dextram unitatem. Et  
quia series subsequentes continue nota  
una sinistram versus promoventur, quæ-  
libet earum numerum superiorem to-  
ties continet, quoties quælibet subse-  
quens numeri inferioris nota unitatem  
(§. 36.) Adeoque si singulæ series ad-  
dantur; summa numerum superiorem  
toties contineat necesse est, quoties  
inferior continet unitatem (§. 9.) Con-  
sequenter numerus superior per infe-  
riorem multiplicatus est (§. 15.) Q.E.D.



## SCHOLIION.

50. Si factoribus cyphræ adhæreant, producto invento eadem adjunguntur, ut ex sequentibus exemplis manifestum.

$$\begin{array}{r}
 386 \\
 2000 \\
 \hline
 77200
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 4750 \\
 300 \\
 \hline
 1425000
 \end{array}$$

Alias adhuc notandum, quod signum multiplicationis sit punctum unicum (.), e. gr. si simpliciter indicare volo, quod 3 per 4 sint multiplicanda; scribo (3 . 4), quod denotat factum ex 3 in 4. Quodsi productum dividatur (§. 51.) per alterutrum numerorum datorum, e. gr. 1346660 per 35 proveniet numerus datorum alter 38476. Et hoc est examen, utrum multiplicatio rite fuerit peracta nec ne (§. 15. 17).

## PROBLEMA VI.

51. Numerum datum per alium minorem dividere.

## RESOLUTIO.

CASUS I. Si divisor unica fuerit nota,

1. Scribatur is sub nota numeri dividendi sinistima, aut, si ea minor fuerit

- fuerit sub proxime sequente, ac investigetur, quoties in nota vel notis suprascriptis contineatur. Numerus, qui hoc indicat, ponatur dextram versus post lunulam loco quoti.
2. Quotus ducatur in divisorem & productum ex nota vel notis suprascriptis dividendi subtrahatur & his deletis, si quod fuerit residuum, suprascribatur.
  3. Divisor ad notam subsequentem versus dextram promoveatur, & denuo investigetur, quoties is in notis suprascriptis contineatur. Reliqua peragantur ut ante.

Quodsi hæc operatio per singulas dividendi notas continuetur, quotus invenietur.

E. gr. Sit numerus 7856 dividendus per 3.

$$\begin{array}{r} \text{+} \quad 22 \\ 7856 \quad ( \quad 2618 \\ \underline{3333} \end{array}$$

Pone 3 sub 7 & dic : 3 in 7 continentur bis. Scribe 2 post lunulam loco quoti & dic porro : bis 3 sunt 6 : ablatis 6 ex 7 remanet 1. Promove 3 sub 8 & dic : 3 in 18 continentur sexies.



sexies. Junge 6 primæ quoti parti & dic : ter 6 sunt 18 : demtis 18 ab 18 relinquitur nihil. Quod si eadem ratione pergatur, quotus tandem integer prodit 2618 & binarius 2 remanet: id quod indicio est, numerum propositum in tres partes æquales exacte dividi non posse.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Abaco *Pythagorico* constat, quoties quilibet digitus in facto ex quolibet digito in quemlibet contineatur (§. 47.); liquet numerum inventum indicare, quoties divisor in millenariis, centenariis, decadibus & unitatibus, hoc est, in numero proposito (§. 30.) contineatur. Est igitur quotus quæsitus & numerus propositus per alterum divisus (§. 17.) Q. E. D.

CASUS II. Si Divisor ex notis pluribus constet,

1. Sinistima ejus nota scribatur sub nota sinistima dividendi & reliquæ dexteriores sub proxime sequentibus versus dextram, fiatque ut ante post numerum lunula, ne quotus cum numero dividendo confundatur.
2. Ope Abaci *Pythagorici* investigetur, quoties

- quoties prima divisoris nota in prima dividendi contineatur (§. 47).
3. Numerus inventus ducatur in divisorem integrum & dispiciatur, utrum factum ex numeris superscriptis subtrahi possit, nec ne.
  4. Si subtractio fieri queat, scribatur is loco quoti post lunulam & subtractio actu peragatur. Numeri, ex quibus subtractio fit, lincola transversa deleantur, & qui residui fuerint, superscribantur. Quodsi vero subtractio non succedat, loco quoti sumatur numerus unitate vel aliquot unitatibus minor, donec factum ex eo in divisorem ex iis auferri queat.
  5. Divisor loco uno versus dextram promoveatur & reliqua ut ante peragantur; donec divisor ulterius promoveri nequeat: Sic factum est, quod petebatur.
  6. Si nosse desideras, utrum divisio legitime sit peracta nec ne, quotus ducatur in divisorem & facto addatur, si quod à divisione fuerit residuum; hac ratione emergit dividendus.

E. gr.



E. gr. sit numerus 7856 dividendus per 32.  
Scribe 32 sub 78 & dic: 3 in 7 continentur  
bis. Duc 2 in 32, prodeunt 64. Quia hoc

$\begin{array}{r} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{5} \cancel{6} \\ \phantom{\cancel{7} \cancel{8} \cancel{5} \cancel{6}} 2 \phantom{4} 5 \\ \hline 3 \phantom{2} 2 \phantom{2} 2 \\ \hline 3 \phantom{2} \end{array}$	factum ex 78 subtrahi potest, 2 scribe post lunulam loco quoti & subtractione peracta residuoque 14 suprascrip-
---	---

to supra 78, divisorem loco uno promove & dic: 3 in 14 continentur quater. Duc 4 in 32 emergunt 128. Quia hoc factum ex 145 auferri potest: repone 4 in loco quoti post lunulam & subtractione peracta residuoque 17 suprascripto supra numeros deletos, divisorem denuo loco uno promove & dic: 3 in 17 continentur quinquies. Duc 32 in 5. Quoniam factum 160 ex 176 subtrahi potest: junge 5 quoto invento & facta subtractione residuum 16 suprascribe supra numeros deletos. Numerus inventus 245 erit quotus quaesitus.

Examen : 2 4 5  
3 2.

$$\begin{array}{r} 490 \\ 735 \\ \hline 7840 \\ 16 \\ \hline 7856 \end{array}$$

*DEMONS.*

## DEMONSTRATIO

Eadem fere est demonstratio, quæ in casu primo, hoc unice notato, quod, cum ex Abaco *Pythagorico* constare nequit, quoties divisor integer in notis dividendi superscriptis contineatur, interea supponatur toties illum in his contineri, quoties finissima divisoris nota continetur in finissima aut duabus finissimis dividendi notis. Licet enim hæc suppositio subinde fallat, in errorem tamen inducere nequit, quia examen mox instituitur, cum factum ex divisore in quotum juxta eam inventum cum dividendo comparatur, & pseudoquotus unitate tamdiu minuitur, donec in verum abeat. Examen indicatum ex Definitionibus Multiplicationis (§. 15.) & Divisionis (§. 17.) manifestum est.

## DEFINITIO VII.

52. Si duo numeri ( 4 & 12 ) ita inter se comparantur, ut eorum differentia ( 8 ) per subtractionem investigetur,



getur, relatio eorum, quam ad se invicem habent, *Ratio Arithmetica* vocatur: Quodsi vero respiciatur ad quatum (3) per divisionem inventum, *Ratio Geometrica* vel simpliciter *Ratio*. *Quotus*, qui indicat quoties numerus minor in maiore contineatur *Nomen* sive *Exponens Rationis* dicitur.

DEFINITIO VIII.

53. Si in duabus vel pluribus *Rationibus Arithmeticis* (3. 5 & 6. 8.) differentia membrorum; in *Geometricis* (3. 12. & 5. 20.). *Exponens Rationis* idem fuerit, *Similes* dicuntur & earum similitudo *Proportio*. *Rationes similes* etiam *Rationes aequales* vocantur.

SCHOLION.

54. *Numeri*, qui sunt in *Proportionem Arithmetica* scribuntur ita 3. 5 . . 6. 8, vel melius, meo more 3—5—6—8; qui in *Geometrica* juxta se invicem collocantur, ita 3. 12 :: 5. 20, vel melius cum Dn. LEIBNITIO 3 : 12 — 5 : 20. *Utraque* sic effertur: Ut numerus primus se habet vel est ad secundum ita tertius ad quartum. Hic loquendi modus in casu primo hunc habet sensum: Quantum numerus primus major vel minor

minor est secundo, tantum tertius numerus major vel minor est quarto. In casu vero altero is sic explicandus. Quoties numerus primus continet secundum vel in illo continetur; toties tertius continet quartum vel in illo continetur.

### DEFINITIO IX.

§ 5. Interdum membrum secundum vicem sustinet tertii, & tunc *Proportio* dicitur *continua*. Si ea fuerit *Arithmetica* sic scribitur:  $\div 3. 6. 9$ , vel etiam  $3 \text{ --- } 6 \text{ --- } 6 \text{ --- } 9$ , si fuerit *Geometrica* sic  $\div 3. 6. 12$ , vel etiam  $3 : 6 \text{ --- } 6 : 12$ .

### DEFINITIO X.

§ 6. Series numerorum in *Arithmetica* vel etiam in *Geometrica* Ratione progredientium, *Progressio* vocatur. Ita in casu primo 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: in altero 3. 6. 12. 24. 48. 96. Et quidem prima *Arithmetica*; secunda vero *Geometrica* *Progressio* dicitur.

### AXIOMA IX.

§ 7. *Rationes duae eidem tertiae aequales sunt etiam aequales inter se.*

E. gr.



E. gr.  $1 : 4 \text{ — } 3 : 12$  &  $1 : 4 \text{ — } 5 : 20$ .  
 Ergo erit quoque  $3 : 12 \text{ — } 5 : 20$ .

THEOREMA I.

§ 8. Si duos numeros ( 3 & 6 ) per eundem numerum ( 4 ) multiplices ; facta ( 12 & 24 ) sunt inter se ut numeri ( 3 & 6 ), qui multiplicantur.

DEMONSTRATIO.

Si enim numerum aliquem ( 4 ) per duos alios ( 3 & 6 ) multiplicem , is in facto secundo toties sæpius continetur quam in primo , quoties numerus primus ( 3 ) in secundo ( 6 ) continetur ( §. 15 ). Ita quia in nostro exemplo 6 duplum ipsius 3 ; sumo quoque ipsum 4 duplo majus , si per 6 , quam si per 3 multiplicem , siquidem triplum bis sumtum sextuplum adæquat. Scilicet in casu primo sumo 4 ter ; in altero bis ter. Patet igitur , quod factum primum ( 12 ) in secundo ( 24 ) toties contineatur , quoties primus multiplicatorum numerus ( 3 ) in secundo ( 6 ), in universo nempe exemplo bis Q.E.D.

# ELEMENTA COROLLARIUM.

59. Si duos numeros per eundem tertium divides, quoti sunt inter se ut numeri, qui dividuntur: etenim considerari possunt ut orti ex multiplicatione quotorum per divisorem (§. 15. 17).

## DEFINITIO II.

60. *Fraçtio* vocatur, si integrum in partes æquales exacte dividatur & sumantur una vel aliquot earum.

## HYPOTHESIS IV.

61. *Ea duobus numeris designatur supra se invicem positis, cum lineola interjecta quorum inferior indicat, in quot partes æquales integrum sit divisum; superior vero, quot earum partium sint sumenda. Ille Denominator; hic Numerator dicitur.*

E. gr. Thalerum in 3 partes æquales dividi oportet, ut 2 earum obtineam, scribo fractionem hoc modo:  $\frac{2}{3}$ .

## COROLLARIUM I.

62. Hinc magnitudo fractionis æstimatur ex ratione numeratoris ad denominatorem.

Nam



Nam si ille in hoc pluries continetur, fractio erit minor, ut  $\frac{3}{37}$ , major, si paucies ut  $\frac{2}{5}$ . Sed si numerator unius toties contineatur in denominatore suo, quoties numerator alterius in suo continetur, fractiones æquales sunt, ut  $\frac{3}{6}$ ,  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{25}{50}$ . Et hinc si numerator major denominatore, fractio integro major est, ut  $\frac{35}{24}$ . Nam  $\frac{24}{24}$  est integrum & habeo insuper  $\frac{11}{24}$ .

C O R O L L A R I U M I I.

63. Si igitur numerator & denominator fractionis alicujus ( $\frac{4}{6}$ ) per eundem numerum (2) multiplicentur aut dividantur; fractiones emergentes ( $\frac{8}{12}$  &  $\frac{2}{3}$ ) datæ ( $\frac{4}{6}$ ) æquales sunt (§. 58. 59.)

P R O B L E M A VII.

64. *Fractionem tollere, hoc est, invenire fractionem datæ ( $\frac{20}{48}$ ) æquivalentem, sed minoribus numeris expressam.*

R E S O L U T I O.

Dividatur tam denominator (48) quam numerator (20) fractionis datæ ( $\frac{20}{48}$ ) per eundem numerum (4): quoti (12 & 5) componunt (§. 63) fractionem novam ( $\frac{5}{12}$ ).

## PROBLEMA VIII.

65. *Fractiones diversas ad eandem denominationem reducere, hoc est, loco fractionum quarundam, quæ diversos habent denominatores alias invenire, quæ communi denominatore gaudent & datis æquales sunt.*

## RESOLUTIO.

1. Si 2 fractiones dentur, quælibet integra multiplicetur per denominatorem alterius.
2. Si plures dentur, tam numerator, quam denominator uniuscujusque ducatur in factum ex denominatoribus reliquarum (§. 63).

*Exemplum.*

$$5 \mid \frac{2}{3}, 3 \mid \frac{4}{5} = \frac{10}{15}, \frac{12}{15}.$$

$$24 \mid \frac{2}{3}, 12 \mid \frac{1}{6}, 18 \mid \frac{3}{4} = \frac{48}{72}, \frac{12}{72}, \frac{54}{72}.$$

## PROBLEMA IX.

66. *Fractiones addere.*

RESOLUTIO.



RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Cum denominatores sint nomina (§. 61); numeratores tantum adduntur. Quoniam vero tantum numeri ejusdem speciei componi possunt (§. 4); fractiones ad eandem denominationem prius sunt reducendæ (§. 65), si diversos habent denominatores.

*Exemplum.*

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15} \text{ (§. 62).}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72} = 1\frac{7}{12} \text{ (§. 62. 64).}$$

PROBLEMA X.

67. Fractionem datam ex alia data subtrahere.

RESOLUTIO.

1. Si fractiones datæ diversos habent denominatores, reducantur ad eandem denominationem (§. 65).
2. Numerator unius ex numeratore alterius subducatur & residuo denominator communis subscribatur.

C 3

E. gr.

$$\text{E. gr. } \frac{2}{3} = \frac{3}{7} = \frac{14}{21} = \frac{9}{21} = \frac{5}{7}$$

D E M O N S T R A T I O.

Eadem est cum demonstratione Problematis præcedentis.

P R O B L E M A X I.

68. *Fractionem per fractionem multiplicare.*

R E S O L U T I O.

Numeratores per se invicem multiplicentur, & denominatores; facta constituunt fractionem quæsitam.

$$\text{E. gr. } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ \& } \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$$

D E M O N S T R A T I O.

Si fractio per fractionem multiplicanda, invenienda est pars ejus (§. 15. 60). E. gr.  $\frac{4}{5}$  per  $\frac{3}{7}$  multiplicare idem est ac  $\frac{4}{5}$  in 7 partes dividere & 3 earum partium auferre (§. 61), hoc est  $\frac{4}{5}$  per 7 dividere & quotum per 3 multiplicare. Quoniam vero denominator tantum nomen (§. cit.); numerator fractionis



tionis multiplicandæ per denominato-  
rem alterius proprie dividendus est ,  
ita numerator 4 fractionis  $\frac{4}{5}$  per deno-  
minatorem 7 fractionis  $\frac{3}{7}$ . Ut vero di-  
vidi queat , fractio multiplicanda in  
aliam mutanda est : quod fit , si per  
denominatorem multiplicatoris 7 mul-  
tiplicetur (§. 63 ) , ut  $\frac{28}{5}$  loco  $\frac{4}{5}$  obti-  
neantur. Cujus pars septima est  $\frac{4}{35}$ .  
Quodsi hæc fractio ter sumatur ; pro-  
veniunt  $\frac{12}{35}$ . Jam cum inanis esset labor,  
si numerator 4 primo per denomina-  
torem 7 multiplicaretur & postea fac-  
tum per eundem rursus divideretur ;  
multiplicatur simpliciter denominator  
5 per 7 & numerator 4 per 3. Q. E. D.

### SCHOLIION I.

69. Unde non mirum , quod factum factoribus  
minus , cum revera divisio sit , quæ multiplicatio  
vocatur. Si enim multiplicem e. gr. per  $\frac{1}{2}$  , sumo  
multiplicandum duplo minus & sic revera in duas  
partes dividitur & unam earum obtineo.

### SCHOLIION II.

70. Vix autem opus est , ut annotemus , si frac-  
tio per numerum integrum multiplicanda , ducen-  
dum

*dum esse solum numeratorem in integrum numerum datum, quia denominator tantum nomen (§. 61). E. gr. factum ex  $\frac{3}{7}$  in 2 est  $\frac{6}{7}$ . Eodem quoque modo egimus in demonstratione.*

## PROBLEMA XII.

*71. Fractionem ( $\frac{4}{5}$ ) per aliam fractionem ( $\frac{2}{3}$ ) dividere.*

### RESOLUTIO.

- 1. Fractio, per quam divisio fieri debet, invertatur, e. gr. loco  $\frac{2}{3}$  scribatur  $\frac{3}{2}$ .*
- 2. Quo facto multiplicetur ut in Problemate antecedente (§. 68); ita prodit quotus  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = 1 \frac{2}{5}$  (§. 62) =  $1 \frac{4}{5}$  (§. 64).*

### DEMONSTRATIO.

*Si fractio una per alteram dividitur, quæritur, quoties una in altera contineatur (§. 17). Quodsi fractiones ad eandem denominationem reducantur, earum una toties continetur in altera, quoties numerator unius in numeratore alterius, quia in hac comparatione*



denominator communis utpote commune nomen rerum, quæ numerantur, in considerationem minime venit (§. 61). Enimvero dum fractiones duæ ad eandem denominationem reducuntur, numerator primæ enascitur ex numeratore ipsius dato in denominatorem secundæ; numerator vero secundæ ex ipsius numeratore dato in denominatorem primæ ducto (§. 65). Obtineamus adeo numeros per se invicem dividendos, si divisor inversus in fractionem dividendam ducatur. Q. E. D.

DEFINITIO XII.

72. Si numerus quicunque ( 2 ) in se ipsum ducatur; factum ( 4 ) *Numerus quadratus*; ipse autem hujus intuitu *Radix quadrata* appellatur.

DEFINITIO XIII.

73. Si numerus quadratus ( 4 ) porro per radicem ( 2 ) multiplicetur: factum novum ( 8 ) *Numerus cubicus*, & radix ( 2 ) ejus intuitu *Radix cubica* dicitur.

## DEFINITIO XIV.

74. Ex numero dato *radicem quadratam extrahere* idem est ac invenire numerum, qui in se ipsum ductus numerum datum producit.

## DEFINITIO XV.

75. E contra ex numero dato *radicem cubicam extrahere*, significat invenire numerum, qui in suum quadratum ductus numerum datum producit.

## SCHOLIUM.

76. Radices quadratas ac cubicas extracturus omnium digitorum numeros quadratos & cubicos nosse debet, quos sequens Tabula exhibet.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubici	1	8	27	64	125	216	343	512	729

## PROBLEMA XIII.

77. Ex numero quocunque dato *radicem quadratam extrahere*.

RESO-



## RESOLUTIO.

1. Numerus propositus distinguatur in classes, binas notas classi unicuique assignando, initio à dextra facto: tot enim erunt partes radicis, quot classes habentur. In classe finistima interdum nonnisi nota unica relinquitur.

2. In *Tabula radicum* (§. 76) quærat<sup>r</sup> numerus quadratus ad eum, qui classem finistimam occupat proxime accedens & ex ipso subtrahatur: radix vero ejus in loco quoti scribatur.

3. Quoti inventi duplum ponatur sub nota finistima classis subsequæ & inde porro sinistrorsum, si ex notis pluribus constiterit: dividatur more solito & quotus in loco convenienti scribatur: ita habetur pars secunda radicis.

4. Idem quotus ponatur quoque sub nota dextima illius classis & factum ex numero subscripto integro in quotum modo inventum a numero quadrato superiore subducatur.

5. Quod-

5. Quodsi operatio juxta regulam tertiam & quartam in reliquis classibus iteretur; prodibit radix quæsitæ.
6. Si radix ducatur in se ipsam, prodibit numerus datus quadratus. Et hoc est examen, ex quo patet, utrum operatio rite sit peracta nec ne (§. 74).

1179156 (134	Examen : 134
11 : : : :	134
79 : :	536
23 : :	402
69 : :	134
10156	17956
2164	
1056	
0	

### SCHOLIUM.

78. Si numerus propositus non est verus quadratus, haberi possunt 10 particulae, 100 particulae &c. si 2, 4 &c. cyphrae dextrorsum adjungantur & operatio continuetur. Si enim unitas in numero quadrato in 100 partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in 100); radix in decem partes dividitur (§. 72). E. gr. si fuerit extrahenda radix quadrata ex 345, operatio sic procedit.



$$\begin{array}{r}
 3145 \quad (18\frac{57}{100} \\
 \hline
 11: \\
 \hline
 2145 \\
 \quad 28 \\
 \hline
 224 \\
 \hline
 2.1.10.0 \\
 \quad 386 \\
 \hline
 1825 \\
 \hline
 27.5.10.0 \\
 \quad 3707 \\
 \hline
 25949 \\
 \hline
 1551
 \end{array}$$

*Extractionem radice quadratæ examinaturus numerum inventum ducat in se ipsum & facto residuum addat: Quodsi numerus propositus cum tot cyphris, quot adjunctæ fuerunt, prodeat; operatio rite peracta (§. 74). E. gr.*

$$\begin{array}{r}
 1857 \\
 1857 \\
 \hline
 12999 \\
 \quad 9285 \\
 14856 \\
 1857 \\
 \hline
 3448449 \\
 \quad 1551 \\
 \hline
 3450000
 \end{array}$$

P R O.

## PROBLEMA XIV.

79. *Ex numero dato radicem cubicam extrahere.*

## RESOLUTIO.

1. Numerus datus distinguatur in classes, tres notas unicuique assignando, initio a dextris facto. Etenim ex tot notis radix componitur, quot classes emergunt.
2. In Tabula radicum (§. 76) quæretur numerus cubicus ad eum, qui in classe finistima continetur maxime adpropinquans atque ab hoc subtrahatur: ejus vero radix in loco quoti scribatur. Ita habetur pars prima radices.
3. Quoti inventi quadratum triplum scribatur loco divisoris sub nota finistima classis subsequæ & inde porro sinistrorsum, si ex pluribus notis constiterit & dividatur more consueto: prodibit pars secunda radices.
4. Divisor ducatur in novum quotum & productum sub eo scribatur; sub  
nota



nota vero media classis ejusdem terminetur factum ex triplo quadrato novi quoti in antecedentem ; sub dextima denique cubus novi quoti. Hæc tria facta in unam summam collecta ex notis numeri cubici superscriptis subtrahantur.

5. Quodsi operatio per reliquas classes juxta regulam tertiam & quartam continuetur ; prodibit radix quæsitæ.

$$\begin{array}{r} 47 \overline{) 14371928} \quad (362 \\ 271 : : : \end{array}$$

	20	1437	:	:	:
Divisor	(27)	:	:	:	:
Fact. ex Div. in N.Q.	16	2	:	:	:
— ex tr. $\square$ N.Q. in P.	3	24	:	:	:
Cubus novi Quoti		216	:	:	:

$$\text{Summa Factorum} \quad 19 \ 656 \quad : : :$$

	781	19.28	:	:
Divisor	(3888)	8	:	:
Fact. ex Div. in N.Q.	777	6	:	:
— ex tr. $\square$ N.Q. in P.	4	32	:	:
Cubus novi Quoti		8	:	:

$$\text{Summa Factorum} \quad 781 \ 928$$

# ELEMENTA

## SCHOLIION.

80. Quodsi unitas in numero cubico in 1000 partes æquales dividatur (quod fit du-  
cendo eam in 1000); radix in decem partes  
dividitur (§. 73). Hinc si numerus aliquis datus  
non est verus cubus, adjungantur dextrorsum 3  
cyphræ pro decem particulis, adhuc tres pro centum  
particulis &c. & operatio juxta regulam ordi-  
nariam continuetur. E. gr. Si fuerit extrahenda  
radix cubica ex 3.

$$\begin{array}{r}
 3 \ 000 \ 000 \ (1 \ \frac{44}{100}) \\
 1 : : : \\
 \hline
 2. \ 000 \\
 (3) : : \\
 1 \ 2 : : \\
 48 : \\
 64 \\
 \hline
 1 \ 744 \\
 \hline
 256. \ 0.0.0 \\
 (58 \ 8) : : \\
 235 \ 2 : : \\
 6 \ 7 \ 2 : \\
 6 \ 4 \\
 \hline
 2 \ 4 \ 1 \ 9 \ 8 \ 4 \\
 \hline
 1 \ 4 \ 0 \ 1 \ 6
 \end{array}$$

Extrac-



*Extractionem radicis cubicæ examinaturus numerum inventum ducat in se ipsum & factum denno in eundem. Producto posteriori addat, si quod fuerit, residuum. Quodsi numerus propositus cum tot cyphris, quot annexæ fuerunt, prodeat, operatio legitime peracta (§. 75).*

Examen : 144 Radix.

144

576

576

144

20736 Numerus Quadratus.

144

82944

82944

20736

2985984

14016

3000000 Numerus Cubicus.

## THEOREMA II.

81. *In Proportionē Geometrica factum ex membro primo in quartum æquatur facto ex secundo in tertium.*

3 . 6 :: 4 . 8

4

3

24

24

Wolff. Comp. Math. Tom. I.

D

DE

## DEMONSTRATIO.

Membrum secundum prodit primo, quantum verò tertio in exponentem rationis ducto (§. 53). Si igitur membrum primum ducatur in quartum, factum enascitur ex primo & tertio membro atque exponente rationis. Si membrum secundum ducatur in tertium, factum similiter ex primo & tertio membro atque exponente rationis enascitur. Consequenter facta sunt inter se æqualia (§. 26). Q. E. D.

## COROLLARIUM.

82. Quamobrem si tres numeri fuerint proportionales, ita ut medius duobus fungatur locis (§. 55); factum extremorum æquatur medii quadrato (§. 72).

## THEOREMA III.

83. *Si quatuor numeri vel quantitates proportionales fuerint, erit quoque permutando ut prima ad tertiam ita secunda ad quartam.*

## DEMONSTRATIO.

Membrum secundum prodit primo in exponentem rationis ducto; quar-



tum vero tertio in eundem exponen-  
tem ducto (§. 53). Est ergo membrum  
secundum ad quartum ut primum ad  
tertium (§. 58). Q. E. D.

## PROBLEMA XV.

84. *Inter duos numeros (8 & 72) me-  
dium Geometrice proportionalem invenire.*

### RESOLUTIO.

1. Datorum unus (72) multiplicetur  
per alterum (8).
2. Ex facto (576) extrahatur radix qua-  
drata (24) (§. 77); qui erit nume-  
rus quæsitus (§. 82).

## PROBLEMA XVI.

85. *Datis tribus numeris (3, 12, 5)  
quartum; aut duobus, tertium Geometri-  
cæ proportionalem invenire.*

### RESOLUTIO.

1. Secundus (12) ducatur in tertium  
(5), aut in altero casu secundus in  
se ipsum.

D 2. 2. Fac

2. Factum (60) dividatur per primum (3). Quotus (20) est quartus (§. 81), in alero casu tertius quæsitus (§. 82).

### SCHOLION I.

86. Resolutio hujus Problematis vulgo Regula trium appellatur, quia ex tribus numeris invenitur quartus. Usus ejus amplissimus tam in vita communi, quam in Scientiis. Facile autem apparet, hac regula nullibi esse utendum, nisi ubi de numerorum datorum proportionem constiterit. E. gr. Si vas ingens aqua repletum per exiguum in fundo foramen effluxura, si aperiatur. Ponamus, intra 2 minuta prima effluere 3 congios. Inveniri debet, quanto tempore 200 congii effluant. Tres in hoc casu dantur numeri, quartus inveniens. Enimvero notum est, aquam sub initium celerius, postea tardius effluere, consequenter quantitatem aquæ effluentis non esse tempori proportionalem. Quamobrem hæc quæstio per Regulam trium solvi nequit.

### SCHOLION II.

87. Quæ in commercium veniunt, pretiis suis proportionalia sunt. Qui enim duplum mercis accipit, duplum: qui triplum accipit, triplum pretium solvit. Dato igitur pretio quantitatis cujusdam determinatæ mercis, per Regulam trium invenitur pretium quantitatis cujuscunque alterius datæ, aut quantitas mercis dato cuicunque alteri pretio respon-



respondens. E. gr. pretium 3 librarum sunt 4 thaleri, quantum est pretium 17 librarum? Hic manifestum est, toties 3 lb in 17 lb contineri debere, quoties 4 thaleri utpote pretium 3 librarum continentur in pretio 17 librarum, quod quaeritur & juxta Regulam trium ita invenitur.

$$3 \text{ lb} \text{ --- } 17 \text{ lb} \text{ --- } 4 \text{ Th.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \\ \hline 68 \quad (22 \frac{2}{3} \text{ th.} \\ 68 \quad 33 \end{array}$$

Item: 3 libræ veneunt 4 th. quot 22  $\frac{2}{3}$  thaleris? Hic iterum manifestum, toties pretium 3 librarum scilicet 4 th. in pretio librarum quaesitarum scilicet 22  $\frac{2}{3}$  th. contineri debere, quoties 3 libræ continentur in libris quaesitis; harum numerus per Regulam trium ita innotescit:

$$4 \text{ Th. --- } 22 \frac{2}{3} \text{ Th. --- } 3 \text{ lb}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 68 \quad 2 \\ 68 \quad (17 \text{ lb} \\ 44 \end{array}$$

Hinc simul patet, quomodo Regula trium examinetur, hoc est, inveniatur, utrum operatio per eam rite peracta, nec ne.

### SCHOLIION III.

88. Similiter merces operariorum est tempore proportionalis, quo labore defunguntur; etiam

D 3 quanti-

quantitas laboris eidem tempori proportionalis, si æqualibus articulis æqualia pensa absolvuntur; eadem numero operariorum proportionalis, si pensa æqualia singuli absolvunt &c. E. gr. Intra 1 horam 6 libri folia perleguntur: Quanto horarum spatio 360 perlegi poterunt? Numerus desideratus invenitur juxta Regulam trium ita:

$$6 \text{ F.} \text{ --- } 360 \text{ F.} \text{ --- } 1 \text{ H.}$$

I

360

66

(60 Horæ.

### SCHOLIION IV.

89. Si numeri dati fuerint diversæ speciei, non eandem proportionem habent, quam res ipsis respondententes: ad eandem igitur speciem reducendi priusquam Regula trium uti licet. Ita Thaleri in Grossos, Grossi in Nummos, Libræ in Semiuncias, Horæ in Minuta &c. convertuntur. E. gr. 3 Libræ & 4 Semiuncie veneunt 2 Thaleris & 4 Grossis, quanti Libræ 2? Calculus talis est:

$$3 \text{ lb } 4 \text{ S} \text{ --- } 2 \text{ lb} \text{ --- } 2 \text{ Th. } 4 \text{ gr.}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 100 \text{ S.} \end{array} \text{ --- } \begin{array}{r} 32 \\ \hline 64 \text{ S.} \end{array} \text{ --- } \begin{array}{r} 24 \\ \hline 52 \text{ gr.} \end{array}$$

52

128

320

3328

3328 (33  $\frac{28}{100}$  gr.

1100 (seu 33  $\frac{28}{25}$  gr.

SCHO.



SCHOLION V.

90. Sæpiissime accidit, ut fractiones residuas aliam totius, quam quæ usu recepta, exigant divisionem. Ita in exemplo præcedente Grossus in 25 partes dividendus; nos vero dividimus eum in 12. Quamobrem fractio alia est invenienda, quæ datæ  $\frac{7}{25}$  æquivalet & pro numeratore habet 12. Jam cum numerator fractionis quæsitus in 12 toties contineri debet, quoties numerator datus 7 in suo denominatore 25 (§. 62); hæc quoque transmutatio per Regulam trium absolvi potest modo, qui sequitur (§. 85).

$$\begin{array}{r} 25 \text{ — } 7 \text{ — } 12 \\ \quad \quad \quad 7 \quad \quad 29 \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad 84 \quad (3 \frac{9}{25} \text{ num.}) \\ 84 \quad \quad 25 \end{array}$$

Quoniam nummus ulterius non dividitur, fractio  $\frac{9}{25}$ , quæ paulo major quam  $\frac{1}{3}$  unius nummi, negligitur: alias poterat quoque valor ipsius similiter per Regulam trium inveniri.

SCHOLION VI.

91. In Scriptis Arithmeticorum Regula trium inversa occurrit, sed ea opus non est, si numeri, prout proportio exigit, ordinentur. E. gr. 125 milites operi exstruendo 6 menses impendunt: quantus requiritur militum numerus, ut intra 2 absolvatur? Evidens est, quod 2 menses in 6 mensibus toties contineantur, quoties numerus militum, qui

D 4 opus

opus intra 6 menses absolvunt, continetur in numero militum, qui intra 2 idem exstruunt. Quo minore enim temporis intervallo exstruitur, eo major militum numerus requiritur. En calculi typum:

$$2 \text{ Mens.} \text{ --- } 6 \text{ Mens.} \text{ --- } 125 \text{ Mil.}$$

6.

+ +

$$750 \text{ (375 Mil.)} \quad 750$$

222

## SCHOLION VII.

92. Interdum gemina Regulae trium applicatione opus est, antequam numerus quæsitus innotescat: Ea vulgo pro peculiari Regula venditatur. Et ab aliis Regula de quinque, ab aliis Regula composita appellatur. E.gr. 300. th. dant intra 2 annos usuram 36 thalerorum, quantam dabunt 20000 th. intra 12 annos? Hic per Regulam trium primum invenitur, quanta sit usura a 20000 expectanda intra 2 annos. Dein per eandem investigatur, quanta eadem intra 12 annos existat, modo sequenti.

$$300 \text{ Th. --- } 20000 \text{ Th. --- } 36 \text{ UC.}$$

36

+

720000

720000

$$(2400 \text{ th.})$$

333300



2 A. — 12 A. — 2400. Uf.

$$\begin{array}{r}
 28800 \\
 22222 \quad (14400 \text{ th.} \\
 \hline
 12 \\
 4800 \\
 24 \\
 \hline
 28800
 \end{array}$$

SCHOLION VIII.

93. Exemplis istiusmodi Regula trium semel applicata satisfacere potest. Cum enim bis 300 th. eandem dent usuram intra 1 annum, quam 300 intra 2 & duodecies 20000 tantam intra 1 annum, quantam 20000 intra 12; omissis temporis circumstantiis, ita inferatur: bis 300, id est 600 th. dant usuram (intra annum scilicet) 36, quantam dabunt duodecies 20000, id est 240000 th. (itidem intra annum?)

300 Th. 2 A. — 20000 Th. 12 A. — 36 Uf.

$$\begin{array}{r}
 2 \qquad \qquad \qquad 12 \\
 \hline
 600 \qquad \qquad \qquad 240000 \\
 36 \qquad \qquad \qquad 22 \\
 \hline
 8640000 (14400 \text{ th.} \\
 1440000 \quad 6666600 \\
 72 \\
 \hline
 8640000
 \end{array}$$

Posterior hæc methodus priori præfertur; quod in illa ad fractionum tædia sæpe prolabimur.

## SCHOLION IX.

94. Dantur & alia exempla, in quibus iterata Regula trium applicatione supersedere non licet. Ita, si commune Sociorum lucrum vel damnum inter eos distribuendum, toties applicatur, quot sunt Socii. Quia enim is, qui duplum confert, duplum lucratur & amittit &c. erit ut summa collatorum ad collatum quodlibet parziale ita lucrum vel damnum commune ad lucrum vel damnum parziale ipsi respondens. E. gr. Lucrum commune trium personarum est 2000 th. Collatum Primi 1000 th. Secundi 500 th. Tertii 300 th. inveniri debent lucra partialia singulis convenientia. En typum calculi:

Collatum primi 1000 Th.

secundi 500 —

tertii 300 —

Summa collatorum 1800

1800 Th. — 1000 Th. — 2000 Th.

2 000

+++ 2000000

++++

2000000 (1111  $\frac{2}{8}$  th. Lucrum primi.

888800

+++

1800 Th. — 500 Th. — 2000 Th.

2 000

+++

1000000

+++

1000000 (555  $\frac{10}{8}$  th. Lucrum secundi.

888800

++

1800



1800 Th. — 300 Th. — 2000 Th.

2 000

600000

33

3666

600000 ( 333  $\frac{6}{8}$  th. Lucrum tertii.

88800

++

# E X A M E N.

IIII  $\frac{2}{8}$  Lucrum primi.

SSS  $\frac{10}{8}$  secundi.

333  $\frac{6}{8}$  tertii.

2000 th. Lucrum commune.

## S C H O L I O N X.

95. Non desunt alia exempla, quæ calculum eundem requirunt, ut cum non solum in Medicina, sed etiam in aliis Artibus & Scientiis ex data ratione, quam pondera miscibilium inter se habent, inveniuntur pondera miscibilium requisita, ut mixtum integrum sit ponderis dati. E. gr. Tria simplicia compositionem alicujus medicamenti ingrediuntur, dosis unius est 4, alterius 5, tertii 2 unciarum: inveniri debent doses singulorum requisitæ, ut pondus compositi sit 8 librarum. En calculi typum:

Pondus

## E L E M E N T A

Pondus	{	primi	}	simplicis	4	Unc.
		secundi			5	
		tertii			2	

---

Summa 11 Unc.

11 Unc. — 8 lb — 4 Unc.

16

128 Unc. +

4

+76

512 (46  $\frac{6}{11}$  Unc. Pond.  
simp. primi.

512

+++

+

11 Unc. — 128 Unc. — 5 Unc.

5

+

+92

640

640 (58  $\frac{2}{11}$  Unc. Pond.  
simp. secund.

+++

+

11 Unc. — 128 Unc. — 2 Unc.

2

33

+56

256

+++

(23  $\frac{3}{11}$  Unc. Pond.  
simp. tertii.

+

## E X A M E N.

Pondus simplicis primi 46  $\frac{6}{11}$  Unc.

secundi 58  $\frac{2}{11}$

tertii 23  $\frac{3}{11}$

---

Pondus mixti 128 Unc. — 8 lb

SCHO.



SCHOLIION XI.

96. Subinde compendiis locus datur, quæ Practicæ Italicæ nomen ferunt. Ex iis utilissima commemoramus. Nimirum quoniam per Regulam trium ad tres numeros datos invenitur quartus proportionalis (§. 85), si autem duo numeri per eundem numerum dividantur, quoti emergentes rationem cum illis habent communem (§. 59); quare primus & secundus vel etiam (§. 83) primus & tertius per eundem, si fieri potest, numerum exacte dividantur & quoti in ipsorum loca surrogentur: ceu ex subsequente apparet exemplo.

3 is constant 9 Thal. quantum 7 is?

3) I 3 3  
Fac. 21 Thal.

14  $\hbar$  constant 26 Thal. quantum 7  $\hbar$ ?

Fac. 13. thal.

## SCHOLIION XII.

97. Si numerus primus vel tertius fuerit 1 & alter eorum non nimis magnus, medius autem ex numeris diversæ speciei componatur, absque reductione in Schol. 4 (§. 89) præscripta calculus initur; ut sequens exemplum docet.

*Pretium 1 lb est 3 th. 8 gr. 6 num. quant. 5 lb*

Fac. 16th. 18 gr. 6 num.

*Manifestum scilicet est, bis 6 nummos conficere grossum unum, adeoque quinquies 6 num., 2 gr.*  
6 num.

6 num. Similiter ter 8 grossi thalerum unum & insuper bis 8 grossi efficiunt 16 gr. Quodsi ergo thalerus iste reliquis 15 th. & 2 priores gr. reliquis 16 gr. addantur: prodibit pretium quæsitum 16 th. 18 gr. 6 num.

## SCHOLION XIII.

98. Si duo numeri ejusdem denominationis unitate differant, singulari quodam compendio utimur, quod ex subjunctis exemplis manifestum. E.gr. Pretium 5 librarum est 30 thalerorum, quantum erit 4 lb? R. Quoniam pretium 4 lb una parte quinta deficere debet à pretio 5 lb; pretium datum 30 dividatur per 5 & quotus 6 ab eodem subtrahatur, relinquitur quæsitum 24. Item: pretium 8 lb est 24 th., quantum erit lb 9? R. Quia pretium 9 lb una parte octava excedit pretium 8 lb, pretium datum 24 dividatur per 8 & quotus 3 eidem addatur, summa 27 erit quæsitum.

## SCHOLION XIV.

99. Nonnunquam compendiis pluribus una uti datur. E. gr.

Pret. 100 lb est 30 Th. 4 gr. quant. 50 lb?

50) 2      2) ————— I

Fac. 15 th. 2 gr.

Item Pret. 60 lb est 80 Th. quant. 2520 lb

60) I      6      42

480

6

7

Fac. 7

3360 thal.

FINIS ARITHMETICÆ.

ELE.



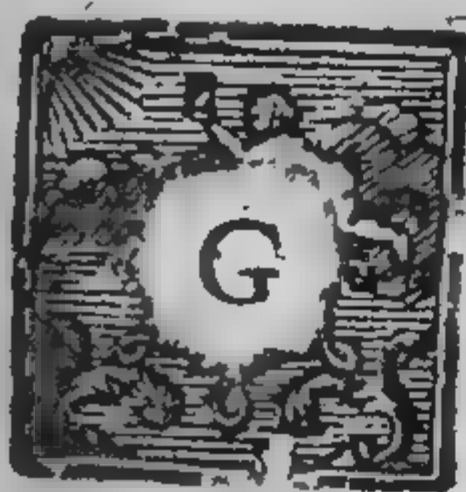


# ELEMENTA GEOMETRIÆ.

---

## DEFINITIO I.

I.



GEOMETRIA est Scientia spatii, juxta longitudinem, latitudinem, & profunditatem, à Corporibus occupati.

## DEFINITIO II.

2. *Longitudo* absque latitudine, & profunditate considerata, *Linea* dicitur; ejus vero initium & finis *Punctum*, quod proinde tanquam partibus vacans concipiendum est, alioquin foret

*Wolff. Comp. Math. Tom. I. E Li-*

Linea, rursusque initium & finem haberet. Quando Punctum à termino ad terminum moveri cogitatur, Linea, describitur.

## S C H O L I O N.

3. Neque sine ratione Punctum, ut indivisibile concipiunt Geometrae, ut ut nec imaginatio, nec instrumentorum ope manus nostrae, indivisibile punctum formare queant. Ne sc. extremitas lineae fieret ejus pars; quod in Praxi Geometrica studiose vitandum.

## D E F I N I T I O III.

4. Similitudo est identitas eorum, per quæ res à se invicem discerni debent.

## S C H O L I O N.

5. Ponamus te habere duas res, A & B, prorsus similes, teque sigillatim contemplari utramque. Diligenter animum advertis ad singula, quæ in re A observari possunt, & observata chartæ inscribis: pari diligentia, singula notas, quæ in re B agnosci possunt, jam si in utraque Scheda notata contuleris, prorsus eadem esse deprehendes. Quantitas tamen excipitur, quia nudis verbis explicari nequit.

C O R O L.



## COROLLARIUM.

6. Similia igitur a se invicem distinguere nequeunt, nisi vel actu, vel ope cujusdam tertii ex. gr. mensuræ, in mente conferantur.

## DEFINITIO IV.

7. *Linea recta* A B est, cujus pars quæcunque est toti similis. *Linea Curva* A B est, cujus partes toti dissimiles. Tab. I.  
Fig. I.

## SCHOLIUM I.

8. In charta, linea recta ducitur graphio, penna vel plumibagine, juxta regulam ad puncta data applicatam; in ligno vel saxo; filo, creta vel carbone delibuto; in campo vero, designatur, per duos in extremitatibus lineæ erectos baculos. Cum duobus baculis, tertius in eadem recta constituitur, si oculo in unum directo, reliqui non appareant.

## SCHOLIUM II.

9. Pro mensura linearum assumitur determinata linea vel longitudo, quæ Decempeda  
E 2 vel

vel *Pertica* appellatur. Dividitur illa ad vitandum calculi tedium in 10 partes æquales, quæ pedes vocantur. Pes subdividitur in 10 digitos, digitus in decem lineas. Quoniam vero mensura est arbitraria, facile intelligitur quod Pes ubivis gentium non ejusdem quantitatis sit.

### SCHOLION III.

10. Probe etiam notandum, quod non eadem ubivis locorum, *perticæ*, pedumque divisio est. Mensura *Rhenana* constanter in 12 partes dividitur, cum contra *geometrica* 10 tantum partes habeat.

### DEFINITIO V.

11. Linearum curvarum notissima hodie & utilissima est. *Circulus*. Generatur *circulus*, si linea recta *C A* circa punctum fixum *C* rotatur,

### SCHOLION.

12. In charta *circulus* peculiari instrumento describitur, quod *Circinus* dicitur. In solo, & quotiescunque *Circini* apertura debita fieri nequit, loco lineæ utimur filo, funiculo, aut *pertica*: quemadmodum etiam peculiare *Circini* *Perticales* adhibentur.



## D E F I N I T I O VI.

13. Punctum C vocatur *Centrum*, Tab. 1. quia omnia peripheriæ puncta æqualiter ab eo distant (§. 11.); recta CA *Semidiameter* vel *Radius*; recta DE ab uno peripheriæ puncto D ad alterum E per centrum C ducta, *Diameter*; alia quæcunque FG simili modo sed non per centrum ducta, *Chorda* item *subtensa*. Fig. 2.

## S C H O L I O N.

14. Peripheria cujuslibet Circuli tam magni, quam parvi in 360 partes æquales vel gradus dividitur. Quia hic numerus per plures numeros accurate divisibilis est, ut per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, &c. Quivis Gradus in 60 Minuta prima, minutum quodlibet in 60 Secunda subdividitur &c. Gradus designantur per ( $^{\circ}$ ) quemadmodum Decempeda; Minuta per ( $'$ ) quemadmodum pedes &c. E. gr.  $3^{\circ}.25'.17''$  denotat 3 Gradus, 25 Minuta, 17 Secunda,  $3^{\circ}.2'.4''$  3 Decempedas, 2 Pedes, 4 Digtos.

## D E F I N I T I O VII.

15. Si duæ lineæ AB & AC in Tab. 1. E 3 uno Fig. 3.

uno puncto *A* conjunguntur, mutua earum inclinatio *Angulus* vocatur.

### SCHOLIUM.

16. Hic angulus vel unica littera *A*, vel confusionis vitandæ gratia, cum aliis angulis, interdum tribus litteris *BAC* enunciatur, ita ut vertici ad scripta, medio loco ponatur. Ejus vero quantitatem per arcum circuli ex centro *A* arbitraria Circini apertura descriptum metiri solemus. Tot scilicet graduum & minutorum dicitur esse angulus, quot graduum & minutorum est arcus *DE*. Eorum autem numerus investigatur, per semicirculos ex orichalco paratos, quorum minores quibus in charta utimur Transportatores appellantur.

### DEFINITIO VIII.

TAB. I.  
Fig. 4.

17. Linea *AB* alteri *CD* ita insistent, ut anguli sint utrobique inter se æquales; ad *CD* perpendicularis vel normalis dicitur.

### DEFINITIO IX.

TAB. I.  
Fig. 4.  
Fig. 5.  
Fig. 6.

18. Angulus *ABC*, quem perpendicularis *AB* cum linea *BC*, efficit, dicitur *Angulus rectus*; Angulus quicun-



cunque minor E, *Angulus acutus*; & Angulus quicunque maior F, *Angulus obtusus*.

D E F I N I T I O X.

19. Si angulus A recta B C clauditur, oritur *Triangulum*. Dicitur *Rectangulum*, si angulus unus A rectus est: *Obtusangulum*, si angulus unus D est obtusus: *Acutangulum*, si omnes tres sunt acuti. Contra, si omnia tria latera A B, B C, C A, sunt æqualia vocatur *Triangulum Æquilaterum*: si duo latera A B, & B C æqualia, *Triangulum Æquicrurum* vel *Isofceles*: si nulum latus alteri æquale, *Triangulum Scalenum*, ut H I K.

T A B. I.  
Fig. 7.  
8. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

D E F I N I T I O XI.

20. *Quadratum* est figura quatuor æqualia latera A B, B C, C D, A D & singulos angulos rectos habens. *Oblongum* vel *Rectangulum* habet singulos angulos rectos, sed tantum duo latera opposita E F & H G, item E H

T A B. I.  
Fig. 12.  
Fig. 13.

E 4 &

- Fig. 14.* & F G æqualia. *Rhombus* habet quatuor latera I K, K L, L M, I M, æqualia, & singulos angulos obliquos.
- Fig. 15.* *Rhomboides* habet quidem singulos angulos obliquos, sed tantum duo latera opposita O N & O P, P Q, & Q N æqualia. Quadrilatera reliqua appellantur *Trapezia*, ut S T V Z.
- Fig. 16.*

## DEFINITIO XII.

- Fig. 17.* 21. Figuræ reliquæ quibus plura quam quatuor latera sunt, *Poligona* vocantur: & in specie *Pentagona*, si quinque; *Hexagona*, si sex latera æqualia habent &c. Si & omnia latera & omnes anguli sunt inter se æquales, ut in A B C D E F, Figura *Regularis* vel *Ordinata* dicitur: sin & anguli inter se & latera sunt inæquales: ut in G H I K L, Figura *irregularis* vel *inordinata* dicitur.
- Fig. 18.*

## DEFINITIO XIII.

TAB. I.  
*Fig. 19.*

22. Duæ lineæ A B & C D ubique  
can-



eandem à se invicem distantiam servant, sunt *Lineæ Parallelæ*.

DEFINITIO XIV.

23. Quadrilatera, quorum opposita latera sunt inter se parallela, *Parallelogramma* dicuntur.

AXIOMA I.

24. *Inter duo puncta non nisi unica recta cadit.*

COROLLARIUM I.

25. Duæ igitur rectæ spatium comprehendere nequeunt, quia in suis punctis extremis concurrere debent.

COROLLARIUM II.

26. Consequenter in omni triangulo duo latera AB & BC, simul sumpta sunt tertio BC majora.

TAB. I.  
Fig. 7. 9.  
10.

AXIOMA II.

27. *Omnes radii ejusdem Circuli sunt inter se æquales (§. 13.)*

ES AXIO-

TAB. I.  
Fig. 10.

28 Omnes arcus DE & BC ex vertice anguli alicujus A, intra ejus crura AB & AC descripti, eundem habent graduum numerum.

## COROLLARIUM.

29. Quia quantitas Anguli A ex numero graduum ejusmodi arcus DE vel BC æstimatur (§. 16.); perinde est pro dimetiendo angulo, sive magno sive parvo radio, arcus iste describatur.

## AXIOMA IV.

30. Lineæ rectæ & anguli, qui se mutuo tegunt sunt æquales: & contra si æquales sunt se mutuo tegunt.

## AXIOMA V.

31. Figuræ quæ se mutuo tegunt similes & æquales sunt: & quæ æquales & similes sunt se mutuo tegunt (§. 4.)

## SCHOLIUM.

32. Probe notandum ab æqualibus figuris requiri,



quiri, ut se mutuo tegant: ~~er~~ vero etsi superior inferiori superimposita eam tegeret, inferior tamen superiori superimposita eam minime tegeret, nisi æquales essent. Scilicet figuræ ita sibi mutuo impositæ, ut se mutuo tegant, eandem habent perimetrum.

## A X I O M A VI.

33. Si duæ figuræ vel lineæ eodem modo generantur vel describuntur, & ea, per quæ generantur vel describuntur, utrinque similia sunt; figuræ & lineæ sunt inter se similes (§. 4.).

## C O R O L L A R I U M.

34. Cum itaque omnia puncta (§. 2. 4.), & rectæ sint inter se similes (§. 7.), & quilibet Circulus generetur, si recta circa punctum rotetur (§. 11.) omnes circuli eorumque peripheriæ inter se similes esse debent.

## A X I O M A VII.

35. Duo anguli qui eandem habent mensuram sunt inter se æquales: & contra si æquales sunt, eandem habent mensuram (§. 16.)

A X I O-

TAB. I.  
Fig. 21.

36. Super quavis linea  $AB$ , ex assumpto in illa puncto  $C$ , describi potest Semicirculus (§. 11.)

## COROLLARIUM.

37. Si ex centro  $C$  erigatur perpendicularis  $CD$ , erunt anguli  $o$  &  $x$  inter se æquales (§. 17). Anguli igitur recti mensura est quadrans, hoc est,  $90^\circ$  (§. 16. 36), & proinde omnes Anguli recti sunt inter se æquales (§. 35): & Angulus recto æqualis, etiam rectus est (§. 35.)

## THEOREMA I.

38. Duo anguli  $x$  &  $o$ , quos linea  $DC$  super alia linea  $AB$  efficit, junctim sumti conficiunt  $180^\circ$ .

## DEMONSTRATIO.

TAB. I.  
Fig. 22.

Ex  $C$  super linea  $AB$  describi potest semicirculus (§. 36). Proinde mensura summæ angulorum  $x$  &  $o$  semicirculus est (§. 16); consequenter



ter conficiunt  $180^\circ$ . (§. 14). Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

39. Si igitur in campo angulus inacces-  
sus metiendus est, vel obtusum Quadrante  
metiri debemus; illius loco angulum conti-  
guum metimur.

THEOREMA II.

40. Si recta AB secet alteram CD in E, anguli verticales o & x sunt equal-  
es. TAB. I.  
Fig. 23.

DEMONSTRATIO.

Nam  $o + u = 180^\circ$  &  $u + x = 180^\circ$   
(§. 38). Adeoque  $o + u = u + x$  (§. 22  
Arithm.); consequenter  $o = x$  (§. 28  
Arithm.). Q. E. D.

COROLLARIUM.

41. Proinde in campo aut alibi ubi angu-  
los mensurare necesse habemus, loco anguli  
 $x$  ejus verticalem o metiri licet, si forte ille  
inaccessus fuerit.

THEO-

## THEOREMA III.

TAB. I. 42. Omnes anguli circa punctum E  
Fig. 24. constituti, quatuor rectis æquales sunt vel  
 $360^\circ$ .

## DEMONSTRATIO.

Eorum mensura est circulus integer (§. II. 16). Adeoque junctim sumti, continent quatuor rectos (§. 37) vel  $360^\circ$ . (§. 14). Q. E. D.

## PROBLEMA I.

43. Angulum propositum metiri.

## RESOLUTIO.

*In Charta*

TAB. II. 1. Centrum Transportatoris impo-  
Fig. 25. natur vertici Anguli A, & interior re-  
gulæ acies lineæ A B adaptetur.  
2. Gradus in arcu D E, intercepto  
inter crura anguli A C & A B, nume-  
rentur.

*In*



*In Campo.*

TAB. I.  
Fig. 26.

1. Instrumentum Goniometricum ita collocetur, ut diameter ejus AB uni cruri anguli respondeat.

2. Regula EF circa centrum D mobilis promoveatur, donec per pinnulas ipsi affixas collineanti, extremitas alterius cruris occurrat.

3. Numerentur gradus quos regula super instrumento. refecat. Ita in utroque casu innotescit quantitas anguli (§. 16).

## PROBLEMA II.

44. *Lineam rectam metiri.*

### RESOLUTIO.

Ante omnia paretur mensura. In *Charta* assumatur Linea, & ab ea abscindantur 10 particulæ æquales, quæ *Pedes* designent, & intervallum 10 pedum, quod *Decempedas* designet, in residuum Lineæ transferatur, quoties fieri potest. Quo facto mensura crit parata (§. 9).

In *Campo*, vel Catena vel Fune vel Pertica in digitos, pedes & de-

decempeda legitime divisus utimur, sufficit autem ultimam decempedam in pedes, & pedem ultimum in digitos dividi.

Quod si ergo *in charta* lineam metiri volueris.

TAB. II. 1. Ponatur Circini crus unum in  
Fig. 27. A & aperiatur usque ad B.

2. Deinde Circini crus unum invariata apertura, ponatur super initium Decempedæ alicujus ex. gr. in 10, & notetur quemnam Pedem alterum attingat, ex. gr. 5, erit Linea 1<sup>o</sup>. 5'.

*In Campo*

1. In utraque lineæ extremitate erigantur baculi, & si ea mensuræ longitudinem superet, constituentur inter hos, alii in eadem recta (§. 8).

2. Funis aut Catena ab uno baculo usque ad alterum extendatur.

3. Tandem Decempedæ, Pedes atque Digitus intercepti numerentur.

### SCHOLIUM I.

45. Extremitatibus Catenæ, utrinque duos annu-

anulos aptare poteris, duobus baculis trahendos, hosque cum baculo Lineæ mensurandæ semper in eadem recta collocare. (8)

## S C H O L I O N II.

46. Catenæ pondere sunt paulum molestæ; nec commode extenduntur. Si conversione perticæ lineam metimur, ejus crassitudo longitudini lineæ repertæ toties addenda; quoties perticæ conversa fuit; aut ejus longitudo crassitudine perticæ imminuenda. Funes cannabinos humor contrahit; & tensione inæqualiter extenduntur. Notat SCHWENTERUS (Geom. prat. lib. I. Tract. 2. pag. 381) sibi ejusmodi funem, sedecim pedum, cadente pruina; horæ unius intervallo fere integro pedè contractam fuisse. Ut igitur hi nævi tollantur, funiculi, ex quibus conficiuntur; in gyros contrarios contrahendi, ipse autem funis oleo lineo fervefaciendus, exsiccatusque, per ceram liquefactam trahendus, tandemque cerandus. Affirmat SCHEWENTERUS p. 382. insensibile longitudinis decrementum notari, etiamsi funem istiusmodi per diem integrum sub aquis demersum detineas.

## S C H O L I O N III.

47. Pro lineis in charta mensurandis artificiosius instrumentum datur Scala geometrica Wolff. Comp. Math. Tom. I. F di-



*dictum: quæ inferius demum dicendi locus erit.*

### PROBLEMA III.

48. *Angulum efficere æqualem dato*

#### RESOLUTIO.

Cas. I. Si angulus datur in gradibus.

TAB. II.  
Fig. 25.

1. Ducatur recta  $AB$ .  
2. Puncto  $A$  superimponatur centrum Transportatoris, & lineæ  $AB$  radius ejus.

3. Numerentur in illo a  $D$  versus  $E$ , tot gradus, quot datus angulus habere debet.

4. Apud gradum ultimum notetur punctum  $E$ .

5. Tandem ab  $A$  per  $E$  ducatur recta. Erit  $BAC$  angulus quæsitus.

Cas. II. Quando angulus  $DEF$  in charta datur.

1. Ex  $E$  arbitrario intervallo describatur arcus  $GH$ .

2. Ducatur recta  $ef$ .

3. Ex

3. Ex  $e$  intervallo priori describatur arcus  $hi$ .

4. Ponatur circini crus unum in  $H$ , & aperiatur usque ad  $G$ .

5. Hac apertura ex  $h$  abscindatur ab arcu  $hi$  arcus  $hg$ .

6. Ex  $e$  per  $g$  ducatur recta  $ed$

*Sic factum est, quod petebatur.*

Cas. III. In Campum, angulus in gradibus datus, ope instrumenti Goniometrici defertur, quemadmodum ex *Problemate primo* (§. 43) colligitur.

DEMONSTRATIO.

In casu primo & tertio non opus est demonstratione. In casu secundo, est arcus  $gh = GH$ , ut infra (§. 92) independenter ab his demonstrabitur, adcoque angulus  $def = DEF$  (§. 16. 35). Q. E. D.

THEOREMA IV.

49. Si in duobus Triangulis  $ABC$  TAB. I.  
&  $abc$  fuerit Angulus  $A = a$ ,  $AC$  Fig. 30.  
 $= ac$  &  $AB = ab$ ; erit etiam  $BC$   
 $= bc$ ,

$\text{---}bc$ ,  $B \text{---} \text{---}b$ ,  $C \text{---} c$  totaque Triangula equalia erunt.

### D E M O N S T R A T I O.

Concipiamus triangulum  $acb$ , ita super imponi alteri  $ACB$ , ut punctum  $a$  super  $A$  & recta  $ab$  super  $AB$  cadat. Quoniam  $ab \text{---} AB$  punctum  $b$  super  $B$  cadet (§. 30): & quia  $a \text{---} A$ , recta  $ac$  super  $AC$  cadet (§. 30), cumque etiam  $ac \text{---} AC$  punctum  $c$  super  $C$  (§. cit.): consequenter  $bc$  super  $BC$  cadet (§. 24). Proinde tota Triangula  $ACB$ . &  $acb$  æqualia sunt (§. 31.) &  $BC \text{---} bc$ , &c. (§. 30.) Q. E. D.

### T H E O R E M A V.

T A B. II. 50. Si in duobus triangulis  $ACB$   
Fig. 30. &  $acb$  fuerit angulus  $A \text{---} a$  &  $B \text{---} b$ ,  
præterea latus  $AB \text{---} ab$ ; Triangula  
equalia erunt &  $AC \text{---} ac$   $BC \text{---} bc$ .

### D E M O N S T R A T I O.

Concipiamus triangulum  $ABC$  ita super imponi alteri  $abc$ , ut punctum  
A



A super  $a$  & latus AB super latus  $ab$   
 cadat; tunc punctum B super  $b$ , recta  
 AC super  $ac$ , & BC super  $bc$  cadet  
 (§. 30). Jam cum rectæ AC & BC  
 in puncto C, & rectæ  $ac$  &  $bc$  in pun-  
 cto  $c$  concurrant, punctum C etiam  
 super punctum  $c$  cadet. Proinde trian-  
 gula æqualia sunt (§. 31) &  $AC = ac$   
 &c. Q. E. D.

## THEOREMA VI.

§ 1. Si in duobus Triangulis ACB TAB. II.  
 &  $acb$  fuerit  $AC = ac$ ,  $AB = ab$  Fig. 30.  
 &  $BC = bc$ ; erit etiam  $A = a$ ,  $B$   
 $= b$ ,  $C = c$  totaque Triangula æqualia  
 erunt.

## DEMONSTRATIO.

Ex A radio AB describatur arcus  
 $y$ , & ex C radio CB arcus  $x$ . Quo  
 facto, si concipiamus, triangulum  $acb$ ,  
 ita super imponi Triangulo ACB, ut  
 punctum  $a$  super A &  $c$  super C ca-  
 dat (§. 30); recta  $ab$  in arcu  $y$  &  $cb$   
 in arcu  $x$  terminabitur (§. 13); con-

sequenter punctum  $b$  super  $B$  cadet,  
ubi arcus se mutuo secant. Proinde  
Triangula (§. 31) & Anguli (§. 30)  
æquales sunt. Q. E. D.

### COROLLARIUM.

52. Consequenter ex datis tribus rectis,  
non nisi idem Triangulum construi potest.

### PROBLEMA IV.

TAB. II.

Fig. 31.

53. Super data recta  $AB$  Triangulum  
equilaterum construere.

### RESOLUTIO.

1. Posito circino in  $A$ , aperiatur  
usque ad  $B$ , eoque describatur supra  
lineam arcus.

2. Ponatur deinde circinus in  $B$ ,  
& eadem apertura describatur arcus  
alius, qui priorem in  $C$  interseca-  
bit.

3. Ex  $A$  &  $B$ , ad  $C$ , ducantur re-  
ctæ  $AC$  &  $BC$ . Ita factum est quod pe-  
tebatur.

DE-

## D E M O N S T R A T I O.

Etenim rectæ  $AC$  &  $BC$  ipsi  $AB$  æquales sumtæ fuerunt (§. 27). Ergo Triangulum  $ACB$  est æquilaterum (§. 19). Q. E. D.

## P R O B L E M A V.

54. *Datis duabus rectis  $AB$  &  $BC$  TAB. II.  
Triangulum equicrurum construere.* Fig. 32.

## R E S O L U T I O.

1. In una extremitate  $B$  rectæ  $AB$ , pro basi trianguli assumptæ, collocetur Circinus, & intervallo alterius rectæ datæ  $BC$ , describatur arcus.

2. Ex  $A$  eodem intervallo describatur arcus alius, qui priorem in  $C$  interfecabit.

3. Ex  $C$  ad  $A$  &  $B$  ducantur rectæ, & Triangulum desideratum constructum erit.

## D E M O N S T R A T I O.

Rectæ  $AC$  &  $BC$  æquales factæ fuerunt,  
E 4 runt,



runt. Quare Triangulum  $ACB$  est æquicrurum (§. 19). *Q. E. D.*

## PROBLEMA VI.

55. *Datis tribus rectis Triangulum construere.*

### RESOLUTIO.

TAB. II.

Fig. 33.

1. Assumatur datarum una  $AB$  pro basi Trianguli.

2. Ex  $A$  intervallo alterius  $AC$  describatur supra illam arcus, &

3. Ex  $B$  intervallo tertiæ  $BC$  arcus alius, qui priorem secabit in  $C$ .

4. Ducantur rectæ  $AC$  &  $CB$ ; & Triangulum erit constructum (§. 52).

### SCHOLION I.

56. *Si duo arcus se mutuo non attingunt, ex datis tribus rectis Triangulum construere nequit (§. 26).*

### SCHOLION II.

57. *Constructio figurarum maximam habet utilitatem. Ejus ope, cujuscunque Campi Ichno-*  
gra-

graphia perficitur, sine qua areæ ejus inveniri nequit. Imo postquam similitudinis principia in Geometriam introduxi, facit simul ad Demonstrationem similitudinis figurarum quemadmodum ex sequentibus patebit. Ex hoc porro colligere licet, quæ in Campo metiri oportet, si Ichno-graphiam perficere, id est Figuræ Campi similem, in charta construere volueris. Qua de causa nos minime tædet plura Problemata de Triangulis subungere.

## P R O B L E M A VII.

*Datis duabus rectis AB & AC & angulo intercepto A Triangulum construere.* TAB. II.  
Fig. 34.

## R E S O L U T I O.

1. Assumatur recta AB pro Basi &
2. In A fiat angulus dato æqualis (§. 48).
3. In rectam AD transferatur altera datarum AC, &
4. Ducatur ex C ad B recta. Quo facto Triangulum perfectum erit (§. 49).

## S C H O L I O N.

§9. In praxi nunquam opus est, ut lineæ  
F 5 inu-

inutiles, ut hic  $AD$ , producantur; sed statim ac regula applicata fuerit, punctum  $G$  designari potest.

### PROBLEMA VIII.

**TAB. II.** 60. *Datis duobus angulis, cum recta*  
*Fig. 35. interposita  $AB$ , Triangulum construere.*

#### RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem unam,  $A$  rectæ datæ  $AB$ , constituatur angulus uni datorum æqualis, &

2. Ad extremitatem alteram  $B$ , alius alteri datorum æqualis (48). Hoc pacto crura horum angulorum se mutuo secabunt in  $C$ , & formabunt Triangulum desideratum (§. 50).

### PROBLEMA IX.

**TAB. II.** 61. *Metiri distantiam duorum locorum*  
*Fig. 36.  $A$  &  $B$  ex eodem tertio  $C$  accesserum.*

#### RESOLUTIO.

1. In loco  $C$  ad arbitrium electo defigatur baculus.

2. In-



2. Investigetur longitudo linæ  $AC$  (§. 44), & referatur ex  $C$  in  $a$ , ita ut baculus in  $a$  defigendus, sit cum  $C$  & loco  $A$  in eadem recta (§. 8).

3. Eadem ratione investigetur longitudo linæ  $BC$ , referatur ex  $C$  in  $b$ , & defigatur, ut ante, in  $b$  baculus cum  $C$  &  $B$  in eadem recta (§. 8).

4. Tandem mensuretur longitudo rectæ  $ab$ , sic innotescet distantia desiderata.

### D E M O N S T R A T I O.

Nam anguli  $x$  &  $y$  sunt æquales (§. 40). Cum vero etiam  $AC = aC$  &  $BC = bC$ , erit  $ab = AB$  (§. 49).

*Q. E. D.*

### S C H O L I O N.

62. Quod si angustia spatii non permittat, ut integræ  $AC$  &  $BC$  in  $a$  &  $b$  referantur; poterunt vel semisses, vel tertia, aut quartæ partes ipsarum  $aC$  &  $bC$  referri: quo in casu erit  $ab = \frac{1}{2}$ , vel  $\frac{1}{3}$ , vel  $\frac{1}{4}$  ipsius  $AB$ , ceu infra (§. 152) demonstrabitur.

P R O.

90  
ELEMENTA  
PROBLEMA X.

63. *Fune vel Catena angulum in campo ex uno loco in alterum transferre.*

RESOLUTIO.

TAB. II.  
Fig. 37.

Sit transferendus angulus A in C.  
1. In utroque crure anguli dati A mensurentur duæ lineæ longitudinis arbitrariæ AF & AD, item linea transversa FD, quæ hinc oritur.

2. Transferatur ex C in d linea inventa AD, utrique baculo C & d funis ita applicetur, ut  $Cf = AF$ ,  $df = DF$  fiat.

3. In f defigatur baculus, erit angulus  $dCf = FAD$ .

DEMONSTRATIO.

Est enim  $AF = Cf$ ,  $AD = Cd$  &  $DF = df$ . Ergo quoque angulus C æqualis angulo A (§. 51).

PROBLEMA II.

64. *Invenire distantiam duorum loco-*  
60-

eorum, ad quorum unum B. tantum accessus patet. TAB. M.  
Fig. 38.

## R E S O L U T I O.

1. Baculo ad arbitrium in E defixo, recta BE ita referatur ex E in C, ut baculus in C defixus sit cum E & B in eadem recta (§. 8).

2. In C constituatur angulus ipsi B æqualis (§. 63).

3. Tandem ex C regrediendum versus D, donec baculus in D defixus sit cum F & C, itemque cum E & A in eadem recta.

Quo facto linea CD lineæ AB æqualis crit.

## D E M O N S T R A T I O.

Nam angulum C angulo B & rectam CE rectæ EB æquales fecisti. Præterea anguli verticales ad E sunt æquales (§. 40). Est ergo quoque  $CD = AB$  (§. 50.) Q. E. D.

## S C H O L I O N I.

65. Valent hic quoque ea, quæ ad Problema 9 annotavimus (§. 62).

S C H O.



# E L E M E N T A

## S C H O L I O N II.

66. Quod si latitudo fluminis investigari debeat, & recta BE ex E in C secundum ripam referri non posset; defigitur baculus in arbitraria a ripa distantia. Quo in casu recta CD longitudo eo major erit latitudine fluminis, quo majore intervallo baculus B a ripa remotus fuerit.

### P R O B L E M A XII.

TAB. II. 67. Per datum punctum C parallelam rectae AB in charta ducere.  
Fig. 39.

### R E S O L U T I O.

1. Regula ad rectam AB applicetur.  
2. Ponatur Circinus in C & aperiatur usque ad regulam; perinde ac si arcum describere velles, qui regulam vel rectam AB tangat.

3. Circinus juxta ductum regulæ promoveatur, ita crus alterum per punctum C parallelam desideratam DE describet (§. 22).

### A L I T E R.

Idem peragi potest ope *Parallelismi*.

*mi*: quod instrumentum ex duabus Re- TAB. II.  
gulis componitur, quæ duobus retina- Fig. 40.  
culis inter se æqualibus ita conjungun-  
tur, ut variis intervallis diduci queant.  
Quod si ergo ejusmodi Instrumentum  
ad manum habeas,

1. Regula una debite applicetur ad  
rectam datam A B &

2. Altera ad punctum C adducatur,  
ita

3. Per illud linea desiderata D E du-  
ci poterit.

## S C H O L I O N.

68. Quod si in prima resolutione Circinus TAB. II.  
usque ad punctum E aperiri nequit, in distan- Fig. 41.  
tia arbitraria ducatur ipsi A B parallela C D,  
& huic parallela L M per punctum datum E:  
erit L M etiam ipsi A B parallela. Nam E F  
= H I, & F G = I K. Ergo E F + F G  
= H I + I K hoc est, E G = H K. (§. 24 Arithm.):  
consequenter L M ipsi A B parallela (§. 22).

## P R O B L E M A XIII.

69. A dato puncto C ad rectam A B TAB. II.  
perpendiculararem demittere. Fig. 42.

R E S O -

# E L E M E N T A

## R E S O L U T I O.

1. Posito Circino in C, intervallo arbitrario interfecetur in duobus punctis D & E, recta AB.

2. Ex D & E intervallo arbitrario fiat intersectio in F.

3. Ducatur per C & F recta FG, hæc erit ad AB perpendicularis.

## D E M O N S T R A T I O.

Quoniam  $DC = CE$  &  $DF = FE$ ,  
erunt etiam anguli DFG & GFE  
(§. 51), consequenter anguli contigui ad G æquales (§. 49). Ergo recta CG ad AB perpendicularis (§. 17).  
Q. E. D.

## P R O B L E M A XIV.

70. Ex puncto C in recta AB dato perpendiculararem erigere.

## R E S O L U T I O.

1. Ponatur Circinus in C, &

2. In-



2. Intervallo arbitrario intersecetur recta  $AB$  in  $D$  &  $E$ .

3. Ex  $D$  &  $E$  eodem intervallo fiat intersectio in  $F$ .

4. Ducatur per  $C$  &  $F$  recta  $GC$ , quæ crit ad  $AB$  perpendicularis.

*D E M O N S T R A T I O.*

Quoniam  $DC = CE$  &  $DF = FE$ , erunt anguli ad  $C$  æquales (§. 51). Adeoque recta  $GC$  ad  $AB$  perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

*A L I T E R.*

Paretur Norma, hoc est, Instrumentum ex duabus regulis ad angulum rectum junctis compositum.

1. Hujus Instrumenti crus unum ita aplicetur ad lineam datam  $AB$ , ut anguli vertex punctum datum  $C$  attingat.

TAB. II.  
Fig. 44.

2. Ex puncto dato  $C$ , ducatur secundum crus alterum recta  $CD$ , quæ crit ad  $AB$  perpendicularis.

*D E M O N S T R A T I O.*

Angulus enim Normæ est rectus :  
*Wolff. Comp. Math. Tom. I. G Er-*

Ergo lineæ  $DC$  &  $CB$  juxta eam ductæ constituunt angulum rectum. Adeoque  $DC$  ad  $CB$  perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

## THEOREMA VII.

TAB. II. 71. *Si in duobus Triangulis rectangulis  $ABC$  &  $abc$  fuerit,  $AB = ab$ , &  $BC = bc$ , vel in obliquangulis insuper  $A = a$ , erit etiam  $AC = ac$ ,  $B = b$ ,  $C = c$ , totaque Triangula equalia erunt.*

## DEMONSTRATIO.

Descripto per  $C$ , intervallo  $BC$ ; arcu  $FG$ ; concipiamus Triangulum  $abc$  ita poni super alterum  $ABC$ , ut punctum  $a$  super  $A$ , &  $ab$  super  $AB$  cadat. Quoniam  $ab = AB$ , & ang.  $a = A$ , punctum  $b$ , super  $B$ , &  $ac$  super  $AC$  (§. 30), consequenter punctum  $c$  super rectam  $AC$  cadit. Quia porro  $bc = BC$ ; punctum  $c$  incidit in arcum  $FG$  (§. 13), consequenter in  $C$ , ubi arcus  $FG$  & recta  $AC$  se  
mu-

mutuo secant, adeoque  $bc$  super BC cadit, (§. 24). Ergo tota Triangula æqualia sunt (§. 31). Q. E. D.

THEOREMA VIII.

72. Si due parallelæ AB & CD transversa EF in G & H secantur, erunt 1°. anguli alterni  $x$  &  $y$  æquales, 2°. angulus externus  $o$  æquatur interno opposito  $y$ , & 3°. duo interni oppositi  $u$  &  $y$  simul efficiunt  $180^\circ$ .

TAB. III.  
Fig. 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Ducantur perpendiculares HI & GK, quæ (§. 22.) æquales erunt. Sed anguli I & K sunt etiam æquales (§. 18. 37). Ergo  $x = y$  (§. 71). Quod erat primum.

2°.  $x = o$  (§. 40). Proinde  $y = o$  (§. 22 Arithm.): Quod erat alterum.

3°.  $u + o = 180^\circ$  (§. 38). Ergo etiam  $u + y = 180^\circ$ . (§. 24 Arithm.). Q. E. D.

THEOREMA IX.

73. Si due lineæ AB & CD trans-  
G 2 ver-



TAB. III.  
Fig. 46.

*versa EF in G & H ita secantur, ut anguli alterni  $x$  &  $y$ , vel etiam externus  $o$  & internus  $y$  aequales fuerint, vel duo interni  $u$  &  $y$  junctim efficiant  $180^\circ$ ; erunt lineæ AB & CD inter se parallelæ.*

### DEMONSTRATIO.

1°. Demittatur ex G perpendicularis GK ad lineam CD: fiat GI = HK, ducaturque recta HI. Quoniam  $x = y$ ; erit  $I = K$  &  $HI = GK$  (§. 49), consequenter I angulus rectus (§. 37.) & AB ipsi CD parallelæ. *Quod erat primum.*

2°. Sit  $o = y$ . Quoniam  $o = x$  (§. 40); erit  $x = y$  (§. 22 *Arithm.*), consequenter lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per num. 1. *Quod erat secundum.*

3°. Sit  $y + u = 180^\circ$ . Quia  $o + u = 180^\circ$  (§. 30); erit  $o = y$  (§. 22. 25 *Arithm.*), adeoque lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per num. 2. *Quod erat tertium.*

THEO.

T H E O R E M A X.

74. In quovis Triangulo ABC tres TAB. II.  
anguli junctim sumti conficiunt  $180^\circ$ , Fig. 47.  
& si latus unum continuetur, erit an-  
gulus externus equalis duobus internis  
oppositis simul sumtis.

D E M O N S T R A T I O.

Ducatur per verticem Trianguli C  
basi AB parallela DE, erit  $1 = I$  &  
 $2 = II$  (§. 72). Sed  $1 + 3 + II$   
 $= 180^\circ$  (§. 38): ergo  $1 + 3 + 2$   
 $= 180^\circ$  (§. 24 Arithm.). Quod erat  
primum.

Si latus AB continuetur in D erit TAB. II.  
 $3 + 4 = 180^\circ$  (§. 38). Sed per mo- Fig. 48.  
do demonstrata  $1 + 2 + 3 = 180^\circ$ .  
Ergo  $3 + 4 = 1 + 2 + 3$  (§. 22  
Arithm.), consequenter  $4 = 1 + 2$   
(§. 25 Arithm.). Quod erat alterum.

C O R O L L A R I U M I.

75. Quamobrem in Triangulo non nisi  
unus angulus rectus esse potest, & tum re-  
liqui

liqui duo situl, unum rectum conficiunt ; id est ,  $90^\circ$  (§. 37). Neque duæ rectæ ad eandem tertiam perpendiculares, licet in infinitum versus utramque partem continuatæ, uspiam concurrere possunt ; sunt igitur parallelæ.

### C O R O L L A R I U M II.

76. Multominus plures, uno angulo obtuso in Triangulo esse possunt (§. 18).

### C O R O L L A R I U M III.

77. Si unus Trianguli angulus à  $180^\circ$  subtrahitur, summa duorum reliquorum relinquitur ; & si summa duorum ex  $180^\circ$  auferatur, residuus fit tertius.

### C O R O L L A R I U M IV.

78. Si duo anguli unius Trianguli æquentur duobus alterius ; etiam tertius unius æqualis est, tertio alterius (§. 25 *Arithm.*).

### T H E O R E M A II.

TAB. III.  
Fig. 49.

79. In Triangulo aquicruro  $ABC$ , anguli ad basin  $x$  &  $y$  sunt æquales, & perpendicularis  $CD$  tam angulum  $C$  quam basin  $AB$ , & Triangulum ipsum bisariam secat,  $DE$



## DEMONSTRATIO.

Recta  $AB$  bisecetur in  $D$ , ducaturque recta  $DC$ . Quoniam etiam  $AC = CB$  (§. 19), crit  $x = y$  &  $o = n$ ,  $m = n$  &  $\triangle ACD = \triangle CDB$  (§. 15); consequenter  $CD$  ad  $AB$  perpendicularis (§. 17). *Q. E. D.*

## COROLLARIUM.

80. In Triangulo itaque æquilatero, omnes anguli sunt inter se æquales, & consequenter quilibet  $60^\circ$  (§. 74).

## THEOREMA XII.

80. Si in Triangulo  $ACB$  anguli  $x$  &  $y$  ad basin  $AB$  æquales sunt, latera  $AC$  &  $CB$  quoque æqualia erunt. TAB. III.  
Fig. 49.

## DEMONSTRATIO.

Ducatur recta  $CD$  ita, ut  $m = n$ . Quoniam  $x = y$ , crit quoque  $o = n$  (§. 78), proinde  $AC = CB$  (§. 50). *Q. E. D.*

## COROLLARIUM.

82. Si ergo tres anguli fuerint æquales & per consequens quilibet  $60^\circ$  (§. 74); omnia tria latera inter se æqualia erunt.

## THEOREMA XIII.

83. *Angulus ad centrum est duplus, anguli ad peripheriam, eidem arcui insistentis.*

## DEMONSTRATIO.

TAB. III.  
Fig. 50. *Cas. 1.*  $o = x + u$  (§. 74). Quoniam vero  $AC = CB$  (§. 27), erit  $x = u$  (§. 79), consequenter  $o = u + u = 2u$ .

TAB. III.  
Fig. 51. *Cas. 2.*  $x = 2y$  &  $u = 2o$  per num. 1. Ergo  $x + u = 2y + 2o$  (§. 24 Arithm.).

TAB. III.  
Fig. 52. *Cas. 3.*  $o + x = 2u + 2y$  &  $o = 2u$  per num. 1. Ergo  $x = 2y$  (§. 25 Arithm.) Q. E. D.

## COROLLARIUM I.

TAB. III.  
Fig. 50. 84. Anguli itaque, ad peripheriam  $ABD$  mensura est arcus dimidius  $AD$ , cui insistit: nam

nam arcus integer  $AD$ , est mensura anguli ad centrum  $ACD$  (§. 16). Si angulus  $ACB$  semicirculo  $ADB$  vel angulus  $HBK$  arcui majori  $HIK$  quam est Semicirculus insistat; evidens est, quod arcus dimidius  $AD$ , anguli  $ACD$ , &  $\frac{1}{2} DB$  anguli  $DCB$ , similiter  $\frac{1}{2} HI$  anguli  $HBI$ , &  $\frac{1}{2} IK$  anguli  $IBK$ , consequenter  $\frac{1}{2} ADB$ , vel quadrans, anguli  $ACB$ ; &  $\frac{1}{2} HIK$ , vel plus quam quadrans, anguli  $HBK$  mensura sit. TAB. III.  
Fig. 54.  
& 55.

### C O R O L L A R I U M II.

85. Duo vel plures anguli  $ABC$  &  $ADC$  in peripheria ejusdem circuli terminati eidem arcui  $AC$  insistentes æquales sunt (§. 35). TAB. III.  
Fig. 53.

### C O R O L L A R I U M III.

86. Quilibet angulus in semicirculo  $ACB$  est rectus: nam insistit semicirculo, adeoque ejus mensura est circuli quadrans (§. 84). TAB. III.  
Fig. 54.

### C O R O L L A R I U M IV.

87. Angulus intra circulum, minor est recto, si arcui semicirculo minori insistit: major vero recto, si majori  $HK$  insistit (§. 86.), ac proinde in casu priori acutus; in posteriori obtusus (§. 18).



## PROBLEMA XV.

88. *Normam examinare, utrum justa sit nec ne.*

## RESOLUTIO.

TAB. III. 1. Intervallo arbitrario describatur  
Fig. 54. semicirculus ACB, &

2. Ex utraque extremitate diametri AB ducantur ad quodcunque peripheriæ punctum rectæ AC & BC.

3. Vertex normæ ad punctum C applicetur.

Quod si crura ejus utramque rectam stringant norma justa erit.

## DEMONSTRATIO.

Angulus ACB est rectus (§. 86).  
Quod si norma illi congruit; justa erit (§. 30). Q. E. D.

## PROBLEMA XVI.

89. *In extremitate lineæ perpendicularem excitare.*

RESO-

## R E S O L U T I O.

1. Ponatur Circinus in puncto pro TAB. III.  
lubitu assumpto C & aperiatur usque Fig. 56.  
ad A.

2. Hoc intervallo notetur in linea  
AB punctum D.

3. Applicata regula ad D & C no-  
tetur priori intervallo punctum E.

4. Tandem ducatur recta AEF,  
quæ crit ad AB perpendicularis.

## D E M O N S T R A T I O.

Quoniam  $AC = CD = CE$ , ex  
C per puncta E, A & D, describi  
potest semicirculus (§. 27. 36). Ergo  
angulus ad A est rectus (§. 86), &  
recta FA ad AB perpendicularis (§. 18).  
Q. E. D.

## A L I T E R.

Idem ope normæ ut supra (§. 70)  
peragi potest.

PRO.

## PROBLEMA XVII.

90. *Lineam rectam AB in duas partes æquales dividere.*

## RESOLUTIO.

1. Ex A & B pro arbitrio fiant intersectiones in C & D.

2. Puncta intersectionum recta DC jungantur, hæc rectam AB in duas partes æquales dividet.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $AC = CB$  &  $AD = DB$ ,  
erit  $o = y$  (§. 51). Hinc porro quoque in Triangulis ACE & ECB,  
 $AE = EB$  (§. 49). Q. E. D.

## SCHOLIUM.

TAB. III. 91. *Idem etiam mechanice, hoc est tentando,*  
Fig. 58. *peragi potest. Ponatur enim circinus in A, & eo usque aperiatur, donec medium lineæ AB attingere videatur; tum fiat intersectio in C, item alia eadem circini apertura ex B in D: tunc oculi, judicio baud difficulter determinabitur*



trahitur punctum  $E$ , quo recta  $AB$  in duas partes æquales dividitur.

THEOREMA XIV.

92. In eodem vel in æqualibus cir-  
culis chordæ æqualium arcuum  $AB$  &  
 $DE$  æquales sunt. & si chordæ sunt  
æquales, etiam arcus æquales erunt.

TAB. III.  
Fig. 54.

DEMONSTRATIO.

Ex centro  $C$  ducantur radii  $CA$ ,  
 $CB$ ,  $CE$  &  $CD$ ; qui omnes inter  
se æquales sunt (§. 27). Quoniam  
porro arcus  $AB$  &  $DE$  æquales sunt,  
anguli  $ACB$  &  $DCE$  quoque æqua-  
les erunt (§. 35). Ergo etiam  $AB$   
 $= DE$  (§. 49): Quod erat primum.

Si  $AB = DE$ , erit  $o = x$  (§. 51),  
consequenter arcus  $AB$  &  $DE$  æqua-  
les (§. 35): Quod erat alterum.

COROLLARIUM.

93. Si itaque peripheria circuli dividatur  
in partes quotcunque æquales, ducanturque  
subtensæ, figura, singula latera (§. 92), at-  
que

que singulos angulos [ §. 85 ] æquales habet,  
Figura ergo est regularis ( §. 21 ).

### PROBLEMA XVIII.

94. *Datum arcum in duas partes  
æquales dividere.*

### RESOLUTIO.

TAB. III. 1. Ex A & B intervallo arbitrario  
Fig. 60. fiant intersectiones in C & D.

2. Agatur per C & D recta, hæc  
arcum AB in duas partes æquales di-  
videt.

### DEMONSTRATIO XV.

Linea CD rectam AB bifariam secat in F, & efficit duos angulos rectos apud F ( §. 90 ). Est ergo etiam  $AE = BE$  ( §. 49 ), consequenter arcus AE & BE sunt inter se æquales ( §. 92 ). Q. E. D.

### THEOREMA XV.

TAB. III. 95. *Perpendicularis DA chordam EF*  
Fig. 61. *bifa-*

*bifariam secans in G per centrum Circuli C transit, & arcum quoque EDF bifariam secat. Et perpendicularum ex centro circuli C ad chordam EF demissum, tam chordam, quam arcum EDF bifariam secat.*

## D E M O N S T R A T I O.

1. Quoniam  $EG = GF$  & ad G duo anguli recti, erit  $EAD = DAF$  (§. 49), adcoque arcus ED & DF æquales (§. 84. 35): *Quod erat primum.*

2. Porro chordæ EA & AF (§. 49) & consequenter arcus AF & EA (§. 92.) æquales sunt, consequenter  $AE + ED = AF + FD$  (§. 24 Arithm.), & hinc AD diameter circuli, consequenter AD, per centrum transit (§. 13): *Quod erat secundum.*

3. Si CG perpendicularis ad EF, erunt ad G anguli recti (§. 18). Jam cum  $EC = CF$  (§. 27); erit  $EG = GF$  &  $ED = DF$  (§. 71), consequenter arcus ED & DF æquales (§. 35): *Quod erat tertium.*

P R O P.



## PROBLEMA XIX.

TAB. III. 96. *Angulum datum BAC in duas*  
 Fig. 62. *partes æquales dividere.*

## RESOLUTIO.

1. Posito circino in A, intervallo quocunque, notentur puncta D & E.
2. Ex D & E fiat intersectio in F & ~~ducatur recta AF~~
3. Ducatur recta AF; hæc angulum A in duas partes æquales dividet.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $AD = AE$  &  $DF = EF$ ,  
 & AF utrique triangulo communis, erit  $\angle D = \angle E$  (§. 51). Q. E. D.

## PROBLEMA XX.

TAB. III. 97. *Per data tria puncta, A, B, C*  
 Fig. 63. *circulum describere.*

RESO-

## R E S O L U T I O.

1. Ex A & B, intervallo arbitrario, fiant intersectiones in D & E & ducatur recta DE.

2. Similiter ex B & C fiant intersectiones in F & G & ducatur recta FG.

Ubi lineæ FG & DE se intersecant, scilicet in H, ibi erit centrum circuli.

## D E M O N S T R A T I O.

Si ex A & B, item ex B ad C, ducantur rectæ; hæ chordæ erunt duorum arcuum circuli quæsitæ (§. 13). Sed Lineæ DE & FG chordas AB & BC perpendiculariter & bifariam secant (§. 90). Ergo utraque per centrum circuli transit (§. 95.) Quare centrum erit in H, ubi lineæ se intersecant. Q. E. D.

## P R O B L E M A XXI.

99. Super data recta AB quadratum construere.

ТАБ. III,  
Fig. 64.

Wolff. Comp. Math. Tom. I. H R E

## RESOLUTIO.

1. In A erigatur perpendicularis (§. 70. 89.) ipsi AB æqualis.
2. Ex C & B, intervallo AB, fiat intersectio in D, &
3. Ducantur rectæ CD & DB.

## PROBLEMA XXII.

TAB. III. 99. *Datis duabus rectis AB & BC*  
 Fig. 65. *Rectangulum construere.*

## RESOLUTIO.

1. Jungantur AB & BC ad angulos rectos (§. 89).
2. Ex A intervallo BC, describatur arcus, & ex C intervallo AB, alius priorem interfecans in D,
3. Tandem ducantur rectæ CD & DA.

## PROBLEMA XXIII.

TAB. III. 100. *Data recta AB, una cum an-*  
 Fig. 66. *gulo obliquo, Rhombum construere.*

RESO-



## R E S O L U T I O.

1. Ad rectam AB constituatur  
angulus datus A (§. 48), & fiat  
 $AC = AB$ .

2. Ex C & B, intervallo AB,  
fiat intersectio in D.

3. Ducantur CD & DB.

## P R O B L E M A XXIV.

101. *Datis duabus rectis AB & AC, TAB. III.  
una cum angulo obliquo A, Rhomboidem construere.* Fig. 67.

## R E S O L U T I O.

1. Ad extremitatem A rectæ datæ  
AB constituatur angulus datus  
(§. 48), & fiat AC alteri datarum  
æqualis.

2. Ex B intervallo AC descri-  
batur arcus, & ex C, intervallo  
AB, alius priorem interfecans in D.

3. Ducantur denique rectæ CD  
& DB.

## THEOREMA XVI.

TAB. IV. 102. *Diagonalis AD dividit quadratum, Rectangulum, Rhombum, & Rhomboidem, in duas partes aequales: anguli diagonaliter oppositi sunt aequales, & latera opposita AB & CD, AC & BD inter se parallela.*

## DEMONSTRATIO.

In omnibus hisce figuris, est  $AC = BD$  &  $CD = AB$  (§. 20). Ergo Triangula  $ACD$  &  $ABD$  æqualia, item  $x = x$  &  $o = o$ ,  $u = u$  (§. 51), consequenter  $AB$  ipsi  $CD$  &  $AC$  ipsi  $BD$  parallela (§. 73). Q. E. D.

## COROLLARIUM.

103. Adeoque omnia hæc Quadrilatera sunt Parallelogramma (§. 23).

## PROBLEMA XXV.

104. *Invenire angulum Poligoni regularis.*

RESO-

## R E S O L U T I O.

1. Dividatur 360 per numerum laterum Poligoni.

2. Numerus, qui prodit, à 180 subtrahatur : remanebit numerus graduum dato angulo respondens.

Ex. gr. In Hexagono 360 per 6 divi- TAB. IV.  
datur & quotus 60 à 180 subtrahatur, Fig. 69.  
prodibunt  $120^{\circ}$  pro angulo ABC.

## D E M O N S T R A T I O.

Sit ABC angulus quæsitus. Describatur per tria puncta A, B, C circulus (§. 97). Quoniam  $AB = BC$  (§. 21), erunt quoque arcus AB & BC æquales (§. 92). Jam cum arcus AD, semissis ipsius ADC, sit mensura anguli B (§. 84); arcus AD vel angulus B innotescit, arcum AB subtrahendo à semicirculo BAD. Q. E. D.

## P R O B L E M A XXVI.

105. Invenire summam omnium angularum in quocunque Poligono.

H 3

R E S O.



## RESOLUTIO.

1. Multiplicentur 180 per numerum laterum.

2. Ex producto subducantur 360, residuum erit summa angulorum.

E. gr. pro pentag. 180 pro Hexag. 180

5	6
<u>900</u>	<u>1080</u>
360	360
<u>540</u>	<u>720</u>

## DEMONSTRATIO.

TAB. IV. *Fig. 70.* Quodlibet Poligonum ex assumpto in eo puncto F in tot Triangula resolvitur, quot habet latera. Si ergo 180 per numerum laterum multiplices, summa angulorum prodit, omnium horum Triangulorum (§. 74).

Sed anguli circa punctum F, qui non pertinent ad angulos Poligoni, semper efficiunt  $360^\circ$  (§. 42).

Quod si ergo à facto supra invento subtrahantur 360, summa angulorum Poligoni relinquitur. Q. E. D.

PRO-

PROBLEMA XXVII.

106. *Super data recta AB Poligonum regulare quodcunque describere.*

RESOLUTIO.

In A & B fiant anguli dimidio TAB. IV. angulo Poligoni sigillatim æquales; Fig. 71. hac ratione latera Trianguli æquicruri ABC se mutuo secabunt in centro Circuli C.

2. Ex C radio CA describatur Circuli peripheria, & in ea applicetur latus AB, quoties fieri potest.

PROBLEMA XXVIII.

107. *Circulo dato Poligonum regulare quodcunque inscribere.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum TAB. IV. laterum ut habeatur quantitas anguli ACB. Fig. 72.

2. Transferatur is ad centrum  
H 4 Cir-

Circuli  $C$  (§. 48), ita innotescit latus Poligoni  $AB$ , quod

3. In peripheria ejus quoties licet, applicari poterit.

### THEOREMA XVII.

108. *Latus Hexagoni  $AB$  aequatur radio Circuli  $AC$ .*

### DEMONSTRATIO.

TAB. IV. Angulus  $ACB$  est  $60^\circ$  (§. 107).  
Fig. 72. Proinde reliqui  $A$  &  $B$   $120^\circ$  (§. 77).  
Quia vero  $AC = BC$  (§. 27); erit etiam  $A = B$  (§. 79). Consequenter unusquisque eorum  $60^\circ$ , adeoque angulo  $C$  æqualis. Ergo quoque  $AB = AC$  (§. 82). Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

109. Hexagonum igitur regulare Circulo inscribitur, radium ad peripheriam sexies applicando.

### COROLLARIUM II.

110. Et si super linea data Hexagonum def-



describendum est, sufficit, Triangulum æquilaterum super ea construi (§. 53): est enim vertex C centrum Circuli Hexagono quæsito circumscribendi.

## P R O B L E M A XXIX.

III. *Datis omnibus lateribus figure cujuscunque, & tot Diagonalibus, quot sunt latera, demtis tribus; figuram construere.*

## R E S O L U T I O.

Cum figura quælibet per Diagonales in tot Triangula resolvatur, TAB. IV.  
Fig. 73. quot sunt latera, demtis duobus, non alia re opus est, quam ut unum Triangulum super altero exstruatur (§. 55).

## P R O B L E M A XXX.

II2. *Datis omnibus lateribus & tot angulis, quot sunt latera, demtis tribus Figuram construere.*

## RESOLUTIO.

TAB. IV.

Fig. 74.

1. Ducatur recta  $AB$ , uni datorum laterum æqualis, ad  $A$  &  $B$  ponantur anguli requisiti  $A$  &  $B$ , eidem adjacentes (§. 48), quibus

2. Latera  $AE$  &  $BC$  applicentur.

3. Quod si in  $E$  ponatur angulus conveniens (§. 48)  $ED$  applicari, &  $DC$  duci potest.

4. Vel duobus ultimis  $ED$  &  $CD$ , ex  $E$  &  $C$  fiat intersectio in  $D$ , & sic figura claudetur.

## SCHOLIUM.

113. Si omnes anguli, præter unum, dentur, duo latera dari opus non est.

## PROBLEMA XXXI.

114. *Invenire Aream Quadrati.*

## RESOLUTIO.

1. Quæratur longitudo lateris.

2. Hæc

2. Hæc ducatur in seipsam, factum exprimit Aream Quadrati.

Sit e. gr. Latus Quadrati

345''

345

---

1725

1380

1035

Erit Area

---

119025''

D E M O N S T R A T I O.

Pro mensuranda superficie, opus est ut superficies pro mensura assumatur. Cum vero Quadratum non-nisi angulos rectos & latera æqualia habeat, hoc pro mensura assumere libitum fuit. Idcirco pertica quadrata dicitur quadratum, quod perticam longum, & perticam latum est; pes quadratus, qui pedem longus, & pedem latus est; &c. Quod si igitur latus AB, e. gr. in 4 par-  
TAB. IV.  
Fig. 75.  
 tes æquales divisum fuerit, vel 4 pedes contineat; evidens est, numerum pedum Quadratorum in Quadrato majore ABDC contentorum



torum reperiri, si latus in se ipsum ducatur. Nam in quadrato majore tot reperiuntur Quadratorum minorum series, & in qualibet serie, tot Quadratula, quot latus AB habet partes.

### C O R O L L A R I U M I.

115. Si latus Quadrati fuerit 10, Area erit 100. Cum igitur decempeda in mensura lineari sit 10 pedum, pes 10 digitorum &c. Pertica quadrata in mensura superficiali 100 pedes; pes quadratus 100 digitos quadratos &c. continet.

### C O R O L L A R I U M II.

116. Datus igitur numerus facile in digitos, pedes, & perticas quadratas, resolvitur; scilicet à dextra sinistram versus duæ notæ digitis, duæ pedibus refecentur: residuæ enim perticis cedunt. E. gr. 119025 digiti, conficiunt 11 perticas, 90 pedes, 25 digitos.

### P R O B L E M A XXXII.

TAB. IV. 117. *Invenire Aream Rectanguli*  
Fig. 76. *ABCD.*

RESO-

R E S O L U T I O.

1. Mensuretur latitudo AB, item altitudo BC.

2. Ducatur illa in hanc, factum erit Area quæsitæ Figuræ.

E. gr. Sit  $AB = 3^{\circ} 4' 5''$

$AD = 1 2 3$

$10 3 5$

$69 0$

$345$

$4^{\circ} 24' 35''$

D E M O N S T R A T I O.

Eadem est, quæ Problematis præcedentis.

T H E O R E M A XVIII.

118. *Duo Parallelogramma ABCD, TAB. IV. & EFDC, quæ eandem basim CD, & Fig. 77. eandem altitudinem AC habent, sunt inter se æqualia.*

D E M O N S T R A T I O.

Quoniam  $AC = BD$ ,  $EC = FD$ , &  $AE = BF$  (§. 20 Geom.) & (§. 24 Arithm);  $\triangle AEC = \triangle BFD$  (§. 51); consequenter, si utrinque Triangulum

lum  $B E G$  auferatur,  $A B G C = E G D F$  (§. 25 *Arithm.*); jam si utrinque addatur Triangulum  $CDG$ , erit quoque  $A B D C = E D C F$  (§. 24 *Arithm.*). Q. E. D.

### C O R O L L A R I U M I.

119. Ergo & Triangula quæ eandem basin, & eandem altitudinem habent æqualia sunt.

### C O R O L L A R I U M II.

120. Triangulum itaque dimidium Parallelogrammi est, super eadem vel æquali basi & inter easdem parallelas constituti (§. 22).

### P R O B L E M A XXXIII.

121. *Invenire Aream Rhombi & Rhomboidis.*

### R E S O L U T I O.

TAB. IV. 1. In latus  $AB$  pro basi assumtum  
Fig. 78. demittatur ex  $C$  perpendicularum  $CE$   
(§. 69).

2. Mul-



2. Multiplicetur basis AB, per altitudinem CE. Factum erit Area quæsitæ.

E. gr. Sit  $AB = 456''$   
 $CE = 234$

---

1824  
1368  
912

---

10° 67' 04''

DEMONSTRATIO.

Rhombus vel Rhomboides AB DC æquatur Rectangulo, cujus basis AB, altitudo vero CE (§. 118. 103). Sed Area Rectanguli invenitur, si AB ducatur in CE (§. 117). Ergo Area Rhombi & Rhomboidis similiter invenitur, si AB ducatur in CE. Q. E. D.

PROBLEMA XXXIV.

122. Invenire Arcam Trianguli.

RESOLUTIO.

1. In Latus AB pro basi assum- TAB. IV.  
tum, Fig. 79.

tum, demittatur ex  $C$  perpendicularis  $CD$  (§. 69).

2. Investigetur longitudo linearum  $AB$ , &  $CD$ , ducanturque in se invicem.

3. Productum dividatur per 2. Et prodibit Area Trianguli.

### DEMONSTRATIO.

Multiplicando  $AB$  per  $CD$  prodit Area Parallelogrammi, cujus latera  $AB$  &  $CD$  (§. 117. 121). Sed cum Triangulum sit hujus Parallelogrammi dimidium (§. 120); Area inventa per 2 dividenda est, quo Area Trianguli prodeat. *Q. E. D.*

### ALITER.

Basis  $AB$  multiplicetur per dimidiam altitudinem  $CD$ , vel etiam altitudo  $CD$  per dimidiam basin  $AB$ . Factum erit Area Trianguli: ut ex exemplo adjecto apparet.

$AB$

$$AB=3^{\circ}4'2'' \quad AB=3^{\circ}4'2'' \quad \frac{1}{2} AB=1^{\circ}7'1''$$

$$\underline{CD=234} \quad \frac{1}{2} \underline{CD=117} \quad \underline{CD=234}$$

$$1368$$

$$2394$$

$$684$$

$$1026$$

$$342$$

$$513$$

$$684$$

$$342$$

$$342$$

$$2) \underline{80028}$$

$$40014.$$

$$ACB$$

$$40014$$

$$ACB$$

$$40014. ACB.$$

P R O B L E M A XXXV.

*Invenire aream cùjuscunque Figura rectilinea.*

TAB. IV.

Fig. 80.

D E M O N S T R A T I O.

Cum Figura quælibet ex angulo B per diagonales BE, BD, in tot Triangula resolvatur, quot sunt latera, demtis duobus, quemadmodum ex. gr. Pentagonum ABCDE in tria Triangula ABE, BED & BCD; inveniantur, juxta Problema præcedens, Areæ singulorum Triangulorum inventæque addantur.

Vel si duo perpendiculara CF & EG ad eandem demittantur basin, Area Trapezii EBCD una opera

Wolff. Comp. Math. Tom. I. I re.



reperitur, si vel dimidia basis BD per summam altitudinum EG, & CF, vel basis integra per semisummam altitudinum multiplicetur.

## EXEMPLUM.

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{2}BD = 4^{\circ}3' \quad \frac{1}{2}BD = 4^{\circ}3' \quad \frac{1}{2}EB = 4^{\circ}2' \\
 CF = 35 \quad EG = 45 \quad AH = 30 \\
 \hline
 215 \quad 215 \quad \triangle AEB 1260' \\
 129 \quad 172 \\
 \hline
 \triangle BCD 1505 \quad \triangle EBD 1935 \\
 \triangle AEB 1260 \\
 \triangle BCD 1505 \\
 \hline
 \text{Area Figuræ} = 4700'
 \end{array}$$

## COROLLARIUM I.

TAB. IV. 124. Polygonum regulare ex centro circuli circumscripti C in tot Triangula æqualia resolvitur, quot sunt latera. Bases enim horum Triangulorum AB, BE, EF &c. (§. 21), item eorum crura AC, CB, CE, EF &c. sunt inter se æqualia (§. 27). Ergo Triangula quoque ipsa sunt inter se æqualia (§. 51). Quod si igitur Area unius horum Triangulorum inveniatur (§. 122) eaque per numerum laterum multiplicetur, prodibit Area Polygoni.

Ex.

Ex. gr.  $\frac{1}{2} AB = 2^{\circ} 7'$

$DC = 29$

243

54

$\triangle ABC$  783

Numerus laterum 5

Area Pentagoni  $= 39^{\circ} 15'$

COROLLARIUM II.

125. Hinc Polygonum regulare æquatur TAB. IV. Triangulo, cujus basis peripheriæ totius Fig. 81. Polygoni æqualis est, altitudo vero perpen- 82. diculo CD, ex centro C in latus unum AB demisso (§. 119).

COROLLARIUM III.

126. Quod si latera Polygoni Circulo inscripti infinite parva assumantur, in peripheriam Circuli tandem desinent. Et tum altitudo Trianguli CD radio BC congruet. Proinde Circulus Triangulo æquatur, cujus basis peripheriæ Circuli, altitudo vero radio æqualis est (§. 125).

COROLLARIUM IV.

127. Sector igitur Circuli ACB æqua- TAB. IV. lis est Triangulo, cujus basis, arcus AB, Fig. 83. altitudo vero radius AC.

## COROLLARIUM V.

128. Datis igitur peripheria & diametro Circuli, invenitur ejus Area, si illa in quartam hujus partem ducatur.

## SCHOLIUM.

129. In invenienda vera ratione diametri Circuli ad ejus peripheriam, ab omni ævo multi desudarunt: nemini tamen hæcenus successit, ut ut nostra præsertim ætate ars inveniendi in Mathesi in immensum aucta fuerit. Rationem tamen haud infelici successu in numeris prope veris, nonnulli dare conati sunt. Archimedes in suo libello de dimensione Circuli, propositione secunda, primus demonstravit, rationem diametri ad peripheriam esse ut 7 ad 22 fere. Quoniam vero hæc ratio in Circulis majoribus in excessu peccat, alii accuratiorem investigarunt. Nemo autem plus operæ impendit Ludolpho à Ceulen, qui tandem reperit, posita diametro Circuli 100 000 000 000 000 000 000 000 peripheriam esse 314 159 265 358 979 323 846 fere.

Enimvero quoniam hi numeri nimis prolixi, quo minus per eos calculus institui possit, adhibentur tantum utrinque tres notæ priores, & ratio diametri ad peripheriam Circuli ponitur ut 100 ad 314: in qua Ptolomæus, Vieta Hugenius, cum Ludolpho à Ceulen consentiunt.

Pro-



Proportio, quam Adrianus Metius, tradit, inter omnes quæ parvis numeris exprimuntur, accuratissima, ut 113 ad 355: demonstratio sequitur infra in Trigonometria. Quod vero omnes diametri ad suas peripherias eandem rationem habeant, facile concipi potest. Nam si in diversis Circulis ratio peripheriarum ad diametros diversa foret, per eam distingui possent, ac proinde minime similes forent, contra superius demonstrata (§. 34).

THEOREMA XIX.

130 *Area Circuli est ad quadratum sue diametri ut 785 ad 1000 quam proxime.*

DEMONSTRATIO.

Nam posita diametro 100 partium, erit peripheria 314 (§. 129), adeoque Area Circuli 7850 (§. 128), Quadratum vero diametri 10000 (§. 114): consequenter Area ad Quadratum ut 7850 ad 10000, hoc est, dividendo utrinque per 10 ut 785 ad 1000 (§. 59 *Arithm.*). Q. E. D.

## THEOREMA XX.

131. *Arce Circulorum sunt inter se ut Quadrata diametrorum.*

## DEMONSTRATIO.

Area Circuli unius, est ad Quadratum suæ diametri, ut Area Circuli alterius ad Quadratum suæ diametri, (§. 129. 130). Ergo erit quoque Area Circuli unius, ad Aream Circuli alterius, ut Quadratum diametri unius ad Quadratum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*).  
Q. E. D.

## PROBLEMA XXXVI.

132. *Data diametro Circuli invenire peripheriam.*

## RESOLUTIO.

Quæraturn ad 100, 314 & diametrum datam, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). Qui est peripheria quæsitæ (§. 129),

Ex.

Ex. gr. Sit diameter 56'. Dic.

100 — 314 — 56

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 1884 \\ 1570 \\ \hline 17^{\circ}5'8''4''' \text{ Peripheria Circuli.} \end{array}$$

P R O B L E M A XXXVII.

133. *Data peripheria Circuli*  
(17584''') *invenire diametrum.*

R E S O L U T I O.

Quærat<sup>r</sup> ad 314, 100 & datam  
peripheriam 17584'' numerus quar-  
tus proportionalis (§. 85 *Arithm.*).  
prodibit 56 diameter quæsitæ (§. 129).

$$\left\{ \begin{array}{l} 314 — 100 — 17584 \\ \hline 100 \\ 1758400 \end{array} \right.$$

+8

202

+758400 — (5°6'0''0''' diameter

314444

3111

32



## PROBLEMA XXXVIII.

134. *Data diametro (vel peripheria) Circuli, invenire Aream ejus.*

## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup>ur primo peripheria (§. 132) vel diameter (§. 133).

2. Ducatur peripheria, in quam diametri partem (§. 128).

E. gr. Sit diameter 5600'', erit peripheria 17584'', consequenter Area circuli 24617600''.

## ALITER.

Ducatur diameter (56') in seipsam, & quærat<sup>r</sup>ur ad 1000, 785, & Quadratum diametri inventum 3136, numerus quartus proportionalis 246176'' (§. 85 *Arithm.*); quo facto habetur Area Circuli quæsitæ (§. 130.)

## PROBLEMA XXXIX.

135. *Data Area circuli invenire diametrum.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> ad 785, 1000, & Aream Circuli datam 246176 numerus quartus proportionalis 313600 (§. 85 *Arithm.*).

2. Inde extrahatur radix quadrata 560 (§. 77 *Arithm.*), quæ est diameter quæsita (§. 130).

COROLLARIUM.

136. Quam primum diameter innotuerit peripheria quoque reperietur, per Problema 36 (§. 132).

PROBLEMA XL.

137. Dato radio circuli  $AC$  (6') <sup>TAB. IV.</sup>  
una cum quantitate arcus  $AB$  (6. gr.) <sup>Fig. 83.</sup>  
invenire Aream Sectoris  $ABC$ .

RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> ad 100, 314 & radium  $AC$  numerus quartus proportionalis 1884''' (§. 85 *Arithm.*):

I 5 qui

qui est semiperipheria (§. 132 *Geom.* & §. 59. *Arithm.*).

2. Quærat<sup>r</sup>ur porro ad  $180^\circ$ , arcum datum  $6^\circ$ , & semiperipheriam inventam  $1884'''$  numerus quartus proportionalis  $62\frac{4}{5}$  (§. 85 *Arithm.*); qui arcum AB in lineis exhibebit.

3. Ducatur hic numerus in semiradium  $300'''$ , factum exprimet Aream Sectoris ABC  $18840'''$  (§. 122. 127).

## THEOREMA XXI.

TAB. IV. 138. Duo Parallelogramma ABCD & BEFD ejusdem altitudinis AC sunt inter se ut bases CD & DF: contra sunt, ut eorum altitudines, si bases æquales fuerint.

## DEMONSTRATIO.

Area Parallelogrammi AD habetur, si basis ejus CD per AC multiplicetur; Area vero Parallelogrammi BF, si basis ejus DF, per AC multiplicetur (§. 117.). Adeoque hæc duo



duo Parallelogramma sunt ut facta ex  $AC$  in  $CD$ , & ex  $AC$  in  $DF$ , id est, ut  $CD$  ad  $DF$  (§. 59 *Arithm.*):

*Quod erat primum.*

Nec absimili modo demonstratur, Parallelogramma æquales bases habentia, esse inter se ut altitudines:

*Quod erat alterum.*

### C O R O L L A R I U M.

139. Quoniam quodlibet Triangulum considerari potest ut dimidium alicujus Parallelogrammi (§. 120); etiam Triangula ejusdem altitudinis erunt inter se ut bases; & quæ super eadem vel æquali basi, ut altitudines.

### P R O B L E M A X L I.

140. Parallelogrammum  $ABEC$  ex TAB. V. dato puncto  $D$  in duas partes æquales Fig. 85. dividere.

### R E S O L U T I O.

Fiat  $EF = AD$  & ducatur recta  $DF$ , erunt Trapezia  $ADFC$  &  $DBEF$  æqualia.

*DE-*

## DEMONSTRATIO.

Triangula  $ABC$  &  $BCE$  sunt æqualia (§. 102). Quia  $AB$  ipsi  $EC$  æqualis & parallela (§. 102) &  $EF = AD$ , erit  $o = x$ ,  $y = u$  (§. 72) &  $FC = DB$  (§. 25 *Arithm.*). Ergo  $\triangle DBG = \triangle GCF$  (§. 50); consequenter Trapezium  $ACFD$  æquale Trapezio  $DFEB$  (§. 24. 25 *Arithm.*). Q. E. D.

## PROBLEMA XLII.

141. *Data Area Trianguli (36'); una cum ejus basi (18'); invenire altitudinem.*

## RESOLUTIO.

Area Trianguli (36') per basin dimidiam (9') dividatur, quotus (4') est altitudo (§. 122).

## PROBLEMA XLIII.

TAB. V.  
Fig. 86.

142. *Figuram rectilineam quam-*  
*cun-*

*cunque in quotlibet partes æquales dividere.*

D E M O N S T R A T I O.

1. Quærat<sup>r</sup> Area Figuræ (§. 123) & dividatur in tot partes æquales in quot Figura dividi debet e. gr. in tres.

2. Area Trianguli A E D subtrahatur à triente Figuræ, & residuum dividatur per  $\frac{1}{2}$  A D; erit quotus altitudo Trianguli A D I priori A E D addendi, quo A E D I triens Figuræ fiat (§. 141).

3. Intervallo hujus altitudinis ducatur parallela ipsi A D (§. 67), quæ secabit A B in I: quo puncto dato recta D I duci poterit.

4. Dimidium trientis Figuræ dividatur per  $\frac{1}{2}$  D I; quotus erit altitudo Trianguli D I K, Sextans Figuræ.

5. Intervallo hujus altitudinis agatur ipsi I D parallela, ut habeatur punctum K.

6. Sextans totius Figuræ dividatur  
tur



tur per  $\frac{1}{2}$  DK & intervallo quoti, denuo agatur ipsi DK parallela, quo punctum L reperiatur, & recta KL duci possit quæ alteram partem DIKL refecabit, simulque tertiam LKBC determinabit.

E. gr. Sit AD 516", AC 580", EH 154", BG 315" DF 375"; erit AED 39732", ABC 91350", ADC 108750", adeoque Area integra 239832", triens 79944", Sextans 39972", altitudo  $\Delta$ li DIA 156",  $\Delta$ li DIK 151" &  $\Delta$ li DKL 139".

### SCHOLIION.

143. *Perfecta divisione in charta; puncta I, K & L per quantitatem rectarum AI, IK & DL in Campo facile determinantur.*

### THEOREMA XXII.

TAB. V.  
Fig. 87.

144. *In Triangulo rectangulo ABC Quadratum ACFG lateris maximi AC, equale est summe Quadratorum BC ED, & ABIK reliquorum laterum BC & AB.*

### DEMONSTRATIO.

Ducantur rectæ AE & BF, item-  
que

que BK ipsi AG parallela (§. 67). Quoniam Triangulum BCF cum Rectangulo LCFK super eadem basi CF & inter easdem parallelas CF & BK existit, hujus semissis erit (§. 120). Pari modo quoniam Triangulum ACE cum Quadrato BCED, super eadem basi CE, & inter easdem parallelas AD & CE existit, hujus semissis est (§. 120). Sed  $CF = AC$ , &  $BC = CE$  (§. 20), & angulus ACE angulo BCF æqualis (§. 24 *Arithm.*), quia nempe  $ACF = BCE = 90^\circ$  (§. 20. 37). Ergo tota Triangula ACE & BCF (§. 49), consequenter etiam Quadratum BDEC & Rectangulum LCFK æqualia sunt (§. 26 *Arithm.*).

Jam cum eodem modo ostendatur, quod Quadratum AHIB Rectangulo ALKG æquale sit; manifestum est, Quadrata AHIB & BCDE simul sumta esse Quadrato AGFC æqualia, Q. E. D.

## S C H O L I O N.

145. Hoc Theorem. ab ejus Inventore Pythagora

thagora Theorema Pythagoricum, & ob ejus per Mathesin universam, usum amplissimum à nonnullis Magister Matheſeos appellatur.

### PROBLEMA XLIV.

146. *Quadratum construere duobus aut pluribus simul sumtis æquale.*

### RESOLUTIO.

TAB. V.  
Fig. 88.

1. Latera duorum Quadratorum AB & BC jungantur ad angulos rectos (§. 70. 89).

2. Ducatur recta AC, quæ erit latus Quadrati, quod duobus aliis simul sumtis æquale (§. 144.)

3. Super latere Quadrati tertii CD erigatur normaliter  $CE = AC$ .

4. Ducatur recta DE, quæ erit latus Quadrati quod tribus reliquis Quadrati simul sumtis æquale erit, (§. 144), & ita porro.

### THEOREMA XXIII.

147. *Si in Figuris rectilincis anguli homologi æquales sunt, & rectæ quæ eos*



*eos intercipiunt, utrobique eandem habent rationem; Figurae sunt similes: & si Figurae similes sunt; anguli & latera dicto modo se habent.*

## D E M O N S T R A T I O.

Figurae rectilineae distingui nequeunt nisi per quantitatem angulorum homologorum, & rationem eos intercipientium laterum, nihil enim præter hæc in eis distincte cognosci potest. Proinde si anguli æquales sunt & latera, quæ eos intercipiunt, eandem rationem habent, ea coincidunt, per quæ à se invicem discerni debent. Ergo similes sunt (§. 4). *Quod erat primum.*

Si duæ Figurae similes sunt, ea coincidunt, per quæ à se invicem discerni debent. (§. 4).

Sed Figurae rectilineae per quantitatem angulorum homologorum & rationem laterum quæ eos intercipiunt, distinguuntur. Ergo quanti-

tas angulorum & ratio laterum utrinque eadem esse debent. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA XXIV.

TAB. V.

Fig. 89.

148. *Si in duobus Triangulis BAC & DFE fuerit  $B = D$  &  $C = E$ ; erit  $BA:AC = DF:FE$  &  $AB:BC = FD:DE$ ; & contra, si latera proportionalia, anguli homologi quoque aequales erunt.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $B = D$  &  $C = E$ , & ex duobus angulis datis & latere uno Triangulum construi potest (§. 60); Triangula BAC & DFE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter  $BA:AC = FD:FE$  &  $AB:BC = FD:DE$  (§. 147). *Quod erat primum.*

Quoniam in casu altero, tria latera unius Trianguli proportionalia sunt tribus lateribus alterius, & ex tribus lateribus construi potest Triangulum (§. 55); Triangula ABC &  
DFE

DĒE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33), consequenter anguli homologi æquales (§. 147). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

149. Si in Triangulo ABC recta DE basi BC parallela ducatur, erit AD ad AE, ut AB ad AC, & ut BD ad EC, item  $AD : DE = AB : BC$ .

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE parallela ipsi BC; TAB. V.  
erit  $\angle o = x$  &  $\angle u = y$  (§. 72), hinc AD: Fig. 89.  
 $AE = AB : AC$ , &  $AD : DE = AB : BC$  (§. 148); consequenter  
ob  $AD : AB = AE : AC$  (§. 83  
*Arithm.*),  $AD : AE = BD : EC$ .  
*Q. E. D.*

PROBLEMA XLV.

150. Datis duabus lineis AC & TAB. V.  
AB tertiam proportionalem invenire. Fig. 90.

K 2 RE



## RESOLUTIO.

1. Fiat pro lubitu angulus  $EAD$ .  
&

2. Ex  $A$  in  $C$  transferatur linea  $AC$ ; ex  $A$  in  $B$ , item ex  $C$  in  $E$  linea  $AB$ .

3. Ducatur ex  $B$  ad  $C$  recta  $CB$  & ex  $E$  recta  $DE$  parallela ipsi  $CB$ , quod peragitur, si (§. 8) angulus  $E$  angulo  $C$  æqualis fit (§. 73); erit  $BD$  tertia proportionalis quæsitæ (§. 149).

## PROBLEMA XLVI.

TAB. V.  
Fig. 91.

151. *Datis tribus lineis  $AB$ ,  $AC$  &  $BD$  invenire quartam proportionalem.*

## RESOLUTIO.

1. Ducatur pro arbitrio angulus  $EAD$ .

2. Ex  $A$  in  $B$  transferatur linea  $AB$ , ex  $A$  in  $C$  linea  $AC$ , & ex  $B$  in  $D$  linea  $BD$ .

3. Ex  $B$  ad  $C$  ducatur recta, &  
4. Ex

4. Ex D alia DE parallela ipsi CB, ut in Problemate præcedente: erit CE quarta proportionalis quæsitæ (§. 149).

THEOREMA XXVI.

152. Si in duobus Triangulis ABC TAB. V. & FDE, fuerit  $B = D$  &  $AB:BC = FD:DE$ , erit quoque  $A = F$  &  $C = E$ , &  $BA:AC = DF:FE$ . Fig. 89.

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $B = D$  &  $AB:BC = FD:DE$ , & ex duobus lateribus cum angulo intercepto Triangulum construui potest (§. 58); Triangula ABC & FDE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter  $A = F$ ,  $C = E$  &  $BA:AC = DF:FE$  (§. 147). Q. E. D.

SCHOLIUM.

153. Theoremata de similitudine Triangulorum sunt ex utilissimis in universa Mathesi, & ad plurima perducunt inventa, quæ in illa haberi

beri possunt. Potissima quoque Geometria Praxis in Campo, iis innititur, ut mox pluribus patebit.

# PROBLEMA XLVII.

TAB. V.

Fig. 92.

154. *Datam rectam in quocunque partes aequales dividere.*

## RESOLUTIO.

1. In rectam  $CD$  pro arbitrio assumptam transferantur tot partes aequales, in quot data dividenda, e. gr. quinque.

2. Super  $CD$  construatur Triangulum æquilaterum  $CED$  (§. 53).

3. Ex  $E$  in  $A$  transferatur recta data, itidemque ex  $E$  in  $B$ .

4. Tandem agatur ex vertice Trianguli  $E$  versus primum divisionis punctum recta  $EG$ ; crit  $AF$  pars quinta lineæ datæ  $AB$ .

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $EA : EB = EC : ED$ ,  
crit  $A = C$  &  $EA : AB = EC : CD$



$CD$  (§. 152). Sed  $EC = CD$ : ergo  
 $EA = AB$ . Proinde  $AB$  æqualis re-  
 ctæ datæ. Quare cum sit porro  $EA$ :  
 $AF = EC$ :  $CG$  (§. 148), hoc est,  $AB$ :  
 $AF = CD$ :  $CG$ , &  $CG = \frac{1}{2} CD$ , erit  
 etiam  $AF = \frac{1}{2} AB$  (§. 53 *Arithm.*).  
 Q. E. D.

## PROBLEMA XLVIII.

155. Rectam datam in ea propor- TAB. V.  
Fig. 93.  
 tione secare, in qua alia  $CD$  secta  
 fuit.

## RESOLUTIO.

1. Super linea secta  $CD$  construa-  
 tur Triangulum æquilaterum (§. 53).
2. Ex  $E$  in  $A$  &  $B$  transferatur li-  
 nea data, erit  $AB$  æqualis datæ.
3. Ex vertice Trianguli  $E$  ad pun-  
 cta divisionum  $G, I$  ducantur rectæ  
 $EG, EI$ . Hæ lineam datam  $AB$  se-  
 cabunt in  $F$  &  $H$  in debita propor-  
 tione.

150      E L E M E N T A  
D E M O N S T R A T I O.

Eadem est, quæ Problematis præcedentis.

S C H O L I O N.

156. Problematis huius usus amplissimus est in Architectura, tam civili quam militari, præsertim ubi Ichnographiæ vel ampliandæ vel contrahendæ.

P R O B L E M A   X L I X.

157. Parallelogrammum atque Triangulum in quotcunque partes æquales dividere.

R E S O L U T I O.

TAB. VI.  
Fig. 106.  
107.

1. Dividatur basis CD vel CB in tot partes æquales, in quot figura dividenda (§. 154).

2. Ex punctis divisionum 1. 2. ducantur in casu primo, cum altero latere AC parallelæ 1.1. & 2.2 (§. 67), in casu altero rectæ usque ad verticem Trianguli A1 & A2. Quo facto  
utraq;

utraq̃ue Figura in partes æquales di-  
vifa eſt (§. 138, 139).

PROBLEMA L.

158. *Inter duas Lineas AB & BE me-  
diam proportionalem invenire.* TAB. VI.  
Fig. 108.

RESOLUTIO.

1. Jungantur lineæ datæ AB &  
BE in directum, dividaturque AE  
bifariam in C (§. 90).

2. Ex C intervallo ipsius AC deſ-  
cribatur ſemicirculus.

3. Ex B erigatur perpendicularis  
BD (§. 70). Hæc eſt media propor-  
tionalis quæſita.

DEMONSTRATIO.

Angulus ADE eſt rectus (§. 86):  
ABD eſt etiam rectus (§. 18), an-  
gulus DAB utrique Triangulo DAB  
& DAE communis. Ergo angulus  
ADE æqualis eſt angulo DEB (§. 78).  
Sed in Triangulo DEB angulus  
K 5 DBE



DBE est etiam rectus (§. 18). Ergo AB est ad BD ut BD ad BE (§. 148).

*Q. E. D.*

### SCHOLIION I.

159. Quod si aliqua Linea pro unitate assumatur, & exinde numerus datus per aliam lineam exprimatur, per presens Problema auxilio Scalæ Geometricæ, Radix quadrata extrahi potest (§. 74 *Arithm.*).

### SCHOLIION II.

160. Eodem prorsus modo per Problema 46 (§. 151). Regula trium in lineis absolvi potest.

### PROBLEMA LI.

TAB. VI. 161. Data chorda alicujus arcus  
Fig. 109. AB una cum ejus altitudine DF, invenire diametrum ED & per consequens centrum Circuli C.

### RESOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

1. Quærat ad FD & FB tertia pro-

proportionalis (§. 85 *Aritbm.*), ut habeatur EF (§. 158).

2. Ad FE si addatur altitudo arcus DF, habetur diameter ED, quæ

3. Bifariam secetur, ut habeatur radius EC & per consequens centrum C.

E. gr. Sit DF 8'3" FB 1°6'6"

83 — 166 — 166

166	1	
996	22	
996	366	
166	27556	
27556	8333	
	88	
		$\left\{ \begin{array}{l} 332'' \text{ EF} \\ 83 \text{ DF} \\ \hline 415'' \text{ ED} \end{array} \right.$
		2)2075''' EC

## SCHOLIION.

162. Hoc Problema in Architectura civili usum habet, cum apertura januarum & fenestrarum arcubus includendæ.

## PROBLEMA LII.

163. Data chorda alicujus arcus AB & ejus altitudine DF, invenire Aream segmenti ADBFA.

RESO-

1. Quærat<sup>ur</sup> primo diameter DE (§. 161).
  2. Describatur Circulus & in eo applicetur chorda AB.
  3. Ope Transportatoris mensuretur angulus ACB (§. 43.)
  4. Tum Investigetur Area Sectoris ACBDA (§. 137). &
  5. Ex data chorda AB & differentia FC inter altitudinem arcus DF & radium DC, Area Trianguli ACB (§. 122).
  6. Tandem Triangulum ACB ex Sectoris ACBDA subtrahatur, residuum erit segmentum ADBFA.
- Ex gr. Sit AB 600'', DF 80''; erit DE 1205'', arcus AB 60°, Ergo Area Sectoris ACBDA 189630''. Jam cum FC 522'', AF 300''; erit  $\triangle$  ACB 156600'', consequenter Segmentum AFBDA 33030''.

## PROBLEMA LIII.

TAB. V. 164. *Scalam Geometricam construe-*  
*Fig. 94. re.*

RESO-



## R E S O L U T I O.

1. Ducatur recta  $AE$ , & in eam transferantur partes 10 æquales arbitrariæ magnitudinis ex  $A$  in  $B$ , & ulterius intervallum  $AB$ , quoties libuerit.

2. In  $A$  excitetur perpendicularis  $AC$  arbitrariæ longitudinis in partes 10 æquales divisa (§. 70).

3. Per singula divisionum puncta agantur parallelæ cum  $AE$  (§. 67). &

4. In ultimam  $CD$  transferantur partes 10 partibus ipsius  $AB$  æquales.

5. Superius 10 & inferius 9, superius 9 & inferius 8, superius 8 & inferius 7, superius 7 & inferius 6 &c. rectis connectantur.

Dico, si  $AB$  fuerit decempeda, fore partes  $BI$ , 1. 2, 2. 3 &c. pedes: contra 9. 9 digitum unum, 8. 8 digitos duos, 7. 7 tres, 6. 6 quatuor &c.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam 10 pedes conficiunt decempedam (§. 9), evidens est, quod partes in recta  $AB$  sint pedes. Esse vero 9. 9 digitum unum, 8. 8 duos, 7. 7 tres &c. demonstratur ita. Quia 9. 9 est parallela ipsi  $C9$ , erit ut  $A9$  ad  $AC$ , ita 9. 9 ad  $C9$  (§. 149). Quare cum sit  $A9 = \frac{1}{10} AC$ , erit  $9. 9 = \frac{1}{10} C9$ , adcoque digitus (§. 9) &c. *Q. E. D.*

## COROLLARIUM.

165. Quod si ergo circinus collocetur in tertia vel septima linea & aperiatur eadem usque, donec rectam infra ex pede quinto ductam attingat; habentur 5 pedes & insuper 3 vel 7 digiti, & sic porro.

## PROBLEMA LV.

TAB. V. 166. Metiri distantiam duorum locorum  $A$  &  $B$ , ex eodem tertio  $D$  accessorum.

RESO.

## R E S O L U T I O.

1. In mensula Geometrica in D horizontaliter collocata assumatur punctum  $c$ .

2. Ex hoc puncto collimetur per Dioptras versus A, ducaturque recta  $ca$ .

3. Similiter collineetur versus B, ducaturque recta  $cb$ .

4. Mensurentur decempeda lineæ  $cA$  &  $cB$ , quæ

5. Ex Scala Geometrica (§. 164) transferantur ex  $c$  in  $a$  &  $b$ .

6. Tandem super eadem Scala mensuretur linea  $ab$ , quæ indicabit distantiam quæsitam  $AB$ .

## D E M O N S T R A T I O.

Quia angulus  $c$  utrique Triangulo  $acb$  &  $A c B$  communis, & latera, quæ eum intercipiunt, proportionalia sunt; inferre licet, ut  $ca$  ad  $cA$  ita  $ab$  ad  $AB$  (§. 152). Sed  $ca$  totidem continet partes Scalæ seu mensuræ



furæ minoris quot  $cA$  majoris: ergo etiam  $ab$  totidem mensuræ minoris partes continebit, quot partes  $AB$  continebat majoris mensuræ, qua in Campo usus es.  $\angle E. D.$

### RESOLUTIO ALIA.

1. Collocato Instrumento Gonio-metrico in  $D$ , mensuretur angulus  $A c B$  (§. 43).

2. Mensurentur quoque lineæ  $cA$  &  $cB$  (§. 44).

3. Ope transportatoris & Scalæ Geometricæ construatur Triangulum  $acb$  (§. 58).

4. Super Scala Geometrica (164) mensuretur linea  $ab$ : ita innotescet, quot decempedas, pedes atque digitos  $AB$  contineat.

### DEMONSTRATIO.

Coincidit cum proxima præcedente.

### PROBLEMA LV.

TAB. V.  
Fig. 96.

167. Invenire distantiam duorum loco-

locorum A & B quorum tantum unus A accessibilis est,

RESOLUTIO.

1. Mensula Goniometrica in statione ad arbitrium electa C collocata, per Dioptras collineetur ex puncto *c* ad utrumque locum A & B.

2. Quæraturs distantia stationis C à loco accessio A.

3. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur ex *c* in *a*.

4. Transferatur mensula in A ita ut punctum *a* ipsi A immineat & per Dioptras regulæ ad *a c* applicatæ baculus in C defixus conspiciatur.

5. Mox per illas collineetur ex *a* in B ducaturque recta *ab*.

6. Denique in Scala Geometrica (§. 164), capiatur intervallum ipsius *ab*: ita distantia quæsita AB innotescet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus  $c = C$  &  $a = A$ ;  
*Wolff. Comp. Math.* Tom. 1. L crit

erit  $ac$  ad  $AC$  ut  $ab$  ad  $AB$  (§. 148).  
 Sed linea  $ac$  totidem continet partes  
 Scalæ Geometricæ, seu mensuræ mi-  
 noris quot linea  $AC$  mensuræ ma-  
 joris: ergo etiam  $ab$  totidem par-  
 tes Scalæ Geometricæ, seu mensu-  
 ræ minoris continere debet, quot  
 $AB$  mensuræ majoris continet.  
*Q. E. D.*

### RESOLUTIO ALIA.

1. Instrumento Goniometrico men-  
 surentur, anguli  $C$  &  $A$  (§. 43), item-  
 que longitudo ipsius  $AC$  (§. 44).

2. Construatur ex his datis ope  
 Transportatoris & Scalæ Geometri-  
 cæ Triangulum  $acb$  (§. 60).

3, Secundum Scalam Geometri-  
 cam mensuretur linea  $ab$  & innotef-  
 cet distantia quæsita  $AB$ .

### DEMONSTRATIO.

Eadem est, cum proxime præce-  
 dente.



## P R O B L E M A L V I.

168. *Metiri distantiam duorum locorum innaccessorum AB.* TAB. V.  
Fig. 97.

## R E S O L U T I O.

1. Duabus stationibus in C & D electis in prima C collocetur mensula, in altera defigatur baculus.

2. Ex puncto *c* per Dioptras collineetur ad baculum D, itemque ad B & A, eoque versus ducantur super mensula rectæ.

3. Mensuretur distantia stationum CD (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur in mensulam ex *c* in *d*.

4. Baculo in C defixo mensula ita collocetur in D, quo punctum *d* ipsi D imineat, collimantique per Dioptras regulæ ad *cd* applicatæ, baculus in C occurrat.

5. Collimetur porro ex *d* ad A & B, ducanturque super mensula rectæ *da* & *db*.

6. Tandem super Scala Geome-

trica (§. 164) mensuretur  $ab$ , hoc modo innotescet distantia quæsitæ  $AB$ .

### DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus  $d$  utrique Triangulo  $dc b$  &  $DCB$  communis, & angulus  $c$  angulo  $C$  æqualis; erit  $cd$  ad  $CD$  ut  $bc$  ad  $BC$  (§. 148). Rursum quia per eandem rationem Triangulum  $acd$  Triangulo  $ACD$  simile; erit  $cd$  ad  $CD$  ut  $ac$  ad  $AC$  (§. 148); consequenter etiam  $bc$  ad  $BC$  ut  $ac$  ad  $AC$  (§. 57 *Arithm.*). Jam cum præterea angulus  $acb$  angulo  $ACB$  æqualis sit, erit  $ab$  ad  $AB$  ut  $ac$  ad  $AC$  (§. 152), vel  $cd$  ad  $CD$  (§. 57 *Arithm.*). Quoniam vero totidem partes respondent rectæ  $dc$  in Scala Geometrica, quot rectæ  $DC$  in mensura majore: ipsi quoque  $ab$  totidem respondere debent partes, in Scala Geometrica, quot ipsi  $AB$  in mensura majore, qua in Campo usus es. *Q. E. D.*

RESO-

R E S O L U T I O A L I A.

1. Ex prima statione C mensurentur anguli  $x$  &  $y$ , & ex statione D anguli  $z$  &  $w$  (§. 43) quorum summæ dant angulos ACD & BDC. TAB. VI.  
Fig. 98.

2. Mensurètur porro distantia stationum CD (§. 44): quæ

3. Juxta Scalam Geometricam transferatur in chartam, & ope angulorum  $x$  &  $z + w$  construatur Triangulum BCD, & ope angulorum  $z$  &  $x + y$  alterum ACD (§. 60).

4. Tandem in Scala Geometrica metire lineam AB, ita innotescet distantia quæsitæ.

D E M O N S T R A T I O.

Eadem est cum proxime præcedente.

S C H O L I O N.

169. Simili methodo reperiuntur distantie plurium locorum simul, si nimirum ex duabus Stationibus ad singula collinetur.



## PROBLEMA LVII.

TAB. V.  
Fig. 99.

170. *Altitudinem accessam AB metiri.*

## RESOLUTIO.

1. Statione in D electa mensula verticaliter erigatur, ita ut latus ipsius inferius sit horizonti parallelum: id quod haud difficulter obtinetur ope perpendiculi.

2. Regula cum Dioptris ad illam horizontaliter applicata collimetur versus locum, cujus altitudo quaeritur, ducaturque recta  $cE$ .

3. Circa punctum  $c$  vertatur regula donec oculo per Dioptras transpicienti apex altitudinis  $A$  occurrat, ducaturque in mensula recta  $cb$ .

4. Mensuretur distantia stationis ab altitudine  $Cc$  (§. 44) &

5. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur in mensulam ex  $c$  in  $E$ .

6. In  $E$  erigatur perpendiculum  $Eb$  (§. 70), quod

7. Ad

7. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicatum, partem altitudinis  $AC$  manifestat.

8. Huic addatur altitudo  $BC$ , Summa est altitudo quæsitæ  $AB$ .

D E M O N S T R A T I O.

Angulus  $c$  est utrique Triangulo  $Ecb$  &  $CcA$  communis: anguli ad  $E$  &  $C$  sunt recti: adeoque erit  $cE$  ad  $cC$  ut  $bE$  ad  $AC$  (§. 148.). Sed  $Ec$  totidem continet partes Scalæ Geometricæ quot  $cC$  mensuræ majoris. Ergo etiam  $Eb$  totidem partes Scalæ Geometricæ quot  $AC$  majoris mensuræ, qua in campo usus es, contineat necesse est. *Q.E.D.*

R E S O L U T I O A L I A.

1. Mensuretur angulus  $E$  (§. 43) & distantia stationum  $AD$  vel  $CE$  (§. 44.)

TAB. VI.  
Fig. 100.

2. Construatur ex his datis Triangulum rectangulum  $ebc$  (§. 60).

3. Mensuretur altitudo  $bc$  super

L 4

Sca-

Scala Geometrica, & prodit altitudo  $BC$ .

4. Huic addatur altitudo instrumenti, summa est altitudo  $AB$ .

### DEMONSTRATIO.

Coincidit cum præcedente.

### SCHOLIUM.

171. In omnibus his, resolutionibus supponitur linea  $AD$  horizontalis: Stante enim Instrumento in altiore vel humiliore loco, quam est altitudo  $BA$  sita; consultum est, ut angulus  $CEA$ , quoque mensuretur, & Triangulum  $CEA$  juxta Scalam in Charta construatur.

### PROBLEMA LVIII.

TAB. VI. 172. *Altitudinem innaccessam  $AB$  Fig. 101. metiri.*

### RESOLUTIO.

1. Duabus Stationibus in  $D$  &  $E$  electis collineetur ut in Problemate præ-



præcedente, ad apicem A & punctum C; in statione prima D.

2. Mensuretur distantia stationum ED (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex puncto *f*, quod ipsi D imminere debet, in *e*.

3. Translata mensula in E, ita ut punctum *e* ipsi E immineat collineetur sicut ante ad baculum in D defixum & apicem A.

4. Ubi recta *ca* rectam *fa* intersectat, demittatur *ac* ad *fc* perpendicularis (§. 69), quæ

5. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicata dabit altitudinem AC.

6. Huic addatur altitudo BC, summa est altitudo desiderata AB.

### DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

### RESOLUTIO ALIA.

Mensuretur in statione D angulus TAB. VI.

L 5 *f* Fig. 101.  
102.

$f$  & in altera  $E$  angulus  $e$  (§. 43), & distantia stationum  $E D$  (§. 44), hæc

2. Transferatur in chartam juxta Schalam Geometricam (§. 164).

TAB. VI. 3. In ea ope angulorum  $e$  &  $f$  Fig. 102. construatur triangulum  $f e a$  (§. 60).

4. Demittatur ex  $a$  in basin  $f e$  continuatam in  $c$ , perpendicularis  $ac$  (§. 69).

5. Tandem super Scala Geometrica (§. 164) mensuretur  $ac$ , eique addatur altitudo Instrumenti, quo quantitas angulorum explorata fuit, vel observentur, quæ (§. 171) dicta sunt: ita prodibit altitudo quæsitæ  $A B$ .

### D E M O N S T R A T I O.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

### P R O B L E M A L I X.

TAB. V. 173. *Figura quævis rectilineæ  $A B C$*   
Fig. 103.  *$D, E$  quæ permeari potest Ichnographiam perficere.*

## R E S O L U T I O.

Mensurentur longitudines singulorum laterum  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EA$ ; itemque diagonalium  $AC$  &  $AD$ ; quo facto figura juxta Scalam Geometricam (§. 164) in charta delineari potest (§. 111).

## D E M O N S T R A T I O.

Ichnographice Figuram descripturus parvam Figuram ita describere debet, ut ejus singuli anguli sint æquales singulis angulis Figuræ majoris, & latera inter se ut latera hujus. Quod si ergo pro quovis latere Triangulorum  $ABC$ ,  $ACD$ ,  $ADE$ , super Scala tot partes assumantur, quot in solo cuivis lateri respondent, erunt latera Figuræ parvæ, inter se ut latera figuræ magnæ. Existentibus enim  $AB$  e. gr. 6 &  $BC$  7 in solo, erit etiam in charta  $AB$  6, &  $BC$  7: consequenter erit  $AB$  ad  $BC$  utrinque ut 6 ad 7: anguli igitur Figuræ parvæ æquales sunt



sunt angulis Figuræ magnæ (§. 148).  
 Quoniam vero anguli Figuræ, cum  
 angulis Triangulorum coincidunt,  
 oportet ut singuli anguli Figuræ par-  
 væ æquales sint singulis angulis Fi-  
 guræ magnæ. Q. E. D.

A L I T E R.

TAB. VI.

Fig. 164.

1. Mensula intra Figuram posita  
 eligatur punctum F.
2. Ex F collineetur in baculos, in  
 singulis Figuræ angulis A, B, C, D, E  
 defixos, ducanturque rectæ  $Fa$ ,  $Fb$ ,  
 $Fc$ ,  $Fd$ ,  $Fe$ .
3. Mensurentur lineæ FA, FB, FC,  
 FD, FE, (§. 44).
4. Inde determinentur lineæ  $Fa$ ,  
 $Fb$ ,  $Fc$ ,  $Fd$ ,  $Fe$  juxta Scalam (164).
5. Tandem ducantur rectæ  $ab$ ,  $bc$ ,  
 $cd$ ,  $ed$  &  $ea$ ; ita Figura quæsitæ termi-  
 nabitur.

D E M O N S T R A T I O.

In Triangulo  $aFb$  est  $Fa$  ad  $Fb$   
 ut  $FA$  ad  $FB$  in Triangulo  $AFB$ ,  
 &

& angulus  $F$  est utrique Triangulo communis : ergo est quoque  $Fb$ , ad  $FB$  ut  $ba$  ad  $BA$  (§. 152). Eodem modo ostenditur esse  $Fb$  ad  $FB$  ut  $bc$  ad  $BC$ ; consequenter etiam  $ba$  ad  $bc$  ut  $BA$  ad  $BC$  (§. 57 *Arithm.*). Est vero etiam angulus  $ABC$  æqualis angulo  $abc$  (§. 152). Quare cum eadem ratione demonstretur esse reliquos angulos  $c, d, e, a$  æquales angulis  $C, D, E, A$  atque reliqua latera inter se ut latera  $CD, DE, EA$ ; patet, Ichnographiam Figuræ majoris esse perfectam. *Q. E. D.*

*A L I T E R.*

1. Ex  $F$  mensurentur anguli  $AFB, BFC, CFD, DFE, EFA$  (§. 43). Item Lineæ  $FA, FB, FC, FD$  &  $FE$  (§. 44).

2. Transferantur anguli in chartam (§. 48) itemque lineæ juxta Scalam Geometricam (§. 164).

3. Ducantur rectæ  $ab, bc, cd, ed$ , &  $ea$ ; ita Figura desiderata terminabitur.

*DE-*

## DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ proxime præcedens.

## PROBLEMA LX.

TAB. VI. 174. *Ichographiam figuræ ABCDE*  
 Fig. 105. *perficere quæ ex duabus Stationibus A*  
*& B tota videri potest.*

## RESOLUTIO.

1. Posita mensula in A, collimetur ad omnes figuræ angulos B, C, D & E, ducanturque rectæ versus eos ex puncto A.

2. Mensuretur distantia stationum AB (§. 44) & in mensulam ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex A in *b*.

3. Mensula ex A transferatur in B, ita ut punctum *b* ipsi B respondeat collimantique per Dioptras regulæ ad lineam *b* A applicatæ baculus in A defixus occurrat, tum

4. Collimetur ex puncto B versus  
 fin-



singulos figuræ angulos, & versus  
cos rectæ ducantur, quæ priores in  
 $e, d, c$  intersecant.

5. Tandem ducantur rectæ  $ed, dc$ ,  
quo facto Ichnographia erit perfe-  
cta.

### DEMONSTRATIO.

Eadem fere est, quæ Problematis  
56 (§. 168).

### ALITER.

1. Ex A mensurentur anguli CAB,  
DAC, EAD, itemque ex B an-  
guli EBA, DBE, CBD (§. 43),  
ut & stationum distantia AB (§. 44).

2. In charta designetur linea  $ab$ ,  
& in eam transferatur ex Scala  
Geometrica (§. 164) longitudo Li-  
neæ AB.

3. In  $bac, cad, dae$  transfe-  
rantur anguli CAB, DAC & EAD:  
in  $abe, ebd, dbc$  autem anguli  
ABE, EBD, DBC (§. 48).

4. Tandem puncta  $a, e, d, c, b$   
rectis

rectis connectantur: quo facto Figuræ propositæ, Ichnographia erit absoluta.

### DEMONSTRATIO.

Coincidit denuo cum demonstratione Problematis 56 (§. 168).

### PROBLEMA LXI.

175. Ichnographiam Figuræ *ABCDE* perficere, quam totam circumire licet.

### RESOLUTIO.

TAB. VI.  
Fig. 105.

1. Mensula in *A* collocata colligetur in baculos in *B* & *E* defixos, ut angulus *B A E* seu *b a e* in eadem designari possit.

2. Mensuretur utraque recta *AB* & *AE* (§. 44) atque juxta Scalam transferantur in mentulam ex *a* in *b* & *e* (§. 164).

3. Mensula in *B* transferatur ita ut punctum *b* puncto *B* congruat, exinde

exinde retro collimetur in  $A$  ut & in  $C$ , quo angulus  $B C A$  in mensula designari possit.

4. Mensuretur Linea  $B C$  (§. 44) & transferatur in mensulam ex  $b$  in  $c$  (§. 164).

5. Hoc modo totam Figuram circumeundo, Ichnographia tandem absolvetur.

### D E M O N S T R A T I O.

Singuli enim anguli Figuræ minoris, sunt æquales singulis angulis Figuræ majoris, & latera illius sunt inter se ut latera hujus: Figura igitur minor est majori similis (§. 147).

*Q. E. D.*

### A L I T E R.

Mensurentur omnia latera (§. 44) & tot anguli, quot sunt latera, demis tribus (§. 43). His enim datis Ichnographia absolvi potest (§. 112).

PRO-

*Wolff. Comp. Math. Tom. I. M*



## PROBLEMA LXII.

176. *Cujuscunque Campi vel agri  
Aream invenire.*

## RESOLUTIO.

1. Perficiatur primo ejus Ichno-  
graphia juxta Problemata præceden-  
tia. Postea

2. Quærat<sup>r</sup>ur Area figuræ juxta  
Problema 35 (§. 123).

## DEFINITIO XV.

TAB. VI. 177. Si semicirculus  $\alpha$  circa dia-  
Fig. 110. metrum AB gyretur; Sphæra gene-  
ratur.

## COROLLARIUM.

178. Omnia ergo puncta in superficie  
Sphæræ æqualiter à centro distant (§. 13).

## DEFINITIO XVI.

TAB. VI. 179. Si Figura rectilinea ABC  
Fig. 111. juxta ductum lineæ rectæ AD mo-  
tu

tu sibi semper parallelo sursum vel deorsum feratur, *Prisma* describit. Sed si Circulus  $\times$  juxta ductum lineæ *Fig. 112.* rectæ FG eodem modo sursum vel *113.* deorsum feratur, vel Rectangulum ABCD aut Quadratum circa altitudinem suam BC gyretur, *Cylindrus* generatur.

C O R O L L A R I U M I.

180. Quodlibet adeo Prisma habet duas bases æquales & circum circa terminatur tot Parallelogrammis, quot latera basis habet.

C O R O L L A R I U M II.

181. In Cylindro & Prismate, omnes sectiones, basi parallelæ sunt inter se æquales.

D E F I N I T I O XVII.

182. Si rectangulum ABCD jux- *TAB. VII.* ta rectam AE pari modo feratur; *Fig. 114.* *Parallelepipedum* describitur: si Quadratum O juxta rectam HI lateri ejus *Fig. 115.* *116.* *M. 2* æqua-

æqualem, deorsum feratur; *Cubus* generatur.

### COROLLARIUM I.

183. Terminatur adeo Parallelepipedum sex rectangulis, quorum bina opposita inter se æqualia sunt. Et sectiones basi parallelæ sunt inter se æquales.

### COROLLARIUM II.

184. Cubus terminatur sex Quadratis inter se æqualibus.

### DEFINITIO XVIII.

TAB. VII. 185. Si Triangulum rectangulum  
Fig. 116.  $ABC$  circa latus unum  $AB$  gyretur, *Conus* generatur.

### COROLLARIUM.

186. Omnes sectiones basi Coni parallelæ, Circuli sunt, tanto tamen minores, quo vertici  $A$  propiores.

### DEFINITIO XIX.

TAB. VII. 187. Si recta  $AD$  in puncto  $D$   
Fig. 117. fixa,



fixa, circa integram peripheriam Figuræ rectilineæ  $A B C$ , altera sua extremitate  $A$  convertatur, oritur Pyramis. Si figura  $A B C$  fuerit Circulus, *Fig. 116.* emergit *Conus*.

C O R O L L A R I U M.

188. Pyramis pro basi figuram rectilineam habet, & terminatur circum circa tot triangulis, cum verticibus in uno puncto  $D$  coeuntibus, quot basis latera habet.

D E F I N I T I O XX.

189. *Corpus regulare vel ordinatum* est solidum æqualibus planis regularibus ejusdem speciei terminatum, cujus anguli solidi omnes inter se æquales sunt: reliqua corpora dicuntur *irregularia vel inordinata*.

D E F I N I T I O XXI.

190. Præter *Cubum* (§. 182) sunt adhuc quatuor alia Corpora regularia nimirum *Tetraëdrum*, quod quatuor; *octaëdrum*, quod octo; *Icosæd-* *Fig. 119.*  
*Fig. 120.*  
*M 3. drum*

*drum* quod viginti Triangulis æquilateris includitur; & *Dodecaëdron* quod duodecim Pentagonis regularibus continetur.

Fig. 121.

### PROBLEMA LXIII.

191. *Soliditatem ac superficiem Cubi determinare.*

### RESOLUTIO.

Mensura solidorum est pertica cubica, hoc est, Cubus perticam longus, & perticam latus. Hæc dividitur in pedes, digitos &c. cubicos. Illi sunt Cubi, quorum latus pedem; hi Cubi, quorum latus digitum æquat.

Soliditatem adeo Cubi determinaturus.

1. Metitor latus Cubi, ducitoque in se ipsum; factum est basis (§. 114. 184).

2. Idem factum porro ducito in latus, prodibit soliditas Cubi.

3. Contra si basin per 6 multipli-

plicet , reperiet superficiem integri Cubi (§. 184 ).

E X E M P L U M.

Latus	34'		Basis	1156'
	<u>34</u>			<u>34</u>
	136			4624
	<u>102</u>			<u>3468</u>
Basis	1156		6 Soliditas Cubi	39304'
Superficies	<u>6936'</u>			
Cubi				

D E M O N S T R A T I O.

Si latus Cubi in partes quotcun- TAB. VII.  
que æquales divisum concipiatur, Fig. 122.  
evidens est tot proditura Cuborum  
minorum strata quot altitudo habet  
partes, & in quolibet strato tot fore  
Cubos minores quot Quadrata in  
basi reperiuntur.

Ex quo patet multiplicando basin  
per altitudinem, proditurum nume-  
rum Cuborum minorum quos ma-  
ior continet. Q. E. D.



## COROLLARIUM.

192. Quod si latus Cubi fuerit 10, erit Soliditas 1000. Quare si latus fuerit perticæ unius, five 10 pedum, 1000 pedes cubici in majore cubo continentur. Adcoque pertica cubica 1000 pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus, 1000 lineas cubicas continet.

## THEOREMA XXVII.

193. *Parallelepipeda, Prismata, & Cylindri, quorum bases & altitudines æquantur æqualia sunt.*

## DEMONSTRATIO.

Si enim Parallelepipedium, Prisma & Cylindrus in discos crassitie quantumlibet exiguæ secari cogitentur: non solum disci erunt inter se æquales (§. 181. 183); verum etiam si duo corpora eandem altitudinem habent, tot disci ex uno prodibunt, quot ex altero. Adcoque hæc Corpora spatium æquale occupant. Q. E. D.

PROBLEMA LXIV.

194. *Metiri Soliditatem ac superficiem Parallelepipedi.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicetur longitudo  $AB$  TAB. VII. Fig. 123. per latitudinem  $BC$ , ut habeatur basis  $ABCD$  (§. 117. 183).

2. Hæc si porro multiplicetur per altitudinem  $BF$ , prodibit Soliditas quæfita.

*E. gr.* Sit  $AB$  36'  $BC$  15'  $BF$  12'

Longitudo  $AB$  36

Basis  $ABCD$  540

Latitudo  $BC$  15

Altitudo  $BF$  12

180

1080

36

54

Basis  $ABCD$  540

Soliditas 6480

PRO SUPERFICIE.

1. Multiplicetur  $AB$  per  $BC$ ; item  $AB$  per  $BF$  &  $BF$  per  $BC$ , ut habeantur quadrilatera  $BD$ ,  $EB$  &  $BG$  (§. 117. 183).

2. Addantur hæc tria quadrilatera & summa multiplicetur per 2;

M 5

fa-

184 ELEMENTA  
factum erit Superficies Parallelepi-  
pedi (§. 117. 183).

E. gr.	AB	36'	AB	36'	BC	15'		
	BC	15	BF	12	BF	12		
		180			72	30		
		36			36	15		
<input type="checkbox"/>	DB	540'	<input type="checkbox"/>	BG	432'	<input type="checkbox"/>	BE	180'
<input type="checkbox"/>	BG	432						
<input type="checkbox"/>	BE	180						
		1152'						
		2						
		2304'	Superficies Parallelepiped.					

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione  
Problematis præcedentis. (§. 191).

THEOREMA XXVIII.

195. Planum diagonale DBFH di-  
videt Parallelepipedum in duo Prisma-  
ta, inter se equalia.

DEMONSTRATIO.

TAB. VII. Diagonalis DB dividit Parallelo-  
grammum ABCD in duo Triangula  
æqualia (§. 102).  
Sed



Sed cum Prismata  $ADBF GH$  &  $DBCE FH$  præter bases æquales, eandem quoque altitudinem  $DH$  habeant; ipsa quoque æqualia erunt (§. 193). *Q. E. D.*

PROBLEMA LXV.

196. *Metiri Soliditatem, ac Superficiem Prismatis.* TAB. VII. Fig. 124.

RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>ur</sup> basis Prismatis (§. 117. 121. 122. 123. 124).
- 2, Inventa multiplicetur per altitudinem, prodibit Soliditas quæsitæ.
3. Peripheria baseos integra multiplicetur per eandem altitudinem; factum exprimet superficiem, seclusis basibus.
4. Quæ si addantur, habebitur superficies integra (§. 180).

E. Gr. Sit AB 8' CD 6' AE 15'

AB 8' ABC 24'

$\frac{1}{2}$  CD 3

AE 15

ABC 24'

120

24

Soliditas Prismatis 360'

BC 91"

AB 80

AC 62

Peripheria 233"

AE 15.0

11650

233

Superf. absque basibus 34950"

ABC — 2400

HEI 2400

Superf. integr. 39750"

### DEMONSTRATIO.

Prisma Triangulare dimidium Parallelepipedum est, quod duplam basin, sed eandem altitudinem habet (§. 195). Quod si basis Parallelepipedum per altitudinem multiplicetur, prodit ejus Soliditas (§. 194). Ergo si dimidia Parallelepipedum basis, hoc est, basis

basis Prismatis Triangularis per altitudinem multiplicetur, Parallelepipedum dimidium, hoc est, Prismatis Soliditas habetur. Cum omnia Prismata reliqua in Triangularia resolvi possint, quæ de Triangularibus demonstravimus iis quoque conveniunt.

## P R O B L E M A L X V I.

197. *Data diametro & altitudine Cylindri invenire Soliditatem ac superficiem ejus.*

## R E S O L U T I O.

1. Quæritur basis Cylindri (§. 134).  
quæ
2. Ducatur in altitudinem, quod prodit est Soliditas Cylindri quæsitæ.
3. E contra si Peripheria multiplicetur per eandem altitudinem, factum est superficies, seclusis basibus.
4. Quæ addantur, & prodibit tota superficies Cylindri quæsitæ.

E. gr.



TAB. VI. E. gr. Sit Diameter 2 AB 560", Altitudo  
Fig. 113. BC 892" erit.

Basis	246176"	Periph.	17584"
Altitudo BC	892	BC	8920
	<u>492352</u>		<u>351680</u>
	2215584		158256
	<u>1969408</u>		<u>140672</u>
Solid. Cylindri.	219588992"	Superf. feclus. bas.	156849280"
		Bases	24617600
			<u>24617600</u>
		Superficies	206084480"

### D E M O N S T R A T I O.

Quoniam Circulus est Poligonum regulare infinitorum laterum, Cylindrus considerari potest tanquam Prisma, infinitorum laterum. Proinde Soliditas ejus invenitur basi in altitudinem; Superficies vero peripheria baseos, in eandem altitudinem ducta (§. 196). Q. E. D.

### T H E O R E M A XXIX.

198. *Pyramides & Coni super eadem*

*dem basi, & ejusdem altitudinis sunt  
æquales.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 223).

THEOREMA XXX.

199. *Qualibet Pyramis, est tertia  
pars Prismatis, super eadem basi &  
ejusdem altitudinis.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 224).

COROLLARIUM.

200. Cum itaque Conus, pro Pyrami-  
de infinitangula haberi possit; erit Conus  
tertia pars eandem Basin & eandem altitu-  
dinem habentis Cylindri.

PROBLEMA LXVII.

201. *Metiri Soliditatem Pyramidis  
& Coni.*

RESO-

## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> Soliditas Prismatis, vel Cylindri, eandem cum Pyramide vel Cono. basin & altitudinem habentis. (§. 196. 197).

2. Inventa dividatur per 3: quotus erit soliditas Pyramidis vel Coni. (§. 199. 200).

## V E L.

Multiplicetur basis utrinque per tertiam altitudinis partem.

E. Gr. Soliditas Prismatis (§. 196) est 360'. Soliditas ergo Pyramidis erit 120'. Soliditas Cylindri (§. 197) est 219° 588' 992". Soliditas itaque Coni erit 731 963 30  $\frac{2}{3}$ .

## PROBLEMA LXVIII.

TAB. VII. 202. *Invenire Soliditatem Coni truncati* *ABDC.*  
Fig. 125.

## RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut differentia AH  
Semi-



Semidiametrorum  $AG$  &  $CF$  ad altitudinem Coni truncati  $CH$ ; ita semidiameter major  $AG$  ad altitudinem Coni integri  $EG$  (§. 149); invenietur per Regulam trium altitudo Coni integri  $EG$  (§. 85 *Arithm.*).

2. Ex hac & Diametro  $AB$  quaeratur Soliditas Coni integri  $AEB$  (§. 201).

3. Altitudo Coni truncati  $FG$  ab altitudine integri  $EG$  subducatur, ut relinquatur altitudo ablati  $EF$ .

4. Ex hac, & Diametro  $CD$  quaeratur Soliditas Coni  $ECD$  (§. 201).

5. Tandem Conus minor  $ECD$  à majore  $AEB$  auferatur, residua erit Soliditas truncati  $ACDB$ .

É. gr. Sit  $AB$  36'  $CD$  20',  $FG=CH$  12'; erit  $AG$  18',  $CF$  10' &  $AH$  8'; ergo

$$AH : CH = AG : GE$$

$$8 : 12 = 18 :$$

$$4) 2 : 3 = 18 \quad (\text{§. 96 } Arithm.)$$

$$2) 1 : 3 = 9$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 27 = GE \\ 12 = GF \\ \hline 15 = FE \end{array}$$

$$100 : 314 = 18 :$$

18

2512

314

56' 5" 2''' Semiperiph. major

1800 AG

4521600

5652

101736" Basis major

90  $\frac{1}{3}$  GE

9° 156' 240" Conus AEB

$$100 : 314 = 10 :$$

10

314" Semiperiph. minor

100 CF

31400" Basis minor

50  $\frac{1}{3}$  EF

1570000" Soliditas Coni CED

9156240 Soliditas Coni AEB

7586240" Soliditas Coni truncati  
ACDB.

## THEOREMA XXXI.

203. Sphæra æquatur  $\frac{2}{3}$  Cylindri super æquali basi & ejusdem altitudinis.

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 551).

THEOREMA XXXII.

204. *Cubus diametri est ad Sphæram propemodum ut 300 ad 157.*

DEMONSTRATIO.

Si diameter Sphæræ 100, Cubus ejus erit 1000 000 (§. 191): & Cylindrus eandem cum Sphæra basin & altitudinem habens, 785000 (§. 197). Consequenter Soliditas Sphæræ  $523333\frac{1}{3}$  (§. 203). Est itaque Cubus diametri ad Sphæram ut 1000 000 ad  $523333\frac{1}{3}$ , hoc est multiplicando utrinque per 3, ut 3000 000 ad 1570000 (§. 58 *Arithm.*) vel dividendo porro per 10000, ut 300 ad 157 (§. 59 *Arithm.*).

SCHOLIUM.

205. Dico Cubum Diametri esse ad Sphæram propemodum ut 300 ad 157. In de-



*monstratione enim assumitur ratio prope vera  
diametri ad peripheriam 100 : 314 (§. 129).*

## THEOREMA XXXIII.

*206. Superficies Sphæræ est quadru-  
pla Circuli maximi ejusdem Sphæræ.*

## DEMONSTRATIO.

*Invenitur in Elementis (§. 554).*

## COROLLARIUM.

*207. Superficies ergo Sphæræ prodit pe-  
ripheria in diametrum ducta. (§ 134).*

## PROBLEMA LXIX.

*208. Data Diametro Sphæræ inve-  
nire Superficiem ac Soliditatem ejus.*

## RESOLUTIO.

1. Quærat peripheria Circuli  
maximi (§. 132).

2. Inventa ducatur in diametrum  
datam; factum est superficies Sphæ-  
ræ (§. 207).

3. Hoc

3. Hæc si porro multiplicetur per sextam diametri partem vel per integram diametrum, & productum per 6 dividatur; prodibit Soliditas Sphæræ.

E. gr. Sit diameter 5600''', erit peripheria Circuli maximi 17584'''

$$\begin{array}{r}
 17584''' \\
 \text{Diameter } 5600 \\
 \hline
 10550400 \\
 17584''' \\
 \hline
 187920 \\
 \text{Superficies Sphæræ } 984704'' \\
 \text{Diameter } 560 \\
 \hline
 59082240 \\
 4923520 \\
 \hline
 551434240''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 * * * * * 4 \\
 551434240 \\
 88888888
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 91905706\frac{2}{3}'' \\
 \text{Soliditas} \\
 \text{Sphæræ.}
 \end{array}
 \right.$$

PROBLEMA LXX.

209. Data diametro Sphæræ invenire Soliditatem ejus, alio adhuc modo.

NO 3 RESOL.

## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> Cubus diametri (§. 191),  
vel excerpatur ex Tabulis Cuborum.

2. Inveniatur ad 300, 157 & Cu-  
bum inventum, numerus quartus  
proportionalis (§. 85 *Arithm.*), qui  
erit Soliditas Sphæræ (§. 204).

E. gr. Sit diameter Sphæræ 64", erit  
Cubus ejus 262144", consequenter

$$\begin{array}{r} 300 \text{ --- } 157 \text{ --- } 262144'' \\ \phantom{300 \text{ --- } 157 \text{ --- }} 157 \\ \hline \phantom{300 \text{ --- } 157 \text{ --- }} 1835008 \\ \phantom{300 \text{ --- } 157 \text{ --- }} 1310720 \\ \phantom{300 \text{ --- } 157 \text{ --- }} 262144 \\ \hline \phantom{300 \text{ --- } 157 \text{ --- }} 41156608 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 \ 222 \\ 41156608 \\ 33333300 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 137188 \frac{208}{300} \text{ Solid. Sphæræ} \\ \end{array} \right.$$

## THEOREMA XXXIV.

210. *Omnia Prismata, Parallelepi-  
peda, Cylindri, Pyramides & Coni,  
si altitudines habeant æquales, sunt ut  
eorum bases, si vero bases æquales ha-  
beant, ut eorum altitudines.*



D E M O N S T R A T I O.

Prismata, Parallelepipedæ & Cylindri sunt ut facta ex basibus in altitudines (§. 194. 196. 197), Pyramides vero & Coni, ut facta ex tertia altitudinum parte in bases (§. 201): adeoque, si eorum altitudines fuerint æquales, sunt ut bases, si vero eorum bases æquales fuerint, ut altitudines (§. 58 *Arithm.*). Q. E. D.

C O R O L L A R I U M.

211. Quoniam Cylindrorum bases sunt Circuli (§. 179), Circuli autem ut Quadrata diametrorum (§. 131); ergo & Cylindri æque alti, sunt ut Quadrata diametrorum, vel peripheriarum basium.

T H E O R E M A XXXV.

212. *Sphære sunt ut Cubi diametrorum.*

D E M O N S T R A T I O.

Quemadmodum Sphæra una, ad

N 4. Cu-

Cubum suæ diametri, ita altera ad Cubum suæ diametri (§. 204). Ergo erit etiam Sphæra una ad alteram, ut Cubus diametri unius ad Cubum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*) *Q. E. D.*

### PROBLEMA LXXI.

213. *Virgulam Pithometricam construere, cujus ope haud difficulter invenitur numerus mensurarum fluidi alicujus e. gr. Cerevisiæ, Vini sublimati &c. in vase Cyliindrico contenti, vel quot earum taleras capit.*

### RESOLUTIO.

**TAB. VII.** 1. Diameter AB, Vasis cylindrici unius mensuræ, jungatur Lineæ indefinitæ ad angulos rectos.

*Fig. 126.*

2. Ex A transferatur in 1 recta A1, rectæ AB æqualis; erit B1 diameter Vasis, quod duas mensuras capit, sed eandem cum vase priori altitudinem habet.

3. Fiat  $A2 = B1$ , erit B2 diameter.

meter Vasis tres mensuras capientis, sed ejusdem denuo altitudinis cum vase, quod non nisi unam capit. Eodem modo inveniuntur diametri Vasorum capaciorum  $A_4$ ,  $A_5$ ,  $A_6$ , &c.

4. In unum Virgulæ latus, transferantur divisiones inventæ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  &c. in alterum vero altitudo Cylindri uni mensuræ æqualis, quoties fieri potest. *Ita factum est, quod petebatur.*

D E M O N S T R A T I O.

Duo enim Cylindri eandem altitudinem habentes, & quidem altitudinem unius mensuræ, sunt inter se ut Quadrata diametrorum (§. 211). Unde quadratum diametri Vasis, duas, tres, quatuor, &c. mensuras capientis, est duplum, triplum, quadruplum &c. quadrati diametri Vasis mensuram tantum unam capientis. Sed quadratum ipsius  $B_1$  vel  $A_2$  est duplum, quadratum ipsius  $B_2$  vel  $A_3$  triplum, quadra-

N 5 tum



tum ipsius  $B_3$  vel  $A_4$  quadruplum &c. quadrati ipsius  $AB$  vel  $A_1$  (§. 144). Quoniam vero  $AB$  vel  $A_1$  diameter vasis est mensuram unam capientis, erit  $A_2$  diameter Vasis duas,  $A_3$  diameter Vasis tres,  $A_4$  diameter Vasis quatuor &c. mensuras capientis. Quod si ergo unum Virgulæ latus, in quo hæ divisiones notatæ sunt, ad diametrum Vasis Cylindrici applices, illico constabit, quot mensuræ fundo insistere possunt. Jam si porro, ope alterius divisionis in altero Virgulæ latere factæ, longitudinem Vasis investigates; constabit, quot mensuræ sibi mutuo insistere possent. Quare si diameter ducatur in altitudinem, prodibit numerus mensurarum, quas totum Vas capit. Beneficio itaque Virgulæ constructæ, invenitur capacitas Vasis Cylindrici, juxta mensuras, quibus ad fluida mensuranda utimur. *Q. E. D.*

## S C H O L I O N.

214. *Sit e. gr. diameter Vasis cylindrici 8, altitudo 12; erit numerus mensurarum, quas capit 96.*

## P R O B L E M A LXXII.

215. *Invenire Capacitatem Dolii, hoc est, determinare numerum mensurarum, quas capit.*

## R E S O L U T I O.

1. Conveniente latere Virgulæ TAB. VII  
 Pithometricæ metire longitudinem Fig. 127.  
 Dolii FE, & latere altero diame-  
 trum fundi AB, item diametrum  
 Ventris, per orificium Dolii C.

2. Cum dolium in medio prope  
 orificium Ventrem habeat, versus  
 fundum autem utrinque depresso  
 sit, habetur (consentiente expe-  
 rientia, tametsi Geometrice demon-  
 strari nequeat) pro Cylindro cujus  
 basis est Circulus, medius *Arithme-*  
*tice* proportionalis, inter Circulum

*ventris* & Circulum *mi-*

minorem fundi & majorem ventris. Addatur ergo diameter major CD & minor AB.

3. Semisumma multiplicetur per longitudinem Dolii, crit factum, *vi demonstrationis problematis precedentis* (§. 213) numerus mensurarum, quas capit Dolium.

E. gr. Sit AB = 8

CD = 12

erit summa = 20

Semisumma = 10

FE = 15

Capacitas Dolii = 150 mensurarum.

### SCHOLION

216. Notandum est methodum justam ac facilem fluida in Dolis non plenis, juxta longitudinem jacentibus, mensurandi, hactenus desiderari: si vero erigantur, atque altitudo vini pro longitudine Dolii assumatur, per Problema præsens, quot mensuras contineat, inveniri poterit.

### PROBLEMA LXXIII.

TAB. VII. 217. Corporis irregularis cujuscunque Soliditatem invenire.

RESOL



RESOLUTIO.

1. Indatur corpus Parallelepipedo cavo, superfundatur aqua aut arena, illaque exacte complanata ejus altitudo  $AB$  notetur.

2. Corpore extracto observetur denuo aquæ aut arenæ rursus complanatæ altitudo  $AC$ : ita innotescit  $BC$ .

3. Quoniam Corpus irregulare æquatur Parallelepipedo  $DFCGE$ , mensuretur ejus Longitudo  $FC$  & latitudo  $CG$ , & quærat<sup>ur</sup> Soliditas ejus (§. 194).

E. gr. Sit  $AB$  8',  $AC$  5'; erit  $BC$  3'.  
Sit porro  $FC$  12',  $CG$  4': erit Soliditas corporis 144'.

SCHOLIION.

218. Quod si corpus in istiusmodi Vas commode deponi nequeat, e. gr. Si statua immobilis mensuranda esset; Parallelepipedo aut Prismate quadrangul<sup>ari</sup> circumdari & spatium vacuum arena expleri poterit; reliqua peragendo ut ante.

PRO-

## PROBLEMA LXXIV.

219. *Retia describere, ex quibus rite inter se complicatis, corpora Geometrica componi possunt.*

## RESOLUTIO.

TAB. VIII.  
Fig. 129.

1. Construatur Triangulum æquilaterum  $ABC$  (§. 53): latera bifariam secentur in  $D$ ,  $E$  &  $F$ , ducanturque rectæ  $DE$ ,  $EF$  &  $FD$ : & Rete *Tetraëdri* perfectum erit.

TAB. VIII.  
Fig. 130.

2. Quod si latus  $AC$  prolongetur in  $G$ ,  $BC$  in  $H$ , &  $ED$  in  $L$ , donec  $CG = DC$ ,  $CH = FC$ ,  $DI = IL = ED$ ; rectas  $GL$ ,  $CI$  &  $IH$  ducere licet, & Rete *Octaëdri* perfectum erit (§. 190).

TAB. VIII.  
Fig. 131.

3. In rectam  $AB$  latus Cubi  $AI$  quater transferatur; ita ut sit  $AI = IL = LN = NB$ , & construat Rectangulum  $ACDB$  eo modo, ut sit  $AC = AI$  (§. 99). Ducantur rectæ  $IK$ ,  $LM$ ,  $NO$  cum  $AC$  parallelæ, producanturque  $IK$  &  $LM$  utrinque

que in E & F, G & H, donec EI = IK = KF & GL = LM = MH; ita Rete *Hexaëdri* vel *Cubi* determinatur. (§. 182).

4. Describatur Pentagonum regulare A B C D E (§. 107); applicetur TAB. VIII.  
Fig. 132. regula ad D & B, ducaturque recta B L; eademque pariter applicata ad D & A, ducatur recta A G: fiat A G = A B = B L & intervallo A B ex G & L intersectio in Q; ita Pentagonum A B L Q G determinatur. Eodem modo si annectantur reliqua Pentagone BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, item reliqua sex *a, b, c, d, e, f*, rete *Dodecaëdri* (§. 190) perfectum erit.

5. Describatur Triangulum æquilaterum A C B (§. 53); recta A B TAB. VIII.  
Fig. 133. prolongetur in D, & in eam transferatur adhuc quater; agatur CE ipsi A D parallela, (§. 67) & fiat C I = I K = K L = L M = M E = A B; producatur A C in N, donec fiat C N = A C; applicetur regula ad B & I, F & K, G & L, H & M,



& M, D & E, ducanturque rectæ  
 YO, SP, TQ, VR & XE; eadem  
 porro applicata ad D & M, H & L,  
 G & K, F & I, B & C agantur re-  
 ctæ DQ, XP, VO, TN, SC; tan-  
 dem fiat  $MR = ME$  &  $BY = BA$ ,  
 & ducantur rectæ RE & AY. Fi-  
 gura descripta est Rete *Icosaëdri*  
 (§. 190).

TAB. VIII.  
 Fig. 134.

6. In rectam BD transferatur ex  
 B in H latitudo, ex H in I lon-  
 gitudino, ex I in K iterum latitudo,  
 & ex K in D, longitudo Parallele-  
 pipedi; in B erigatur normaliter al-  
 titudo Parallelepipedi BA, & com-  
 pleatur Rectangulum BACD (§. 99).  
 Ducantur EH, FI, GK ipsi AB  
 parallelæ (§. 67), & producat EH  
 utrinque in L & N, item FI in M  
 & O, donec LE, MF, IO & NH,  
 latitudini Parallelepipedi æquales  
 fiant: ita Rete *Parallelepiped*i deter-  
 minatur (§. 182).

TAB. VIII.  
 Fig. 135. 7. In rectam CF transferantur late-  
 ra basis Prismatis, CG, GH & HF;  
 describatur rectangulum CAEF,  
 cujus

cujus altitudo  $CA$  altitudini Prismatis æqualis est (§. 99). Super  $BD$  &  $GH$ , lateribus  $AB$  &  $DE$ ,  $CG$  &  $HF$ , construantur  $\triangle BKD$  &  $GIH$  (§. 55): ita Rete Prismatis factum erit (§. 179). Quod si basis fuerit Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum, &c; super  $BD$  &  $GH$ , Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum &c. describitur.

8. Ex  $A$  latere Pyramidis  $AE$  describatur arcus  $EB$ ; ei applicentur latera basis,  $ED$ ,  $DC$ ,  $CB$ , & ducantur rectæ  $AE$ ,  $AD$ ,  $AC$ ,  $AB$ . Tandem super  $DC$  describatur basis Pyramidis; ita Rete Pyramidis perfectum erit (§. 187).

TAB. VIII.  
Fig. 136.

9. Pro Rete Cylindri describatur rectangulum (§. 99), cujus altitudo  $BC$  altitudini Cylindri, longitudo  $CF$  peripheriæ æqualis est (§. 132); prolongetur  $BC$  in  $A$  &  $D$ , donec  $BA$  &  $CD$  diametro fiant æquales, & describantur Circuli, bases Cylindri. Ita factum est, quod petebatur.

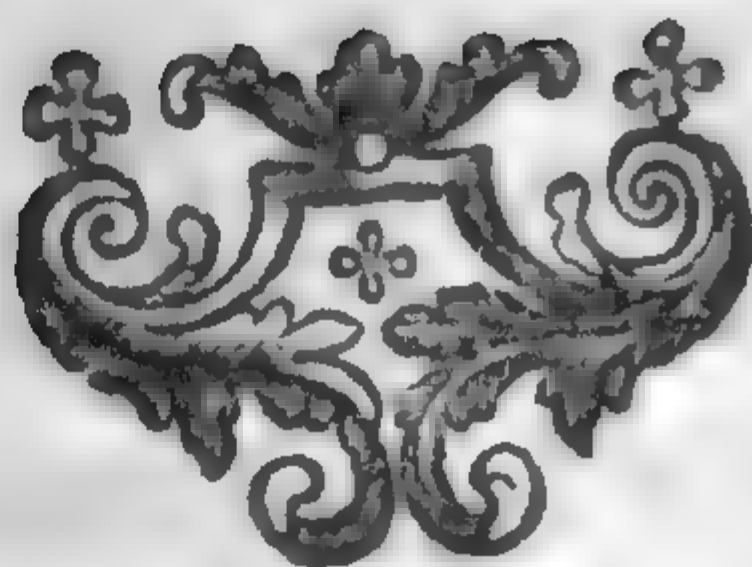
SCHO-

ELEMENTA  
SCHOLIION.

220. *Ut Corpora ex Retibus conglutinari  
queant, relinquuntur margines dum exscin-  
duntur, quemadmodum per lineas punctatas  
Fig. 129. indicavimus. Hic labor Tironibus  
conducit, ad corpora Geometrica distincte con-  
cipienda.*

ELEMENTORUM GEOMETRIÆ

FINIS.



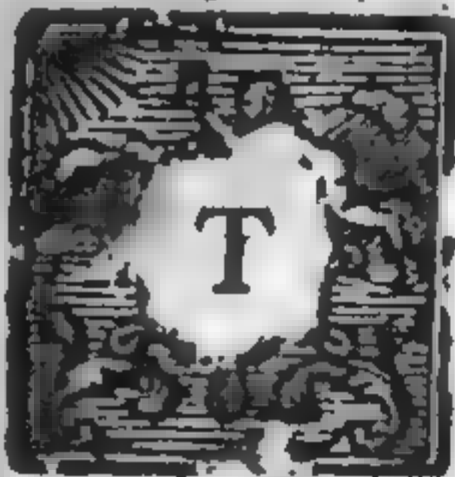
ELE.





# ELEMENTA TRIGONOMETRIÆ

## DEFINITIO I.

I.  **TRIGONOMETRIA**, est TAB.  
Trigon.  
Fig. 1. scientia ex datis tribus Trianguli rectilinei partibus, quarum saltem una latus est, inveniendi tres reliquas; Ex. gr. ex duobus lateribus  $AB$  &  $AC$ , atque angulo uno  $C$ , duos angulos reliquos  $A$  &  $B$ , cum latere  $BC$ .

## DEFINITIO II.

2. Dimidia chorda  $AD$  arcus  $AB$ , dicitur sinus arcus  $AE$ , item- Fig. 2.  
O 2 que

que arcus  $AI$ , qui arcuum  $AEB$  &  $AIB$  semisses sunt.

### COROLLARIUM I.

*Fig. 2.* 3. Sinus ergo cujusvis arcus  $AD$ , ad radium circuli  $EC$  perpendicularis est (§. 95 *Geom.*): consequenter sinus diversorum arcuum sunt inter se paralleli. (§. 75 *Geom.*).

### COROLLARIUM II.

*Fig. 2.* 4. Quoniam arcus  $AE$ , anguli  $ACE$  mensura est, & arcus  $AI$  mensura anguli  $ACI$  (§. 16 *Geom.*), &  $AD$  eorundem angulorum sinus erit.

### COROLLARIUM III.

*Fig. 2.* 5. Duo igitur anguli deinceps, seu super eadem recta  $EI$  juxta se positi, eundem sinum habent.

### DEFINITIO III.

*Fig. 2.* 6. Recta  $EF$ , in extremitate radii  $EC$  perpendiculariter erecta, arcus  $AE$ , consequenter etiam anguli  $ECA$ , *Tangens* dicitur;  $FC$  autem ejusdem & arcus & anguli *Secans*.

DE-

DEFINITIO IV.

7. Contra  $ED$  ejus *Sinus versus*, Fig. 2. &  $AG (=DC)$  sinus arcus  $AH$ , cum arcu  $EA$  90 gradus efficientis, dicitur *Sinus complementi*, sive *Cosinus*: hujus *Tangens*  $HL$ , *Tangens complementi* sive *Cotangens*; similiter *secans*  $CL$ , *Secans complementi* vel *Cosecans* ejusdem arcus  $EA$ , vel anguli  $ECA$ .

DEFINITIO V.

8. Radius denique  $EC$  vel  $HC$ , Fig. 2. vocatur *Sinus totus*.

COROLLARIUM.

9. Quoniam radius  $HC$  est sinus quadrantis  $EH$ : sinus totus anguli recti sinus est. (§. 37 Geom.).

THEOREMA I.

10. Sinus arcuum similium  $BC$  Fig. 3. &  $EF$  ad radios suos  $AB$  &  $ED$  eandem rationem habent.



## DEMONSTRATIO.

Si arcus BG & EH fuerint similes, uterque eundem habet graduum numerum, consequenter anguli A & D æquales sunt (§. 35 *Geom.*). Sed anguli C & F sunt recti (§. 3). Ergo radius AB ad sinum BC est, ut radius ED ad sinum EF (§. 148 *Geom.*). Q. E. D.

## SCHOLION I.

11. Hinc sinui toti cujusvis circuli vulgo tribuuntur 10000000 partes, & ope Geometrie supputatur, quot horum partium Sinui & Tangenti cujusvis gradus, immo cujusvis quoque minuti per integrum quadrantem cedant. Hoc modo Tabulæ Sinuum & Tangentium conditæ fuerunt, quibus in Trigonometria indigemus: quemadmodum in Elementis fusius ostenditur.

## SCHOLION II.

12. Quoniam Sinus & Tangentes sunt numeri prolixi, qui multiplicationem & divisionem in Trigonometria permolestas reddunt; ideo Johannes Neperus in Scotia Baro & post

post eum Henricus Briggsius *Anglus* certos numeros excogitarunt, qui loco vulgarium, non sine insigni calculi compendio possunt adhiberi; quia multiplicationem in additionem, & divisionem in subtractionem convertunt. Dicuntur Logarithmi & non solum pro omnibus Sinibus & Tangentibus; verum etiam, pro numeris naturalibus ab 1 usque ad 1000, nonnunquam ultra, in Tabulis Sinuum & Tangentium vulgaribus extant. De his igitur agendum est antequam ad Problemata Trigonometrica accedamus.

DEFINITIO VI.

13. Si duæ numerorum Series, altera in Geometrica, altera in Arithmetica Proportione progrediuntur; posteriores *Logarithmi* dicuntur priorum.

SCHOLION I.

14. Sint duæ series numerorum.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

quorum illi in Geometrica, hi in Arithmetica Proportione progrediuntur; erit 0 Logarithmus unitatis: 1 Logarithmus binarij 2: 2 Logarithmus quaternarii 4: 7 Logarithmus 128 &c.

## SCHOLION II.

15. Si Logarithmus unitatis est 0, erit Logarithmus facti, equalis aggregato ex Logarithmis factorum. E. gr. 3. summa logarithmorum 1 & 2 est logarithmus producti 8 ex 2 in 4. Rursus 7 summa logarithmorum 2 & 5, item 4 & 3, est logarithmus producti 128 ex 4 in 32, item ex 8 in 16. Hinc logarithmus quadrati, equalis est duplo logarithmi radiceis. E. gr. 4 Logarithmus numeri quadrati 16 est duplus logarithmi 2 radiceis 4; & 6 Logarithmus numeri quadrati 64 est duplus logarithmi 3 radiceis 8. Et vicissim dimidium logarithmi numeri alicujus est logarithmus radiceis quadrata ejusdem numeri. Sic dimidium logarithmi 8 est logarithmus radiceis 16, numeri quadrati 256. Similiter logarithmus Cubi, est triplus logarithmi radiceis. Sic 9 logarithmus numeri cubici 512 est triplus logarithmi 3 radiceis 8; ac proinde logarithmus radiceis cubice pars tertia logarithmi numeri cubici. Ex. gr. 2 logarithmus numeri 4 est pars tertia logarithmi 6 numeri cubici 64.

## SCHOLION III.

16. Si Logarithmus unitatis est 0; erit logarithmus quoti equalis differentie logarithmorum divisoris & dividendi. Et logarithmus  
fra-



fractionis invenitur, si logarithmus numeratoris subtrahatur a logarithmo denominatoris & residuo præfigatur signum subtractionis —. Sic 2 differentia inter 5 & 7 est logarithmus quoti 4 ex 128 per 32. Similiter 5 differentia inter 3 & 8 est logarithmus quoti 32 ex 256 per 8. Ast — 1 differentia inter 0 & 1 est logarithmus fractionis  $\frac{1}{2}$ .

#### SCHOLION IV.

17. Hinc liquet, quomodo ope logarithmorum multiplicatio in additionem, divisio in subtractionem, extractio radicis quadratæ, in bipartitionem & extractio radicis cubicæ, in tripartitionem convertatur.

#### SCHOLION V.

18. Pro logarithmis

Numerorum 1. 10. 100. 1000. 10000 assumperunt Tabularum conditores, 0. 00 000 000, 1. 00 000 000, 2. 00 000 000, 3. 00 000 000, 4. 00 000 000 hincque laboriosissimo modo, omnium numerorum logarithmos ab 1 usque ad 10000 immo postea usque ad 100000 deduxerunt, quemadmodum in Elementis docetur. Inde porro logarithmos Sinuum & Tangentium determinarunt, ut ibidem videre est. Methodum utendi logarithmis sequentia problemata declarabunt.

O S

THEO

## THEOREMA II.

*Fig. 4.* 19. *In omni Triangulo ABC latera sunt ut sinus oppositorum angulorum.*

## DEMONSTRATIO.

Si concipiatur Triangulum  $ABC$  Circulo inscriptum, quod semper fieri potest (§. 97 *Geom.*), dimidius arcus  $AB$  mensura anguli  $C$  erit (§. 84 *Geom.*), adeoque dimidium latus  $AB$  sinus ejusdem (§. 2). Pariter dimidius arcus  $AC$ , est mensura anguli  $B$ , ac proinde dimidium latus  $AC$ , sinus anguli  $B$ . Ergo ut latus  $AB$ , ad sinum sibi oppositi anguli  $C$ , ita latus  $AC$ , ad sinum sibi oppositi anguli  $B$ , (§. 59 *Arithm.*). Q. E. D.

## PROBLEMA I.

*Fig. 4.* 20. *Datis duobus angulis A & C, una cum latere AB; invenire latus BC.*

RESOLUTIO.

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19).

Ut sinus anguli C  
ad latus sibi oppositum AB  
Ita sinus anguli A  
ad latus sibi oppositum BC

E. gr. Sit  $C = 48^{\circ} 35'$ ,  $A = 57^{\circ} 29'$ ,  
 $AB = 74'$ : per logarithmos ita operamur:

Log. Sin C. --- 9 .8750142

Log. AB ----- 1 .8692417 }

Log. Sin. A ----- 9 .9259487 }

Summa 11 .7951804

Log. BC ----- 1 .9201662, cui in Tabulis  
proxime respondent 83'.

SCHOLIION I.

21. Quod si 83 pedibus non contentus, etiam  
digitos desideres, evolve eundem logarithmum  
BC, sub Characteristica 2 post 830: & Lo-  
gar. 832 quam proxime ad eum accedere de-  
prehendes, adeoque præter 83 pedes adhuc 2  
digitos esse. Si porro lineas desideres, quære  
eundem logarithmum denuo sub characteristica  
3 post 8320 & ipsi quam proxime Logari-  
thmum 8320 respondentem reperies; proin-  
de fore latus BC,  $8^{\circ}, 3', 2'', 1'''$ . Hoc pa-  
cto semper ratio instituenda est, quando Lo-  
ga-



rithmus sub sua characteristica, non accuratus reperitur.

## SCHOLION II.

22. Quoniam Resolutio Problematis per Regulam trium peragitur (§. 85 Arithm.) ideoque sinus  $A$  per latus  $AB$  multiplicari & productum per sinum anguli  $C$  dividi deberet; liquet, logarithmum lateris  $AB$  ad logarithmum sinus  $A$  addendum & à summa logarithmum sinus  $C$  subtrahendum esse (§. 15. 16).

## PROBLEMA II.

Fig. 4. 23. Datis lateribus  $AB$  &  $BC$  una cum angulo  $C$  uni eorum opposito invenire angulos reliquos.

## RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19):

Ut latus unum  $AB$

ad sinum anguli dati sibi oppositi  $C$ ;

Ita latus alterum  $BC$

ad sinum anguli quæsitum, sibi oppositi  $A$

E. gr.

# TRIGONOMETRIÆ. 219

E. gr. Sit  $AB = 82'$ ,  $BC = 75'$ ,  
 $C = 64^\circ 33'$ .

Calculus ita institues

Logar.  $AB$  ---- I. 9138138

Logar. Sin  $C$  --- 9. 9556688

Logar.  $BC$  ---- I. 8750613

Summa II. 8307301

Log. Sin  $A$  --- 9. 9169163, cui in Tabulis  
 proxime respondent  $55^\circ 40'$

## SCHOLIION I.

24. Quod si  $55^\circ 40'$  satis non habes, po-  
 teris insuper Secunda hunc in modum reperire.  
*A* logarithmo invento. .... 9. 9169. 163 sub-  
 trahatur in

Tabulis proxime minor. . . 9. 9168. 593

Et notetur differentia prima 570

Similiter à proxime maiore. 9. 9169. 455

Subtrahatur proxime minor. 9. 9168. 593

Et notetur differentia altera 862

Inferatur: 862 dant  $60''$  quot dabunt 570

~~862) 34200(39~~ 60

34200

862) 34200(39

2586

8340

7758

582

Quo facto obtinebis  $39''$ . Est ergo angulus  
 $A 55^\circ 40' 39''$ .

SCHO-

## SCHOLION II.

25. Datis duobus angulis  $A$  &  $C$ , tertius invenitur per Geometriam (§.77 Geom.): Cui ex adjuncto apparet exemplo.

	$C = 64^{\circ}$	$33'$	$0''$
	$A = 55$	$40$	$39$
$A + C$	120	13	39
$A + C + B$	179	59	60
$B$	59	46	21

## PROBLEMA III.

Fig. 5. 26. Datis in Triangulo rectangulo duobus lateribus  $AB$  &  $BC$  angulum rectum  $B$  intercipientibus invenire angulos.

## RESOLUTIO.

Assumto  $BC$  pro sinu toto, erit  $AB$  Tangens anguli  $C$  (§. 6). Inferatur ergo

Ut latus unum  $BC$   
ad alterum  $AB$ ;

Ita sinus totus  
ad Tangentem anguli  $C$ :

E. gr.

E. gr. Sit BC 79'; AB 54'; calculus talis erit.

Log. BC ----- 1.8976.271

Log. AB ----- 1.7323.938

Log. Sin.tot. --- 10.0000 000

Log. Tang.C. --- 9.8347667, cui in Tabulis quam proxime respondent  $34^{\circ} 21'$ . Est ergo angulus C  $34^{\circ} 21'$ ; angulus vero A  $55^{\circ} 39'$  (§. 75 Geom.).

### LEMMA.

27. Si ad Semisummam duorum numerorum vel quantitatum addatur Semidifferentia, prodit numerus major: Si vero hac ab illa subtrahatur, relinquitur numerus minor.

### DEMONSTRATIO.

Numerus major componitur ex minore & differentia, ergo summa componitur, ex minore bis sumto & differentia. Quare cum semisumma componatur ex minore & semidifferentia; prodit numerus major, si ad semisummam semidifferentia addatur.



femidifferentia addatur, contra relinquitur minor, si ab illa subtrahatur. *Q. E. D.*

# PROBLEMA IV.

Fig. 6.

28. *Datis duobus Trianguli lateribus AC & CB cum angulo intercepto C, invenire angulos reliquos.*

## RESOLUTIO.

1. Inferatur:

Ut summa laterum AC & CB  
ad differentiam eorundem:

Ita Tangens semisummæ angulorum quæditorum A & B  
ad Tangentem semidifferentiæ eorundem

2. Addatur semidifferentia ad semisummam; aggregatum erit angulus B, datorum laterum majori AC oppositus. Eadem à semisumma subtrahatur, remanebit angulus A (§.27).

Ex. gr. sit AC 75', BC 58', C 108°, 24'; calculus ita instituetur.

AC

$$\begin{array}{rcl}
 AC & 75^{\circ} & AC & 75' & A+B+C & 179^{\circ} 60' \\
 BC & 58 & BC & 58 & C & 108 \quad 24 \\
 \hline
 AC+BC & 133' & AC-BC & 17' & A+B & 71^{\circ} 36' \\
 & & & & \frac{1}{2}(A+B) & 35^{\circ} 48'
 \end{array}$$

Log. AC + BC ..... 2 .1238516

Log. AC — BC ..... 1 .2304489 }

Log. Tang.  $\frac{1}{2}(A+B)$  9 .8580694 }

Summa 11 .0885183

Log. Tang.  $\frac{1}{2}(A-B)$  8 .9646567, cui  
in Tabulis proxime respondent  $5^{\circ} 17'$ .

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{1}{2}(A+B) & 35^{\circ} 48' & \frac{1}{2}(A+B) & 35^{\circ} 48' \\
 \frac{1}{2}(A-B) & 5 \quad 17 & \frac{1}{2}(A-B) & 5 \quad 17 \\
 \hline
 & B \quad 41^{\circ} \quad 5' & & A \quad 30^{\circ} \quad 31'
 \end{array}$$

### DEMONSTRATIO.

Latus AC prolongetur in D, donec  $CD = BC$ , & fiat  $CE = BC$ ; erit DA summa, EA differentia laterum CB & CA, & angulus DBE rectus (§. 86 *Geom.*). Ducatur AG ipsi EB parallela; erit angulus G etiam rectus, &  $GAD = BED$  (§. 37. 72 *Geom.*); item GB tangens anguli GAB, & GD tangens anguli GAD (§. 6). Est vero  $DCB = CBA + CAB = CBE + CEB = 2 CEB$  (§. 74. 79 *Geom.*);

Wolff. Comp. Math. Tom. I. P. adeo

adeoque  $CEB$  itemque  $CAG$  semisumma angulorum quæditorum  $CBA$  &  $CAB$ , consequenter  $BAG$  semidifferentia (§. 27). Ergo est ut  $DA$  summa laterum  $AC$  &  $CB$ , ad  $EA$  differentiam eorundem; ita  $DG$  tangens semisummæ angulorum quæditorum, ad  $BG$  tangentem semidifferentiæ (§. 149 *Geom.*). Q.E.D.

### PROBLEMA V.

29. *Datis tribus Trianguli lateribus invenire angulos.*

### RESOLUTIO.

*Fig. 7.* 1. Ex vertice anguli  $A$ , latere minimo  $AB$ , describatur circulus; erit ob  $AD = AB = AF$  (§. 27 *Geom.*)  $CD$  summa crurum  $AC$  &  $AB$ ;  $CF$  vero differentia eorundem.

2. Inferatur: ut basis Trianguli  $BC$  ad summam crurum  $AB + AC$ ; Ita differentia eorundem  $FC$  ad segmentum basis  $GC$ .

3. Sub-

3. Subtrahatur  $CG$  à basi  $BC$ ,  
ut relinquatur  $BG$ .

4. Demittatur ex  $A$  perpendicularis  $AE$  ad chordam  $BG$ ; erit  $BE = EG = \frac{1}{2} BG$  (§. 95 *Geom.*); adeoque datis in Triangulo rectangulo  $AEB$  lateribus  $AB$  &  $BE$ , inveniri possunt anguli  $A$  atque  $B$ , & in altero  $AEC$ , ex datis lateribus  $AC$  &  $CE$ , anguli  $C$  atque  $A$  (§. 23).

Ex. gr: Sit  $AB = 36'$ ,  $AC = 45'$ ,  
 $BC = 40'$ . Calculus ita subducitur:

$AB = 36'$	$AC = 45'$
$AC = 45$	$AB = 36$
<u><math>AB + AC = 81</math></u>	<u><math>FC = 9</math></u>
Log. $BC$ -----	1. 6020600
Log. $AB + AC$ --	1. 9084850
Log. $FC$ -----	<u>0. 9542425</u>
Summa	<u>2. 8627275</u>

Log.  $GC$  1. 2606675, cui in  
Tabulis proxime respondent 18'. Quod  
si ulterius quænaveris (§. 21) invenies tan-  
dem  $GC$  1822''

$BC = 4000'''$	$EG = 1089'''$
$GC = 1822$	$GC = 1822$
<u><math>BG = 2178'''</math></u>	<u><math>EC = 2911'''</math></u>
$BE = 1089'''$	

P. 2 Log.



Log. AB ----- 3. 5563025

Log. Sin.tot. --- 10.00000000 }  
 Log. EB ----- 3. 0370279 }

Log. Sin. A. 9. 4807254, ad quem in

Tabulis quam proxime accedit Logarith.  
 $17^{\circ} 36'$  adeoque angulus B,  $72^{\circ} 24'$ .

Log. AC ----- 3. 6532125

Log.Sin.tot. --- 10.00000000

Log. EC ----- 3. 4640422

Log. Sin. A ----- 9. 8108297, cui in

Tabulis quam proxime respondet logarith.  
 $40^{\circ} 19'$ ; adeoque angulus C  $49^{\circ} 41'$ .

Est ergo in Triangulo ABC angulus  
 A  $57^{\circ} 55'$ , B  $72^{\circ} 24'$ , & C  $49^{\circ} 41'$

### DEMONSTRATIO.

Nihil aliud demonstrandum est,  
 quam CB esse ad CD, uti CF ad  
 CG: fit modo sequente.

Quoniam anguli  $y$  vel GBD men-  
 sura, est arcus dimidius GFD, & an-  
 guli  $x$  mensura arcus dimidius GBD  
 (§. 84 Geom.); erit  $x + y = 180^{\circ}$ .  
 Est vero etiam  $x + o = 180^{\circ}$   
 (§. 38 Geom.). Ergo  $o = y$  (§. 25  
 Arithm.). Cum porro angulus C,  
 sit utrique Triangulo CGF, & CBD  
 com-

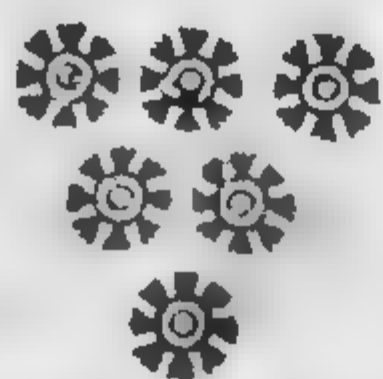
TRIGONOMETRIÆ. 227  
 communis ; crit  $CB : CD = CF : CG$  (§. 148 *Geom.*). *Q. E. D.*

## SCHOLIION I.

30. Quoniam  $BE$  &  $EC$  dantur in lineis, etiam in calculo loco 36 pro  $AB$  3600'', & loco 45 pro  $AC$ , 4500'' assumere oportuit.

## SCHOLIION II.

31. Paucis adhuc usum Trigonometriæ in resolvendis quibusdam Problematibus Geometricis ostendemus.



# APPENDIX

## PROBLEMA I.

32. *Invenire altitudinem e. gr. Turris ex assumpta statione E accessibilis.*

### RESOLUTIO.

Fig. 8.

1. Mensuretur angulus  $ADC$  (§. 43 *Geom.*) & recta  $BE$  vel  $DC$  (§. 44 *Geom.*).

2. Innotescet etiam angulus  $A$ , quia angulus  $C$  rectus est (§. 75 *Geom.*).

3. Quo dato inveniatur linea  $AC$  (§. 20).

4. Addatur altitudo instrumenti  $DE = BC$  (quia rectæ  $CD$  &  $BE$  sunt parallelæ, &  $CB$  &  $ED$  ad  $BE$  perpendiculares); prodibit altitudo  $AB$ . Quod si  $BE$  non fuerit horizontalis, portio  $BC$  seorsim mensuranda foret (§. 171 *Geom.*).

PRO-

PROBLEMA II.

33. *Metiri altitudinem innaccessam AB.*

RESOLUTIO.

1. Elige duas stationes in E & Fig. 9.  
G, co majore intervallo distantes,  
quo mons vel turris dimetienda  
altior est, hinc metire angulos ADC  
& AFC (§. 43 *Geom.*), insuper di-  
stantiarum GE vel DF longitudi-  
nem (§. 44 *Geom.*).

2. Ab angulo AFC subtrahatur  
angulus ADF; remanebit angulus  
FAD (§. 74).

3. Jam ex notis in Triangulo  
AFD, angulis & latere FD, quæ-  
ratur latus AF, &

4. Ex datis in Triangulo rectan-  
gulo angulo F & latere AF latus  
AC (§. 20).

5. Tandem addatur ad altitudi-  
nem AC, altitudo instrumenti DE,  
vel si BG altitudini Instrumenti



non fuerit æqualis, inveniatur porro  $FC$ , tandemque  $BC$ , in Triangulo  $FB C$  (§. 20): ita prodibit altitudo quæsitæ  $AB$ .

### PROBLEMA III.

34. *Ex duabus fenestris  $E$  &  $F$  in diversis ædificii contignationibus, metiri altitudinem, cujus cacumen  $A$ , ex ambabus fenestris conspici potest.*

### RESOLUTIO.

Fig. 10. 1. Ope ponderis, ex funiculo suspensi, mensuretur altitudo fenestræ superioris supra inferiorem  $EF$ , & inferioris supra terram  $FG$ , atque ex fenestris, quantitas angulorum  $AEC$  &  $AFD$  (§. 43 *Geom.*).

2. Addatur angulus  $AEC$  ad  $90^\circ$ ; & exsurget angulus  $AEF$ ; subtrahatur à  $90^\circ$  angulus  $AFD$ , residuum crit angulus  $AFE$ .

3. Addantur anguli  $AEF$  &  $AFE$ , & summa auferatur, ex  $180^\circ$ ; remanebit angulus  $EAF$  (§. 77. *Geom.*).

4. In-

4. Inveniatur in Triangulo AEF, latus AF, & porro

5. In Triangulo AFD latus AD (§. 20).

6. Tandem huic addatur altitudo fenestræ supra terram; vel si GB non fuerit horizontalis, inveniatur porro DF, & dein ope anguli explorati DFB (§. 43 *Geom.*), seorsim DB (§. 20) ita prodibit altitudo AB.

#### PROBLEMA IV.

35. *Metiri distantiam duorum locorum AB, quorum uterque, ex eodem tertio C accessibilis est.* Fig. 11.

#### RESOLUTIO.

1. Mensuretur angulus C (§. 43 *Geom.*) nec non lineæ AC & CB (§. 44 *Geom.*).

2. Ex his cognitis angulus A (§. 28) & hinc porro distantia quæsitæ AB (§. 20), reperiri poterit.

## PROBLEMA V.

Fig. 12.

36. *Invenire distantiam duorum locorum, quorum tantum unus B ex statione in C assumpta accessibilis e. gr. latitudinem fluminis.*

## RESOLUTIO.

1. Mensurentur anguli B & C (§. 43 Geom.), itemque linea BC (§. 44 Geom.).

2. Et inveniri poterit distantia quæsitæ AB (§. 20).

## PROBLEMA VI.

37. *Invenire distantiam duorum locorum innaccessorum AB.*

## RESOLUTIO.

Fig. 13.

1. Electis 3 stationibus D, C & E, in eadem recta, mensurentur anguli ADC, ACD, BCE & BEC (§. 43 Geom.), itemque lineæ DC & CE (§. 44 Geom.).

2. Sum-

2. Summa angulorum ADC & ACD, itemque ACD & BCE, nec non BCE, & BEC subtrahatur ex  $180^\circ$ ; & relinquitur in casu primo angulus DAC, in secundo angulus ACB & in tertio angulus CBE (§. 77. 38 *Geom.*).

3. Inde inveniantur latera AC & BC (§. 20) & sic porro.

4. Angulus CAB (§. 28), tandemque latus AB (§. 20).

## PROBLEMA VII.

38. *Invenire rationem diametri ad peripheriam.*

### RESOLUTIO.

1. Si radius circuli CD fuerit *Fig. 14.* 100000000, erit Sinus AG æque ac Tangens ED, arcus unius minuti DA 2909 fere, adeoque arcus AD aliàs aliquanto major quam AG, & minor quam ED. itidem 2909 fere esse debet. Multiplicentur 2909, per 21600, hoc est per

• • • • • nu-



numerum minutorum in peripheria integra contentorum : productum erit 62834400 ; est ergo diameter ad peripheriam ut 20000000 ad 62834400 fere , id est (dividendo utrinque per 200000) ut 100 ad 314 (§. 59 *Arithm.*).

TRIGONOMETRIÆ.

FINIS.




ELE-



# ELEMENTA MECHANICÆ.

## DEFINITIO I.

- I.  ECHANICA est scientia, vel virium vel temporis compendio aliquid movendi; hoc est majorem vel celeriores motum producendi, quam alias vis data, nudè applicata potis esset.

## SCHOLION.

2. *Mechanica proprie de omnibus motus legibus tractat, quemadmodum eam nonnulli in scriptis suis Mechanicis definire videntur. Communiter tamen de Machinis tantum in Mechanica loquimur, quarum ope vis mo-*  
vens

*vens valentior efficitur, ut vel majorem motum, quam alias movere, vel motum celerius quam alias producere possit.*

### DEFINITIO II.

3. Quidquid motum producit *Vis* vocatur; quidquid vero movetur, vel motui resistit, *Moles* seu *Pondus* dicitur.

### COROLLARIUM I.

4. Quamobrem res creatæ omnes, tam animæ, quam inanitiæ, ad motum producendum adhiberi solitæ, viribus moventibus annummerantur: ut Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis, Pondera, Elatera.

### COROLLARIUM II.

5. Quoniam Mechanica docet, quomodo motus compendiosus datâ vi produci queat, (§. I), in eadem quoque doceri debet, quomodo Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis &c. ad compendiosos motus producendos adhiberi queant.

### DEFINITIO II.

6. Si motus actualis consequitur,  
vis

vis *viva* dicitur : si autem pondus tantum sustentatur, vis *mortua*, aut etiam *sustentans* vocatur.

D E F I N I T I O IV.

7. Quidquid vim ad motum compendiosum producendum, efficacem seu potentem reddit, *Machina* audit.

D E E I N I T I O V.

8. *Vectis*, est linea recta, & rigida A B, tribus punctis distincta, T A B. I.  
Fig. I. quorum uni C innititur, alteri B vis, tertio A moles seu pondus applicatur.

S C H O L I O N I.

9. In genere autem notandum est, in examinandis machinarum potentiis, seu virtutibus, non considerari materiam, ex qua constant, nec materiae affectiones, nec varias figuras, quas propter singulares circumstantias Machina accipit; sed eorum tantum rationem haberi, quæ Machinae essentiam absolunt, ut nempe constet, quæ Machinae, qui tali con-



per. in. ul.  
min. 2d.  
long. 2.  
pes. 3. pol. 3  
et 2 pol. 10

veniant; Quod si enim usque veniat, ut Mater-  
ria, Figura, vel aliud quodcumque obstacu-  
lum impediatur, quò minus effectus essentialis  
plene obtineri queat; hoc ex suis principiis  
seorsim determinandum est.

## COROLLARIUM.

10. Ubique adeo in motu Machinae,  
tria puncta concipere licet, circa quorum  
unum motus peragitur, alteri autem vis,  
tertio pondus applicatur; ibi vectis est.

## SCHOLION II.

11. His probe animadvertis, non solum de  
omnibus fere instrumentis, aliisque artis ope-  
ribus recte judicari, sed etiam mirandorum  
animalium motuum, ratio reddi, & ambo-  
rum potentia computari poterit. Hoc funda-  
mento nituntur, quae Borellus de motu ani-  
malium scripsit.

## DEFINITIO VI.

12. *Axis in peritrochio* est circu-  
lus AFDA, cylindro BIKB affi-  
xus, quo cum circa commune cen-  
trum C converti potest. Imo suf-  
ficit circulum concipi posse, qui des-  
cribitur, dum cylindrus circa suum  
axem revolvitur.

TAB. I.  
Fig. 2.

CO-

C O R O L L A R I U M.

13. Axi in peritrochio adeo locus est, T A B. I.  
Fig. 3.  
quotiescunque concipere licet, circulum plano sectionis cylindri majorem describi, dum cylindrus circa suum axem convertitur: ex. gr. sensu mechanico, vulgares *Ergatæ* FGHI, ad axes in peritrochio referri debent, quia temo IH qui in motu cylindri circa suum axem FG protruditur, circulum describit (S. II Geom.).

S C H O L I O N.

14. In praxi Rotæ diversimode construuntur, pro vis applicandæ conditione, vel pro constitutione partis cui motum communicare debent.

D E F I N I T I O VII.

15. Rota quæ aliam partem circumagere debet, dentibus vel paxillis instruitur. Rota *stellata* vocatur, quæ illos superne in fronte gerit (AB Fig. 5). Rota vero *dentata* nuncupatur, quæ illos à latere prope peripheriam habet. (Fig. 4. AB)

T A B. I.  
Fig. 5. &  
4.

D E

## DEFINITIO VIII.

16. *Tympanum* est rota, quam altera dentibus suis movet.

## DEFINITIO IX.

TAB. I.  
Fig. 4.

17. Si ex duobus discis KL & MN *Tympanum* aptatur, bacillique rotundi loco dentium infiguntur, nomine *Curriculi* venit.

## DEFINITIO X.

TAB. I.  
Fig. 6.

18. *Trochlea* vel *Orbis Polyspasti* est circulus vel orbis, qui circa suum centrum C volvitur, dum vis in D pondus E sursum trahit.

## DEFINITIO XI.

TAB. I.  
Fig. 7.

19. Planum inclinatum AC est, quod cum linea horizontali efficit angulum obliquum ACB.

## DEFINITIO XII.

TAB. I.  
Fig. 8.

20. Si hujusmodi planum, in super-

perficie Cylindri in orbem circumducitur, oritur *Cochlea*. *Cochleas*, vel simpliciter *Cochlea* appellatur, quæ suas helices, in superficie cylindri externa IK habet.

D E F I N I T I O XIII.

21. *Cochlea fœmina* LM dicitur, quæ suas helices in superficie interna Cylindri excavati habet. TAB. I.  
Fig. 8.

D E F I N I T I O XIV.

22. Punctum C, circa quod Machina moveri potest, *Centrum motus*, vel etiam *Centrum quietis* vocatur. TAB. I.  
Fig. 1.

D E F I N I T I O XV.

23. *Linea directionis* est linea recta, juxta quam vis aut moles vel actu movetur, vel moveretur, nisi motus impediretur. Ut si pondus O, filo in A abscisso, juxta lineam AO deorsum caderet, linea AO ejus linea directionis dicitur. Rursus si vis in H juxta lineam BH

Q. 2. tra-



trahat, crit pariter  $BH$  ejus linea directionis.

### DEFINITIO XVI.

TAB. I.  
Fig. 1.

24. *Distantia à centro motus* est linea  $CD$ , ex centro motus  $C$  ad lineam directionis  $BH$  perpendiculariter ducta.

### COROLLARIUM.

25. Quamobrem vis & moles maxime à centro motus distant, si sub angulo recto machinæ applicentur. Etenim si linea directionis  $BE$  cum machina  $AB$  angulum rectum constituit, distantia erit  $CB$ ; sin vero angulum obliquum  $CBH$ , distantia erit  $CD$ . Sed in triangulo rectangulo  $CBD$  linea  $CB$ , major est linea  $CD$  (§. 144 Geom.).

### DEFINITIO XVII.

26. *Centrum gravitatis* est punctum, quo corpus in duas partes æquiponderantes dividitur.

DEFI-

D E F I N I T I O XVIII.

27. *Centrum magnitudinis* est punctum, quo corpus in duas partes æquales dividitur.

D E F I N I T I O XIX.

28. *Linea horizontalis* est, cujus singula puncta à centro Telluris æque distant.

C O R O L L A R I U M I.

29. Proprie linea horizontalis est arcus circuli ex centro Terræ descriptus (§. 13. *Geom.*).

C O R O L L A R I U M II.

30. Quoniam vero chordæ parvorum TAB. I. arcuum potissime in circulis majoribus Fig. 9. cum arcubus fere coincidunt, vel non sensibiliter ab his differunt (126 *Geom.*); linea recta MP, quæ lineam horizontalem veram in loco dato C tangit, pro horizontali accipitur.

## DEFINITIO XX.

TAB. I.

Fig. 9.

31. *Linea horizontalis apparens* MP est, quæ veram in dato puncto C tangit.

## DEFINITIO XXI.

32. *Gravitas* est vis, qua corpora versus Centrum Telluris pelluntur.

## THEOREMA I.

TAB. I.

Fig. 10.

33. *Corpus DE ita suspensum, ut linea AB, ex qua suspenditur, per centrum gravitatis transeat, quiescet. Similiter quiescet, si centro gravitatis innititur.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam enim corpus centro gravitatis in duas partes æquiponderantes dividitur (§. 26.) pars E tantum premit deorsum ex uno latere, quantum pars D ex altero. Unde nulla adest ratio, cur potius pars D quam

quam pars E attollatur. Ergo neutra attollitur, adeoque grave quiescit. Q. E. D.

C O R O L L A R I U M I.

34. Ergo quicquid centrum gravitatis sustinet, pondus totius corporis sustinet.

C O R O L L A R I U M I I.

35. Hinc tota corporis gravitas, tanquam in centro gravitatis collecta concipi potest.

T H E O R E M A I I.

36. *In corporibus homogeneis ejusdem ubique latitudinis & crassitie, centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidit.*

D E M O N S T R A T I O.

In hoc enim casu nulla adest ratio, cur partes æque magnæ non sint æquiponderantes; sunt ergo æquiponderantes. Quare cum corpus centro magnitudinis in duas

Q. E. D. par-



partes æque magnas (§. 27.), centro vero gravitatis in duas partes æque graves (§. 26.) dividatur; centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidere debet. Q. E. D.

### PROBLEMA I.

37. *Determinare centrum gravitatis in corpore quocunque.*

### RESOLUTIO.

TAB. I.  
Fig. II.

Super fune extenso aut acie prismatis trigoni  $FG$  corpus datum  $HI$  huc illucque promoveatur, donec in æquilibrio permaneat; crit in linea  $KL$ , cui innititur, centrum gravitatis (§. 34).

2°. Quod si jam corpus eidem funi aut prismati juxta aliam lineam  $AM$  imponatur, crit denuo in ea centrum gravitatis (§. cit.); consequenter in puncto  $O$ , ubi se ambæ lineæ interfecant.

Subinde centrum gravitatis invenitur, si corpus super cuspide styli  
ul-

ultra citroque promovetur. E. gr.  
discus super cuspide furculæ.

T H E O R E M A III.

38. *Si linea directionis intra basin cadit cui corpus innititur, immotum manet, & cadere nequit: quamprimum vero linea directionis extra basin emovetur, in eam partem corpus ruet, in quam linea directionis à basi recedit.*

D E M O N S T R A T I O.

Linea directionis est linea recta, juxta quam corpus in dato casu vel actu movetur, vel moveretur, nisi impedimentum obstaret, (§. 23). Jam si hæc intra basin corporis cadit, corpus juxta hanc lineam moveri nequit, manebit igitur immotum: *Quod erat primum.*

Contra si linea directionis extra basin corporis cadit, nihil impedit, quo minus juxta illam moveatur.

tur. Proinde necesse est, ut cadat.  
*Quod erat alterum.*

### C O R O L L A R I U M.

39. Quo latior igitur basis est, cui corpus innititur, eo difficilius subverti potest; nam linea directionis per magnum intervallum moveri debet, antequam extra basin dimoveatur.

### L E M M A.

TAB. I.  
 Fig. 9.

40. *Recta MP circulum tangens in C efficit cum radio CL angulum rectum in puncto contactus C.*

### D E M O N S T R A T I O.

Ponamus radium CL non esse ad MP perpendicularem; ergo ex L duci poterit alia linea ad MP perpendicularis (§. 69 Geom.). Sit ea LP; quoniam angulus P est rectus, erit LC major quam LP (§. 144 Geom.). Est vero  $LC = LN$  (§. 27 Geom.), consequenter LN major quam

quam  $LP$ : quod cum sit absurdum, angulus ad  $C$  rectus est. Q. E. D.

T H E O R E M A IV.

41. *Linea directionis corporum gravium, ad lineam horizontalem apparentem est perpendicularis.*

D E M O N S T R A T I O.

Corpora gravia vi gravitatis ver-  
sus centrum Terræ tendunt (§. 32),  
adcoque eorum lineæ directionis  
cum radio Terræ  $CL$  coincidunt  
(§. 23. *Mech.* & §. 13 *Geom.*). Linea  
horizontalis apparens  $MP$  tangit  
peripheriam Terræ in  $C$  (§. 31).  
Ergo linea directionis gravium, cum  
linea horizontali apparente facit an-  
gulum rectum (§. 40), consequenter  
ad hanc est perpendicularis (§. 18  
*Geom.*). Q. E. D.

TAB. I.  
Fig. 9.

C O R O L L A R I U M.

42. Quoniam tota corporis gravitas in  
centro gravitatis collecta est (§. 35); linea  
dire-



directionis gravium , ex centro gravitatis ad lineam horizontalem apparentem perpendiculariter ducenda est.

## PROBLEMA II.

43. *Invenire , utrum corpus grave in dato situ à lapsu securum sit , nec ne.*

## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> centrum gravitatis corporis gravis (§. 37 ).

2. Ex eo demittatur perpendicularis in lineam horizontalem apparentem (§. 69 *Geom.* ).

Quod si perpendiculum intra basin corporis cadit , à lapsu securum est ; si vero extra basin cadit , certo ruet in eam partem , versus quam perpendiculum cadit. Q. E. D.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam perpendiculum ex centro gravitatis , ad lineam horizontalem apparentem ductum fuit , erit illud

illud linea directionis corporis (§.42).  
Quod si hæc intra basin corporis  
cadit, à lapsu securum est; sin mi-  
nus, corpus in eam partem ruet, in  
quam cadit linea directionis (§.38).  
Q. E. D.

S C H O L I O N.

44. Per præsens Problema ratio inveniri  
potest omnium possibilium positurarum, & in-  
cessus & hominum & animalium explicari,  
quemadmodum Borellus in opere suo de mo-  
tu animalium. Part. I. Prop. 145. & seqq.  
fecit.

T H E O R E M A V.

45. Si ex duabus extremitatibus T A B. II.  
*A* & *C* vectis *ABC* duo pondera *G* & *F* Fig. 12.  
suspenduntur, quorum ea est ratio,  
quam habet distantia minoris *F* ad dis-  
tantiam majoris *G*, gravia in æquilib-  
rio sunt & neutrum potest alterum  
movere.

D E M O N S T R A T I O.

Æquet ex. gr. *F* libram unam &  
*G* 3

G 3 libras; sint præterea ponderum linearum directionum CF & AG, in C & A ad AC perpendiculares; erit BC distantia ponderis F, & AB distantia ponderis G (§. 24). Consequenter secundum nostram hypothesein  $AB : BC = 1 : 3$ .

Quoniam gravitas corporum non mutatur quomodocunque varietur figura, cogitetur utrumque pondus in cylindros ejusdem crassitie converti; ita ut semilibra longitudinem distantie minoris AB recipiat, sic cylindrus IK, in quem minus pondus F conversum fuit, 2; alter vero HI, qui ex majori G provenit, 6 partes ipsi AB æquales continet. Quod si porro cogitetur lineam BC in D prolongari, usque dum  $CD = AB$ , & contra AB in E usque dum  $AE = BC$ , linea ED longitudini totius cylindri HK æqualis erit. Atqui linea ED in puncto B in duas partes æquales divisa est: quandoquidem à B usque ad E 4, & à B usque ad D itidem 4 partes

tes sunt ipsi  $AB$  æquales. Cum cylindri  $HK$  centrum gravitatis in centro magnitudinis sit (§. 36); linea  $BM$ , ex qua suspenditur, per illius centrum gravitatis transit. Pendet igitur quietus (§. 33); adeoque neuter cylindrorum  $HI$  &  $IK$ , consequenter etiam neutrum æquipollentium ponderum  $G$  &  $F$  præponderabit. Q. E. D.

C O R O L L A R I U M.

46. Quocirca, si pondera  $F$  &  $G$  æqualia esse debent, necesse est, ut æquales quoque sint distantiae  $AB$  &  $BC$ . Nam  $F:G = AB:BC$ . Ergo si  $F=G$ , erit quoque  $AB=BC$  (§. 53 *Arithm.*).

S C H O L I O N.

47. Hoc unico Theoremate omnia nituntur, quæ in universa Mechanica demonstranda veniunt. Proinde ut familiare reddatur, necesse est; in hunc finem insuper ostendam juxta exemplum Jungnickelii in *Clave Mechanicæ*, p. 107. 108. quæ ratione experimento comprobari possit.

PRO-



## PROBLEMA III.

48. *Legem Mechanicæ fundamentalem, vel Theorema præcedens experimento examinare.*

## RESOLUTIO.

1. Elaborari curetur per scriniarium baculus prismatico quadrangularis, cujus latitudo crassitudinem excedere potest, ab eoque rescari 8 segmenta ejusdem longitudinis; præterea aliud duplæ, aliud triplæ, aliud quadruplæ longitudinis.

TAB. II.  
Fig. 13.

2. Segmentum longitudinis duplæ imponatur aciei prismatis trigoni, deprehendes illud in æquilibrio permanfurum, si pars AC parti CB æqualis fuerit.

3. Quod si super eodem prismatico collocetur segmentum triplæ longitudinis DE, ita ut FD duas partes, & EF unam accipiat, ipsi FE; segmenta simplicis longitudinis super imponenda erunt, antequam DE ad æquilibrium reducatur.

4. Si.

4. Similiter si aciei prismatis imponatur segmentum longitudinis quadruplæ  $GH$ , ita ut  $GI$  tres partes,  $HI$  unam habeat, ipsi  $HI$  8 alia superimponenda erunt, antequam  $GH$  in æquilibrio sustineatur.

Dico hæc consona esse legi fundamentalis, quæ in theoremate præcedente demonstrata fuit.

### D E M O N S T R A T I O.

Etenim supponere licet partes segmentorum  $AC$  &  $CB$ ,  $DF$  &  $FE$ ,  $GI$  &  $IH$  omni prorsus gravitate carere, & ejus loco in ipsarum centrīs gravitatum quæ in medium incidunt (§. 36.) pondera appensa esse gravitati partium & segmentorum ipsis superimpositorum simul æqualia (§. 35). Quoniam vero segmenta librata horizonti sunt parallela; erunt lineæ directionum ponderum, ad lineas  $AB$ ,  $DE$  &  $HG$  perpendiculares (§. 41.), horumque distantia à centro motus,

*Wolff. Comp. Math. Tom. I. R. di-*

dimidiis lineis  $AC$  &  $CB$ ,  $DF$  &  $FE$ ,  $GI$  &  $IH$  æquales. Quare cum gravitates partium æquiponderantium eam habeant rationem, quam distantia inverse sumtæ, ita ut c. gr. posito  $IG$  3 librarum, &  $IH$  unâ cum segmentis superimpositis 9 librarum,  $IH$  sit 1 &  $IG$  3; clare patet hoc experimento theorema præcedens confirmari. Q. E. D.

## DEFINITIO XXII.

49. *Libra* est instrumentum, quo cujusvis corporis gravitas explorari potest.

## PROBLEMA IV.

50. *Jugum libram construere.*

TAB. I.  
Fig. 14.

## RESOLUTIO.

1. Jugum  $AB$  bifariam dividatur in  $C$ , fiantque tum brachia  $AC$  &  $CB$ , tum lances  $D$  &  $E$ , ejusdem prorsus ponderis.

2. In

2. In C excitetur perpendiculariter lingula CK, fiatque jugum AB intra trutinam HI mobile;

Quod si lingula suspensa libra ex trutina HI, intra eandem abscondatur, corpora lancibus imposita sunt æque gravia.

D E M O N S T R A T I O.

Si libra ex I suspendatur; erit trutina HI ad lineam horizontalem perpendicularis (§. 41). Proinde quando lingua CK intra eam absconditur, cum ea sit ad jugum AB perpendicularis, jugum AB erit horizonti parallelum. Cum vero lineæ directionum ponderum in D & E, cum brachiis AC & CB angulos rectos constituent (§. 41.) eorum distantia brachiis AC & CB æquales sunt (§. 24). Quoniam vero AC = CB; pondera utrinque in D & E suspensa, etiam æqualia sunt (§. 46).  
Q. E. D.



## COROLLARIUM.

§1. Quocirca si brachia AC & CB sunt inæqualia, libra dolosa est.

## PROBLEMA V.

§2. *Libram examinare, utrum justa sit nec ne.*

## RESOLUTIO.

Permutentur lances aut pondera in iis æquilibrata. Quod si maneat æquilibrium, libra justa est; sin minus, dolosa.

## DEMONSTRATIO.

Si libra dolosa est, brachia inæqualia sunt (§. 51.); adeoque lance ex majori brachio suspensa levior altera (§. 45). Quare si lancem levio-rem è minori, gravio-rem è majori brachio suspendas, æquilibrium tollitur. Q. E. D.

D E F I N I T I O XXIII.

53. *Statera* est libra, qua ope  
unius ponderis, gravitas diversorum  
corporum explorari potest.

TAB. I.  
Fig. 15.

P R O B L E M A VI.

54. *Stateram construere.*

R E S O L U T I O.

1. Jugum MN dividatur in quot-  
libet partes æquales.

2. In extremitate primæ divisio-  
nis O erigatur perpendiculariter lin-  
gula OP, cum trutina eo modo,  
quo in libra vulgari (§. 50.) factum  
est.

3. Brachium minus OM onere-  
tur, donec majori ON æquilibre-  
tur.

4. Ex brachio majori suspendatur  
pondus R quod pro lubitu huc il-  
lucque promoveri potest, quo facto  
statera erit constructa.

R 3 DE

## DEMONSTRATIO.

Quia inter brachia  $MO$  &  $NO$  æquilibrium est, idem est ac si prorsus gravitate carerent. Ergo pondus  $R$  in 1 cum una, in 2 cum duabus, in 3 cum tribus, in 4 cum quatuor &c. libris in  $M$  æquilibra-  
tur (§. 45). Proinde ope unici ponderis gravitas corporum admo-  
dum diversæ gravitatis explorari po-  
test, atque adeo  $MNO$  (§. 53) est  
statera. Q. E. D.

## SCHOLIUM.

55. Tutius est, ut puncta 1. 2. 3. 4. &c. in brachio majori experientia determinantur, Et tum non opus est, ut ad æquilibrium reducan-  
tur brachia, imprimis si onera ingentia ex. gr. currus feno onus ponderandi; enim vero quo brachium majus gravius est minore, eo minori pondere magnam onus ponderari potest.

## PROBLEMA VII.

TAB. I.  
Fig. 1.

56. Data gravitate vellis  $AB$ , dis-  
tantia centri gravitatis  $CV$ , distantiis  
pon-

*ponderis AC, atque vis CB, unà cum pondere O, invenire magnitudinem vis mortuæ.*

R E S O L U T I O.

1. Concipiamus vectem gravitatis expertem, hujusque loco in ejus centro gravitatis V appensum pondus eidem æquale G (§. 35): reperiatur pondus in A suspendendum, ut vectis in æquilibrio maneat. (§. 45.)

2. Pondus inventum subtrahatur à pondere dato, residuum erit pondus à vi in B sustentandum.

3. Quoniam vero illud ad vim mortuam in B applicandam se habet ut BC ad CA (§. 45.) ; hæc per regulam trium (§. 85 *Arithm.*) eructur.

E X E M P L U M.

Sit  $CA = 1$ ,  $CV = 2'$ ,  $CB = 5$ ,  
 $G = 10$  tb.  $O = 300$  tb.

$  \begin{array}{r}  1 \text{ --- } 2 \text{ --- } 10 \\  \hline  10 \\  20 \text{ tb} \\  300 \text{ pondus} \\  \hline  280  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  5 \text{ --- } 1 \text{ --- } 280 \\  \hline  5 \overline{) 25} \quad (56 \text{ tb. vis.} \\  \phantom{5 \overline{) 25}} 30 \\  \phantom{5 \overline{) 25}} 30 \\  \hline  0  \end{array}  $
---	---

R ÷ P R O.



TAB. I.  
Fig. I.

57. *Data gravitate vectis AB, distantia centri gravitatis CV, distantis vis BC atque ponderis CA, unà cum vi mortua invenire pondus.*

## R E S O L U T I O .

1. Quæratur ut in problemate præcedente pars ponderis, quam solus vectis sustentare valet.

2. Quæratur eadem ratione pars altera ponderis, quam vis in B applicata sustentare valet.

3. Partes sigillatim repertæ addantur: ita prodit pondus quæsitum.

## E X E M P L U M .

Sit  $CA = 1$ ,  $CV = 2$ ,  $CB = 5$ ,  
 $G = 10$  lb; vis mortua 56 lb.

$$1 — 2 — 10$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 20 \text{ ponderis prima pars.} \end{array}$$

$$1 — 5 — 56$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 280 \text{ ponderis pars altera.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \text{ ————— prima.} \\ \hline 300 \text{ pondus integrum.} \end{array}$$

PRO-

P R O B L E M A IX.

§ 8. *Datis gravitate vectis G, pon-* TAB. I.  
*dere O, vi mortua, longitudine ac* Fig. I.  
*centro gravitatis V vectis AB, inve-*  
*nire centrum gravitatis commune C,*  
*ubi sc. vectis fulcro imponendus, ut*  
*pondus à vi sustentari queat.*

R E S O L U T I O.

1. Quærat<sup>r</sup>ur primò centrum gravitatis commune Z, vis mortuæ in B applicatæ & gravitatis vectis G, inferendo: ut summa ex vi mortua & gravitate vectis, ad gravitatem vectis, ita VB ad ZB, vel distantiam à centro gravitatis communi. (§. 45.)

2. Subtrahatur ZB ex AB, innotescet AZ;

3. Concipiatur in Z appensum pondus gravitati vectis G, & vi mortuæ in B junctim sumtis æquale (§. 35); invenietur ut ante linea CZ, consequenter punctum C, quod quærebatur.

R E S O L U T I O. EXEM.

## EXEMPLUM.

Sit vis in B = 56, gravitas vectis G = 10,  
pondus O = 300 lb. AB = 6, VB = 3.

$$66 \text{ --- } 10 \text{ --- } 3$$

$$\frac{3}{30}$$

$$\frac{30}{66} \left( \frac{30}{66} = \frac{5}{11} = ZB. \right)$$

$$\frac{66}{11} = AB.$$

$$\frac{61}{11} = AZ.$$

$$366 \text{ --- } 66 \text{ --- } \frac{61}{11}$$

$$\frac{61}{11}$$

hoc est 61 --- 11 ---  $\frac{61}{11}$  (§. 59. 26 Arithm.)

$$\frac{61}{11}$$

$$\frac{61}{11}$$

$$61 (1 = AC.$$

$$61$$

## THEOREMA VI.

TALE I.

Fig. 16.

59. Si pondus in B inter centrum  
motus C & locum vis A applicatum  
est, pari modo vis mortua in A ad  
pondus in B eam rationem habebit,  
quam habet distantia ponderis CB ad  
distantiam vis CA.

DE-

## D E M O N S T R A T I O.

Producta  $CA$  in  $D$ , donec  $DC = CA$ , manifestum est vim in  $A$  tantum valere, quantum vis in  $D$  (§. 46.). Atqui si vis in  $D$  pondus in  $B$  sustinet, ad illud est, sicut  $BC$  ad  $CD$ , seu  $CA$  (§. 45.). Ergo necesse est, ut vis in  $A$  ad pondus in  $B$  sit, sicut  $BC$  ad  $CA$ . Q. E. D.

## S C H O L I O N.

60. *Vec̄tem hunc in posterum vec̄tem homodromum, priorem vero vec̄tem heterodromum vocabimus.*

## P R O B L E M A X.

61. *Datis gravitate  $E$  & centro  $T$  Tab. I. gravitatis  $F$  vec̄tis homodromi  $CA$ , Fig. 16. pondere  $G$ . distantia ponderis  $CB$ , & vis mortue  $CA$ , invenire quantitatem vis mortue in  $A$ .*

R E S O -



## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> vis in A applicanda ;  
vectem solum sustentatura (§. 59.).

2. Quærat<sup>r</sup> porro vis in A re-  
quisita ad pondus datum G solum  
sustentandum (§. cit.).

3. Addantur vires sigillatim re-  
pertæ in unam summam : ita pro-  
dit vis quæsitæ.

## EXEMPLUM.

Sit  $CB=1$ ,  $CF=3$ ,  $CA=6$ ,  $G=300$  lb.  
 $E=10$  lb.

$6-3-10$   
vel 2     1     10 (§. 95. 96. *Arithm.*)

$\frac{1}{12}$  (5 lb. vis pars prima.

2

$6-1-300$

$\frac{1}{300}$  (50 lb. vis pars altera.

66     5 lb. ——— prima.

55 lb. vis integra.

## SCHOLIUM.

62. Qui problemata de vecte hucusque tra-  
dit.

data sibi familiaria reddit, & præterea meminit, quæ supra (§. 10.) monuimus: is totum Berelli opus de motu animalium intelliget. Innumeros alios casus jam silentio transeo, in quibus hi calculi usui sunt. Etenim nullum fere datur instrumentum in artibus, nec ullus corporis motus in natura, quo applicari non possint.

T H E O R E M A VII.

63. Si vis vectem ex  $L$  in  $M$  deprimit, erit spatium quod vis percurrit, ad spatium per quod movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam. TAB. II.  
Fig. 17.  
18.

D E M O N S T R A T I O.

Dum enim vis per arcum  $LM$  se movet, pondus per arcum  $HN$  elevatur. Est ergo spatium ponderis ad spatium vis, ut arcus  $HN$  ad arcum  $LM$ , hoc est, ob angulos ad  $I$  æquales (§. 40. Geom.) ut  $HI$  ad  $IL$ ; consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 45.). Q. E. D.

## COROLLARIUM I.

TAB. H.  
Fig. 17.  
18.

64. Si ex N ad HI demittatur perpendicularum NO, & ad IL ex M perpendicularum MR; erit NI ad NO, ut MI ad MR (§. 10 *Trigon.*); consequenter  $NI:MI = NO:MR$  (§. 83. *Arithm.*). Est ergo altitudo per quam pondus movetur, ad altitudinem per quam descendit, vis, ut vis mortua ad pondus.

## COROLLARIUM II.

65. Proinde tantundem virium requiritur ad movendas 3 libras per 1 pedem, quantum ad movendam eodem tempore 1 libram per 3 pedes.

## COROLLARIUM III.

66. Quia celeritas motus ex spatio certo quodam tempore percursio aestimatur; erit etiam celeritas, qua vis se movet, ad celeritatem qua movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.

## SCHOLIUM.

67. Videmus itaque per rectam vim minime augeri, sed tantum aptam reddi, ut motum lentius quam alias producat. Motum  
igi-

igitur acceleraturus, vim in  $H$  & pondus in  $L$  transferre debet: tum vis major est pondere, compendium vero temporis habetur.

T H E O R E M A V I I I.

68. Si linea directionis vis mortuæ cum radio rotæ  $AC$ , & linea directionis ponderis  $E$  cum radio cylindri  $CB$  angulum rectum efficit; vis mortua ad pondus est, ut radius cylindri  $CB$  ad radium rotæ  $AC$ . TAB. I.  
Fig. 2.

D E M O N S T R A T I O.

Vis pondus sustineret, etsi præter lineam  $AB$  nihil restaret. Quare cum centrum motus sit in  $C$ , in  $B$  pondus & in  $A$  vis mortua normaliter applicata; erit hæc ad illud ut  $CB$  ad  $CA$  (§. 10. 45.).  
Q. E. D.

C O R O L L A R I U M I.

69. Si linea directionis vis mortuæ  $FH$  cum radio rotæ  $FC$  angulum obliquum efficit; perinde est ac si esset applicata in  $G$ ; erit ergo ad pondus ut  $CB$  ad  $CG$ .

CO-



## COROLLARIUM II.

70. Si angulus  $GFC$ , quem vis cum radio rotæ constituit, & radius rotæ dantur, linea  $GC$  per *Trigonometriam* invenitur (§. 20. *Trigoni.*).

## COROLLARIUM III.

71. Vis est efficacissima, si ejus linea directionis cum radio rotæ angulum rectum efficit. (§. 25. 45.).

## COROLLARIUM IV.

72. Quoniam ratione vis mortuæ, rota tanquam vectis considerari potest (§. 10.); omnia problemata de vecte, rotis applicari possunt.

## PROBLEMA XI.

TAB. II.  
Fig. 19.

73. Dato pondere  $C$ , una cum radiis axium  $BH$ ,  $AD$ ,  $EF$ , & rotarum  $BA$ ,  $DE$ ,  $FG$ , invenire vim mortuam in  $G$  applicandam.

## RESOLUTIO.

I. Quærat<sup>r</sup>ur primo vis periphæriæ rotæ primæ applicanda, ut pondus  $C$  cylindro ejus  $BH$  appensum sustentare valeat. (§. 68.)

2. Hæc

2. Hæc vis spectetur tanquam pondus cylindro rotæ secundæ appensum, indeque iterum determinetur (§. cit.) vis peripheriæ ejusdem rotæ applicanda, ut illud, consequenter etiam rotam cum pondere C detinere possit.

3. Hæc operatio continuetur, donec ad vim peripheriæ ultimæ applicandam ventum erit.

*E X E M P L U M.*

Sit  $C = 6000$ . It.  $BH = 5$ ,  $AB = 34$ ,  
 $AD = 5$ ,  $DE = 35$ ,  $EF = 4$ ,  $FG = 27$ .

$$\begin{array}{r}
 34 \text{---} 6 \text{---} 6000 \\
 \text{vel } 17 \quad 3 \quad \underline{3} \\
 18000
 \end{array}$$

+55\*  
 +8000  
 +7777  
 +111

{ 1058  $\frac{14}{17}$  vel  
 1059 vis in A.

$$\begin{array}{r} 35-5-1059 \\ 7 \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ 1059 \\ 777 \end{array} \left\{ 151 \frac{2}{7} \text{ vis in E.} \right.$$

$$\begin{array}{r}
 27-4-151 \frac{2}{7} \\
 \frac{4}{605} \frac{1}{7}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2 \\
 261 \\
 605 \\
 277 \\
 2
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} 22 \frac{11}{27} \text{ vis in G.} \end{array} \right.$$

74. Si data vi quærat<sup>ur</sup> pondus, non alia re opus est, quam ut à vi in G initium fiat, & pondus in E pro vi in E assumatur, &c.

## THEOREMA IX.

TAB. I.  
Fig. 2.

75. Si ope axis in peritrochio vis movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.

## DEMONSTRATIO.

Dum rota semel circumagitur, cylindrus IBK etiam semel circumvolvitur, (§. 12.); adcoque pondus E attollitur per tot pedes, quot continet peripheria cylindri. Ergo peripheria cylindri repræsentat spatium ponderis, & peripheria rotæ spatium vis. Est adeo illud ad hoc, ut peripheria cylindri ad peripheriam rotæ, vel (quod eodem recidit) ut radius cylindri CB ad radium rotæ CA, consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 68.). Q. E. D.

## SCHOLIION.

76. Si plures rotæ se mutuo excipiunt, ad-

vertendum est, quod eidem cylindro affixæ, eodem tempore in orbem redeant; minor vero, quæ majori occurrit vel à majore circumagitur, toties circumvolvatur, interea dum major semel circumvolvitur, quoties peripheria minoris in peripheria majoris continetur, seu, quod idem est, quoties numerus dentium majoris numerum dentium minoris complectitur.

## P R O B L E M A XII.

77. *Datis rationibus radiorum vel* T A B. II.  
*peripheriarum rotarum minorum, ad* Fig. 19.  
*radios vel peripherias majorum, invenire conversiones, quas subit rota velocissime circumacta, eo tempore quo tardissime mota semel convertitur.*

## R E S O L U T I O.

1. Dividantur peripheriæ rotarum majorum per peripherias minorum.

2. Quoti ducantur in se invicem.

Factum erit numerus, qui indicat conversiones, quas subit rota G velocissime mota, eo tempore, quo tardissime mota A semel convertitur, (§. 76.)

## E X E M P L U M.

Sit peripheria rotæ A 24, minoris D 12;

S. 2                      alte-



alterius rotæ majoris E 36, alterius minoris F 9.

$$\begin{array}{rcl} 24 & \} & 2 \\ 12 & \} & 9 \\ & & \underline{2} \\ & & 8 \end{array}$$

Rota igitur ultima G 8 conversiones subit, dum A semel circummeat.

### SCHOLIION.

78. Peripheriæ quoque dantur per numeros dentium, quia dentes in rotis sibi mutuo occurrentibus æque magni sunt.

### PROBLEMA XIII.

79. Datis revolutionibus rotæ velocissime circumactæ, dum tardissime mota semel circummeat, invenire numerum rotarum & numerum dentium in rotis atque tympanis, vel paxillorum in curriculumis.

### RESOLUTIO.

1. Numerus datarum revolutionum resolvatur in factores; hinc intelligetur, quot rotis dentatis & tympanis vel curriculumis opus sit, tot sc. quot factores prodibunt.

2. Nu-

2. Numerus dentium in tympanis pro arbitrio assumtus ducatur figillatim in singulos factores antea inventos; facta exhibebunt numeros dentium in rotis, quibus totidem tympana vel curriculi occurrunt. (S. 77. 78).

### E X E M P L U M.

Rota velocissime mota 40 revolutiones absolvere debet, dum tardissime mota semel circumagitur. Quoniam 40 ex multiplicatione 5 in 8 oritur, intelligitur duabus opus esse rotis dentatis totidemque tympanis vel curriculis. Quod si curriculi habuerint bacillos 6; rota tardissime mota A habebit dentes 48, media E 30, ultima G, cui vis applicatur, nullis instruenda, figuram sortitura pro vis applicandæ conditione.

T A B. II.  
Fig. 19.

### P R O B L E M A XIV.

80. *Data vi, datoque pondere, invenire numerum rotarum & rationes radiorum illorum ad radios axium, seu rotarum minorum, eidem cylindro affixarum.*

# ELEMENTA RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, ut constet, quoties hæc in illo contineatur.

2. Quotus discerpatur in factores.

Numerus enim factorum indicat numerum rotarum; & diametri axium vel tympanorum aut curriculum se habebunt ad diametros rotarum, eidem cylindro cum illis affixarum, ut unitas ad factores singulos (§. 73).

## EXEMPLUM.

Sit pondus 30000 lb vis 60 lb, crit quotus 500 lb., qui resolvitur in factores 4. 5. 5. 5. Quatuor igitur construi possunt rotæ, in quarum una diameter axis est ad diametrum rotæ ut 1 ad 4, in reliquis ut 1 ad 5.

## SCHOLIUM.

81. Resolutio numerorum in suos factores ab exercitio pendet. Commodissime vero instituitur, divisionem numeri resolvendi per numeros parvos tentando. Subinde non succedit, ut numerus datus in puros integros resolvi queat. Quo in casu, vel tandem cum integris fractio est retinenda, vel, si res id per-

*permittit, numerus aliquantum est augendus, donec exacte dividi possit.*

# T H E O R E M A X.

§2. *Si corpus D, super plano incli-* T A B. I.  
*nato AC, sustinetur à vi K, cujus di-* Fig. 7.  
*rectio DK longitudini plani AC paral-*  
*lela: vis K ad corpus D est, ut altitudo*  
*plani AB ad longitudinem AC.*

## D E M O N S T R A T I O.

Sit DH linea directionis ponde-  
 ris D: tota ejus gravitas in unum  
 punctum veluti in F collocata con-  
 cipi potest (§. 23. 35.). Idcirco pon-  
 deris distantia à centro motus est EF,  
 distantia vero vis est ED (§. 24).  
 Verum cum DEF repræsentet vec-  
 tem (§. 10.), cujus centrum motus  
 in E; vis K in D est ad pondus D  
 in F, ut EF ad ED (§. 45). Et quia  
 anguli DEG & EFG sunt recti; nec  
 non angulus EGF utrique triangu-  
 lo EFG & DEG communis; erit  
 quoque angulus EDF angulo FEG,  
 consequenter angulus DEF angulo  
 EGF æqualis (§. 78. Geom.); adco-



que  $EF : ED = GF : EG$  (§. 148. *Geom.*). Rursus quia anguli ad  $G$  verticales æquales sunt (§. 40. *Geom.*) & anguli ad  $F$  &  $H$  recti; erit etiam  $GF : EG = GH : GG$  (§. 148 *Geom.*). Tandem quoniam  $GH : GC = AB : AC$  (§. 149. *Geom.*), atque adeo  $EF : ED = AB : AC$  (§. 57. *Arithm.*);  $AB$  est ad  $AC$ , ut vis mortua ad pondus. *Q. E. D.*

## THEOREMA XI.

**TAB. II.** 83. *Si pondus  $R$ , impositum plano inclinato  $LN$ , sustinetur à vi, cujus directio  $RI$  est parallela basi  $MN$ : vis ad pondus est, ut altitudo  $LM$  ad basin  $MN$ .*

## DEMONSTRATIO.

Patet ex demonstratione theoremat's præcedentis (§. 82.) assumi posse, ac si in vecte  $TQS$ , vis in  $T$ , pondus in  $S$  applicatum esset: consequenter vis ad pondus est, ut  $QS$  ad  $TQ$  seu  $RS$  (§. 45). Quare cum in demonstratione modo memorata porro ostentum sit, triangula  $RQS$ ,  $SQO$ ,

$SQO$ ,  $OPN$  &  $LMN$  esse similia;  
crit  $QS:SR=SO:QS=OP:$   
 $PN=LM:MN$  (§. 148. 149 *Geom.*)  
atque adeo vis ad pondus, ut  $LM$  ad  
 $MN$ . Q. E. D.

C O R O L L A R I U M I.

84. Proinde in cochlea, vis mortua est ad pondus vel resistantiam superandam (§. 3), sicut distantia helicum ad peripheriam cochleæ; Nam cochlea nil aliud est, quam planum inclinatum in superficie cylindri in orbem circumductum (§. 20). Vis autem juxta directionem basi parallelam movetur.

C O R O L L A R I U M II.

85. Quamobrem cochleæ helicum angustiorum, plus efficaciam habent, quam quæ instructæ sunt helicibus amplioribus, eadem cylindri manente crassitudine.

C O R O L L A R I U M III.

86. Si pondus ex  $N$  usque in  $O$  movetur, TAB. II.  
Fig. 20. ad altitudinem  $OP$  elevatum fuit, vis vero movetur per lineam  $PN$ . Est ergo spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam (§. 83).

C O R O L L A R I U M IV.

87. Idem quoque locum obtinet in cochlea. Dum enim vis movetur per peripheriam cochleæ, pondus per distantiam heli-

S S cum

cum deprimitur. Est adco spatium ponderis ad spatium vis, ut distantia duarum helicum, ad peripheriam cochleæ, hoc est, ut vis mortua ad pondus (§. 84.)

## PROBLEMA XV.

88. *Data vi, peripheria cochleæ & distantia helicum, determinare resistantiam, quam vis ope cochleæ superare valet.*

## RESOLUTIO.

Quærat<sup>r</sup> ad distantiam helicum, peripheriam cochleæ & vim, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). Sic factum est, quod petebatur.

## EXEMPLUM.

Sit distantia helicum 3", peripheria cochleæ 25", vis 30 lb.

$$\begin{array}{r} 3 \text{ --- } 25 \text{ --- } 30 \\ \text{I} \quad \underline{10} \quad 10 \text{ (§. 55. Arithm.)} \\ 250 \text{ pondus} \end{array}$$

## PROBLEMA XVI.

89. *Data vi, datoque pondere, cochleæ diametrum & distantiam helicum invenire.*

## RESOLUTIO.

I. Dividatur pondus per vim, crit dif-

distantia helicum 1, & quotus peripheria cochleæ (§. 84).

2. Distantia helicum, pro circumstantiarum conditione assumpta in digitis vel lineis, ducatur in quotum modo inventum, habetur peripheria cochleæ in digitis vel lineis (§. 85 *Arithm.*).

3. Indeque inveniatur diameter ejus (§. 133 *Geom.*).

E X E M P L U M.

Sit pondus 250 lb. vis 30 lb.

$$\begin{array}{r}
 \text{r} \\
 250 \left( 8 \frac{1}{2} \right. \\
 30 \left| 3''' \text{ distantia helicum.} \right. \\
 25 \text{ peripheria cochleæ} \\
 314 \text{ --- } 100 \text{ --- } 25 \\
 \frac{100}{2500} \\
 30 \quad \quad \quad \\
 432 \\
 2500 \left( 7 \frac{302}{314} \text{ vel } 7 \frac{151}{157} \text{ diameter cochleæ.} \right. \\
 314 \quad 314 \quad 157
 \end{array}$$

C O R O L L A R I U M.

90. Quod si peripheria cochleæ inventa TAB. II. 25''' in rectam BC transferatur, & in B Fig. 21. perpendicularis erigatur AB (§. 70. *Geom.*) rectangulumque ABCD compleatur (§. 99. *Geom.*), in eam distantie helicum ex B versus



fus A, & ex C versus D toties transferantur, quot helices fieri debent, helicesque B 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4. &c. ducantur; charta ADCB circa cylindrum, cujus peripheria rectæ BC æqualis, circumvoluta, helicem qua cylindrus fulcandus, exhibebit.

## SCHOLIION.

91. Cochlea plerumque ope temonis convertitur, qui cum cylindro axem in peritrochio format (§. 13.) Et hinc vim præter efficaciam cochleæ auget (§. 68).

## DEFINITIO XXIV.

TAB. II.  
Fig. 22.

92. Cochlea infinita seu perpetua vocatur, si rotam stellatam circumagit.

## COROLLARIUM I.

93. Dentes rotæ stellatæ juxta obliquitatem helicum cochleæ incidi debent.

## SCHOLIION.

94. Cochlea infinita pluribus quam tribus helicibus non indiget.

## COROLLARIUM II.

95. Dum cochlea semel circumvolvitur, rota nonnisi dentis unius intervallo promovetur, adeoque motus est tardissimus.

## THEOREMA XII.

TAB. I.  
Fig. 6.

96. Si vis D ope funis trochleam C

*ambientis pondus E sustinet, erit ea ponderi equalis.*

D E M O N S T R A T I O.

Vis D ad pondus E est, sicut AC ad BC (§. 18. 45.). Atqui  $AC = BC$  (§. 18.). Ergo vis ponderi æqualis est (§. 53. *Arithm.*) Q. E. D.

T H E O R E M A XIII.

97. Si vis E pondus F ope funis tro- TAB. II.  
chleam ambientis sustinet, ita ut am- Fig. 23.  
bo funes sint paralleli & trochlea sur-  
sum unà cum pondere trahatur, si mo-  
tus sequeretur, erit ea ad pondus, ut 1  
ad 2.

D E M O N S T R A T I O.

Quoniam funis in D est fixus, & pondus F in H appensum, vis est ad pondus, sicut AH ad AB (§. 59.). Sed  $AH = \frac{1}{2} AB$  (§. 18.). Est adeo vis dimidium ponderis. Q. E. D.

C O R O L L A R I U M.

98. Proinde in polyspasto non superiores, sed inferiores tantum orbes effectum augent.

T H E O-

## THEOREMA XIV.

TAB. II.  
Fig. 24.

99. Si in polyspasto omnes funes  $MN, SX, QR, PO, TV$  paralleli sint, vis in  $Z$  ad pondus  $W$  est, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur.

## DEMONSTRATIO.

Quia enim in hoc casu pondus singulos funes æqualiter tendit: totum pondus per eos æqualiter distribuitur. Itaque vis in  $Z$  nil sustinendum habet, præter partem funi  $MN$  tributam (§. 96). Est adeo vis ad pondus, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur. Q. E. D.

## COROLLARIUM I.

100. Si pondus (500) per numerum funium (5) dividatur, vis (100) prodibit.

## COROLLARIUM II.

101. Contra si vis (100) per numerum funium (5) multiplicetur, pondus (500) prodibit.

## COROLLARIUM III.

102. Et quia numerus trochlearum superiorum & inferiorum simul sumtarum in po-

polyspasto simul æqualis est numero funium, is prodit, si pondus ( 500 ) per vim ( 100 ) dividatur.

S C H O L I O N.

103. *Interdum orbes in polyspasto non supra sed juxta se invicem collocantur, præsertim si plures fuerint, ne polyspasti altitudo in nimium excreseat.*

T H E O R E M A X V.

104. *Si vis ope polyspasti movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

D E M O N S T R A T I O.

Nam si pondus per pedem elevandum est, singuli funes ab eo tensi, pede sunt decurtandi. Vis igitur tot pedes extrahere debet, quot sunt funes. Quare spatium ejus est ad spatium ponderis, ut numerus funium, qui à pondere tenduntur, ad unitatem, hoc est, ut pondus ad vim mortuam (§. 99). Q. E. D.

T H E O R E M A X V I.

105. *In cuneo vis se habet ad pondus, vel corporis discindendi resistentiam,*

T A B. M.

Fig. 20.



tiam, ut dimidia crassities  $ML$  ad longitudinem  $MN$ .

### DEMONSTRATIO.

Cuneus componitur ex duobus planis inclinatis. Quare cum eodem res recidat, sive pondus per plani acclivitatem trahatur, sive hoc sub illo protrudatur; præterea directio vis, quæ ope cunei corpora findit cum longitudine cunei coincidat, vis ad pondus est, ut dimidia crassities  $ML$  ad longitudinem  $MN$  (§. 83). Q. E. D.

### COROLLARIUM.

106. Quamobrem acutior cuneus plus efficere valet, quam minus acutus: quia ratio ipsius  $ML$  ad  $MN$  in illo minor quam in hoc est.

### DEFINITIO XXV.

107. Si aqua, quæ machinam ad motum animat, desuper in rotam irruit, & super eam subsistit, ut gravitate sua in uno latere rotam ulterius deprimat; *Rota directæ* vocatur.

DEFI-

D E F I N I T I O XXVI.

108. *Rota vero retrograda est, si aquæ superimpendet, & ab ejus impulsu circumagitur.*

C O R O L L A R I U M I.

109. Quoniam aqua rarissime præter quam in fluminibus permagnis ea rapiditate fertur, ut rotas molares circumagere possit, necesse est, ut ex alto præcipitata, impetum acquirat, ut alia corpora gravia; ac proinde locus, ubi rota constituenda, multo depressior esse debet, quam is, unde derivatur.

C O R O L L A R I U M II.

110. Quoniam vero aqua declivitatem suam ab uno loco ad alterum successive acquirit; declivitas in præcipitium est mutanda, si impetum concipere debet; ac proinde explorandum, quanta sit declivitas, hoc est, quanto intervallo locus, ubi rota collocanda, sit terræ centro propior quam alter, unde derivatur.

D E F I N I T I O XXVII.

111. *Ars libellandi est ars inveniendi, quanto intervallo locus aliquis centro terræ vicinior, quam alius.*

C O R O L

## COROLLARIUM I.

112. Quoniam lineæ horizontalis puncta singula à centro telluris æque distant (§. 28.); non alia re opus est, quam ut linea horizontalis loci unius usque ad alterum producat, hujusque profunditas infra lineam horizontalem illius mensuretur.

## COROLLARIUM II.

113. Hinc in libellatione aquarum, ante omnia lineam horizontalem invenire oportet.

## PROBLEMA XVII.

TAB. II. 114. Libellam *construere, hoc est, instrumentum, quo invenitur linea horizontalis.*

## RESOLUTIO.

1. Ex assere probe dedolato excindatur semicirculus  $ACBD$  & ex centro  $C$  linea tenui  $DH$  dividatur in duas partes æquales.

2. In  $F$  &  $E$  infigantur duo unci &

3. Ex centro filo tenui vel seta equina suspendatur globus plumbeus.

Quod si enim instrumentum per uncas  $F$  &  $E$ , ita ex funi suspendatur, ut filum  $CD$  incidat in lineam

$DH$ ,

DH; erit tam funis extensus, quam diameter instrumenti AB pars lineæ horizontalis apparentis.

D E M O N S T R A T I O.

Linea directionis gravium ad lineam horizontalem apparentem est perpendicularis (§. 41.). Sed filum CD, est linea directionis globi plumbei (§. 23.) & ad lineam AB perpendicularare, si lineam DH tegit (§. 17. 37 Geom.). Ergo hoc in casu AB est pars lineæ horizontalis apparentis.

Q. E. D.

S C H O L I O N.

115. Ricciolus (Geogr. Reform. Lib. 6. cap. 26. f. 229.) jam annotavit, hanc libellam, nisi sit ingens, in distantiiis magnis facile aberrare, quandoquidem differentiam 5 minutorum, immo dimidij gradus vix indicat. Quod si vero ingens fuerit, agre hinc inde transfertur. Enim vero in hoc casu loco semicirculi, asserem tantum tenuem EGHF diametro AB normaliter adtingere solent, ut radius CD usque in G proportionari possit. Alias libellarum species Dioptris instructas describo in Elementis.

T A B. II.  
Fig. 26.

D E F I N I T I O XXVIII.

116. Declivitas aquarum est linea

recta,



recta, indicans quanto superficies earum in uno loco centro telluris vicinior sit quam in altero.

## P R O B L E M A X V I I I.

T A B. III. 117. *Aquas libellare vel declivitatem earum determinare mediante libella dioptris instructa.*

## R E S O L U T I O.

1. In utroque ripæ loco, ubi fit initium & finis libellandi, ope ponderis ex fune suspensi exploretur altitudo ripæ supra ipsam superficiem aquarum: quæ in scheda notetur.

2. In prima ripa A collocetur libella, & in altera ripa B infigatur baculus ad horizontem perpendicularis cum tabula quadrangulâ nigro colore tinctâ, sed in medio circulo albo vel cruce alba notata, quæ ope cochleæ altius humilivè pro lubitu ad baculum firmari potest.

3. Tabula nunc attollatur nunc deprimatur, donec per dioptras collinanti centrum tabulæ occurrat.

4. Ab A usque in D investigetur  
alti-

altitudo oculi A D , & à B usque in C altitudo centri tabulæ C.

5. Priori addatur altitudo ripæ in A ; posteriori vero altitudo ripæ in B.

6. Quoniam adeo hoc modo manifestum fit, quantum linea DC, quæ cum linea horizontali in A parallela excurrit, utrobique à superficie aquarum absit ; non alia re opus est quam ut summa prima inventa ab altera subtrahatur, residuum erit declivitas. Q. E. F.

Hic vero libella , quæ in P constituta est, loco tabulæ D in A collocata concipi debet.

Altit: ripæ in A 64"      Altit: ripæ in B 58"

<u>AD 56</u>	<u>BC 72</u>
120	130
	120
	<u>Declivitas 10</u>

7. Quod si ex uno loco alter videri nequit, procedatur per partes, dividendo scilicet distantiam datam in partes aliquot. Quoniam vero per viam loca occurrere possunt, altiora loco unde initium fit, collocetur libella E F inter duos baculos A Q &

T 3 BH,

T A B. III.  
Fig. 27.

BH, & semper seorsim notentur altitudines centri tabulae D ad sinistram, & altitudines centri tabulae C ad dextram itidem seorsim. Addantur priores in unam summam itemque posteriores. Quod si enim aggregata à se invicem subtrahantur, relinquetur declivitas.

Altit. sinist. AD 34"	Altit. dext. BC 57"
BO 68	MP 102
Altit. ripae in A 64	Altit. ripae in M 58
<u>166</u>	<u>217</u>
	<u>166</u>

Declivitas—51.

Cum libella antea (§. 114.) descripta res peragitur tendendo funes baculis alligatos; nec tabulis opus est.

## PROBLEMA XIX.

TAB. III. 118. *Vi venti machinam movere.*  
Fig. 28.

### RESOLUTIO.

1. Construantur 4 alae ex scandulis, prout figura monstrat: longitudo EA est circiter 30, latitudo HI 6 pedum. Cylindro FL sub angulo  $45^\circ$  infigantur. Si enim axi ad angulum rectum aptarentur, prorsus à vento

vento circumagi non possent. Alæ optime aptantur, si axem secant ad angulum  $54^{\circ}$ , tum ventus vim maximam exerit ad eas convertendas.

2. Cum vero alæ vento semper obversæ esse debeant: tota machina circa axem K versatilis est, ut opæ vectis P Q ad turriculam firmati pro lubitu huc illucque versari possit.

### A L I T E R.

1. Turricula ex lapidibus extruatur usque ad tectum, ita ut tantummodo hoc versatile existat. T A B. III.  
Fig. 29.

2. Tectum trajiciatur cylindro, alis ut antea paratis instructo.

3. Ad tectum firmetur trabs A B directe deorsum tendens usque ad arcam, quæ circulariter circa turriculam exstructa fuit.

4. Hæc connectatur adhuc alii A C, quæ pariter supra in C ad tectum firmata est.

5. In arca hinc inde defigantur unci ferrei.

Quod si enim funis per unum du-



catur, & succula G convertatur, tectum cum axe alligato ad uncum adducitur.

### SCHOLIION.

119. Prior modus nostris in oris usitatus, posteriore in Batavia utuntur. Ut in modo Batavino tectum commode circumverti possit, turricula annulo ligneo cingitur, & in eo canaliculus effoditur, in cujus fundo hinc inde trochleæ orichalceæ ita immittuntur, ut exiguum segmentum ultra eum prominent. Tandem intra canaliculum alius annulus deponitur, cui tectum superstruitur.

### PROBLEMA XX.

120. Machinam construere, quam brutum trahendo movere possit.

### RESOLUTIO.

1. Erigatur cylindrus verticalis :  
eique
2. Infigatur temo 7, 8, vel plurimum etiam pedum, si è re fuerit, ut ad eum equus vel bos jungi queat.
3. Supra circa eundem cylindrum aptetur horizontaliter rota stellata paulo ampla, & connectatur cum cylindro trabibus validis, quæ numero  
&

& longitudine radios rotæ æquent, sed quorum latitudo semissis, crassities dupla radiorum esse potest. E. gr. sit longitudo radiorum 7 pedum, crassities 2, & latitudo 7 digitorum, numerus radiorum 16; rota trabibus 16, quorum longitudo 7 pedum, crassities  $8\frac{1}{2}$ , & latitudo 4 digitorum, connecti potest.

*Sic factum est, quod petebatur.* .

## P R O B L E M A XXI.

121. *Machinam construere, quam brutum calcando movere potest.*

### R E S O L U T I O.

1. Construatur rota ingens, & subcudibus transversis muniatur, ut in rota directa fieri solet.

2. Stabulo super rota constructo includatur brutum; pavementum foramine perforetur, quo brutum pedibus posterioribus subcudibus insistet.

3. Quoniam rota ab illo latere deprimitur, brutum pedes retrahit, iisque subeundem sequentem calcat; ita rota movetur.

TERTIUS SCHOLIUM.

122. *Si pondera minora moveri debent, veluti veru cum assa; loco subciudum rota in fronte asseribus sternitur, & canis intus collocatur pedibus eandem circumagens.*

### P R O B L E M A XXII.

123. *Machinam construere, quam homo deprimendo movere possit.*

### R E S O L U T I O.

T A B. III.  
Fig. 30. Ad cylindrum horizontaliter positum aptentur brachia plura per centrum axis transcuntia, vel saltem versus id infixa; quod si enim alternatim brachia DC, AB manu prehendas, & deprimas, cylindrus circa axem suam circumagetur.

### P R O B L E M A XXIII.

124. *Machinam versando movere.*

### R E S O L U T I O.

T A B. III.  
Fig. 31. Ad cylindrum applicetur manubrium vel rectangulum ABCD (n.1.) vel in arcum circuli incurvatum (n.2) EFG; cujus ope cylindrus circumduci poterit. Q. E. F. & D.

PRO-

P R O B L E M A XXIV.

125. *Machinam trudendo movere.*

R E S O L U T I O.

Hoc fit ope fuculæ F G I H.

T A B. I.  
Fig. 3.

P R O B L E M A XXV.

126. *Machinam calcando movere.*

R E S O L U T I O.

Construatur rota ingens, intra cuius ambitum duo homines stare possint eodem fere modo, quem in Scholio Problematis 21 (§. 122) exposuimus.

*ALITER.*

1. Vectis H F, cujus centrum motus F, sit circa clavum ferreum mobile, horizontaliter ponatur,

T A B. III.  
Fig. 32.

Idem suspendatur ope perticæ E H ex manubrio E L, cylindro cuidam impacto.

Quod si posito pede in G vectis deprimatur, mox iterum pes attolatur &c. cylindrus circumagetur.

Q. E. F. & D.

R E-



127. Quoniam in casu posteriori pondus, quod in H applicatum intelligi debet, à centro môtus longius distat, quam pes ipsi G insistens; vis major esse debet pondere movendo (§. 59.). Proinde hoc movendi modo tantummodo utimur, si pondus movendum est exiguum. Attamen cum virium compendio pertica in G applicari, & manu in H vectis moveri poterit.

## P R O B L E M A XXVI.

128. *Machinam construere, quæ à pondere descendente moveatur.*

## R E S O L U T I O.

TAB. III.  
Fig. 34.

1. Circa cylindrum LM horizontaliter positum funis circumvolvatur,  
&

2. Idem circa trochleam G circumducatur in maxima à pavimento distantia.

3. Ejus denique extremitati alligetur pondus P.

Quod dum ob gravitatem suam  
des-

descendit, & funem devolvit, cylindrum circumagit. Q. E. F & D.

C O R O L L A R I U M I.

129. Quo major est altitudo, per quam pondus P descendit, eo lentius funis devolvitur (quippe qui in hoc casu multo longior esse potest) & eo diutius durat motus.

C O R O L L A R I U M II.

130. Ut funis lentius devolvatur, pondus P ex polyspasto FG suspendatur; si enim c. gr. polyspastus 4 habet orbes, à cylindro 4 pedes funis devolvuntur, antequam pondus P per altitudinem unius pedis descendat.

P R O B L E M A XXVII.

131. *Pondere appenso adjuvare potentiam moventem.*

R E S O L U T I O.

Sit c. gr. elevandum pondus 100 TAB. III.  
librarum Fig. 35.

1. Ponderi E alligetur funis &
2. Cir-

2. Circa trochleam  $HF$  circumducatur.

3. Alteri ejus extremo alligetur pondus  $D$  elevando fere æquale.

Quod si manu funis  $HD$  deorsum trahatur, exigua vi opus est ad elevandum pondus  $E$ .

### PROBLEMA XXVIII.

132. *Machinam elateris vi movere.*

### RESOLUTIO.

TAB. III.  
Fig. 36.

1. Fabricari curetur lamella chalybea, & in gyros contorqueatur: sic elater  $AB$  erit paratus; qui

2. Thecæ cylindricæ includatur, & catenula vel chorda fidium altero sui extremo affigatur.

3. Quoniam elater sub initium tensionis fortius, in fine continuo segnius trahit; figura fusi  $GLHI$ , cui chorda vel catenula circumplicata, non cylindrica sed conoidica esse debet. Quamquam enim potentia sub initium fortius, sub finem

nem

nem vero segnius trahit ; attamen sub initium centro motus propior est quam sub finem, adeoque in casu primo ejus efficacia minuitur, in altero augetur.

S C H O L I O N.

133. Quantum fusus  $GH$  à  $G$  versus  $H$  successive crescere debeat, hucusque experientia determinatum est, cum ex auditu judicarent, num horologiorum ab elatere animatorum motus sit uniformis nec ne. Enim vero Schottus in sua Technica curiosa lib. 9. c. 4. prop. 10. p. 641. jure postulat, ut ad oscillationes perpendiculi examinetur, num rotæ tardissime motæ circumvolutiones, sint æquidistantæ.

P R O B L E M A XXIX.

134. Motum machinarum temperare, ita ut cursus earum sit uniformis.

R E S O L U T I O.

In hunc finem adhibentur rotæ TAB. III. libratoriæ  $MN$ , quarum peripheria Fig. 33. integra vel plumbo obductæ vel solum-



lummodo quatuor in locis ponderibus æquidistantibus instructæ sunt.

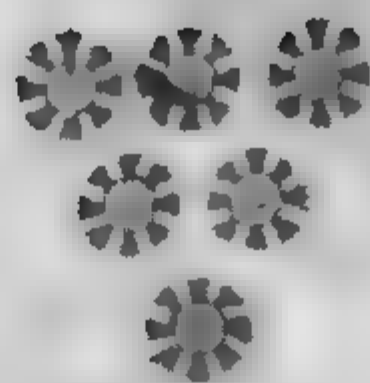
Ad eundem finem automatis perpendiculara applicantur.

### COROLLARIUM.

135. Rotis libratoriis opus habemus in machinis, quæ ab hominibus & brutis moventur, ne interdum in motu intermittant.

### MECHANICÆ.

### FINIS.






# ELEMENTA HYDROSTATICÆ.

---

## DEFINITIO I.

- I.  YDROSTATICA est scientia actionis fluidorum in gravitatem corporum.

## DEFINITIO II.

2. *Corpus fluidum* dicitur, cujus particulae non firmiter inter se cohaerent, sed facillime separabiles sunt.

## SCHOLION.

3. *Hæc fluidorum proprietas dignoscitur; ex eo quod aliis corporibus libere transitum permittant, proprio pondere in guttas abeant, figuram cujuslibet vasis prout assumant, & nisc intra vasa cohibeantur, diffuant.*

## DEFINITIO III.

4. *Corpus solidum* est, cujus par-
- Wolff. Comp. Math. Tom. I. V ti-

ticulæ ita firmiter inter se cohærent, ut ægre divelli possint.

#### D E F I N I T I O IV.

5. *Corpus specificè levius est, quod sub eodem volumine minus pondus continet quam alterum.*

#### D E F I N I T I O V.

6. *Contra, Corpus specificè gravius est, quod sub eodem volumine majus continet pondus quam alterum.*

#### S C H O L I O N.

7. *Si globus plumbeus tantumdem spatii occupat, quantum lapideus, ille tamen gravior erit lapideo. Proinde plumbum est corpus lapide specificè gravius; contra lapis est corpus plumbo specificè levius.*

#### D E F I N I T I O VI.

8. *Vis resistens dicitur, quæ actionem alterius vel in totum vel ex parte destruit.*

#### A X I O M A I.

9. *Corpora gravia alia ipsis subjecta premunt, eaque è locis suis expellere nituntur. (§. 32 Mech.).*

AXIO-

AXIOMA II.

10. *Quo corpus est gravius, eo magis premit alia sibi subiecta.*

AXIOMA III.

11. *Si duo vel plura corpora eandem habent gravitatem, aqualiter premunt.*

AXIOMA IV.

12. *Si duo vel plura corpora eandem magnitudinem, sed diversam gravitatem habent; gravius magis premit quam levius.*

AXIOMA V.

13. *Si duo corpora se mutuo vi aquali, sed juxta lineas directionum oppositas premunt, motus nullus subsequitur: si vero alterutrum magis premit, quam ei resistitur, motus fit juxta directionem fortioris.*

LEMMA.

14. *Si duo cylindri sunt aequi magni, & tamen inaequales habent altitudines ac bases: altitudo primi in altitudine*

*Secundus in altitudine primi se-*



*secundi toties continetur, quoties basis secundi, in basi primi.*

### DEMONSTRATIO.

Si duo cylindri æquales sunt, idem factum prodire debet, si cujusque cylindri basis per suam altitudinem multiplicetur: (§. 197 *Geom.*). Si altitudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secunda ad basin primi; erit factum ex basi primi in suam altitudinem æquale facto ex basi secundi in suam altitudinem (§. 81. *Arithm.*). Ergo si duo cylindri æquales sunt, altitudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secundi ad basin primi. Q. E. D.

### THEOREMA I.

15. *Si duo tubi communicantes aqua repleantur, illa in utroque tubo aque alta erit.*

### DEMONSTRATIO.

*Casus primus.* Si tubi AB & CD sunt ad lineam horizontalem normales, eorumque diametri æquales, aqua utrinque ejusdem est gravitatis, si

TAB.  
Hydr.  
Fig. 1.

si est æque alta (§. 193. *Geom.*). Ergo aqua EB tanto conatu aquam BD è loco suo expellere nititur, quanto FD contra nititur (§. 9. 11). Neutra itaque alteram expellet (§. 13). Æque alta igitur sit oportet aqua in utroque tubo: *Quod erat primum.*

*Casus secundus.* Si basis tubi GI *Fig. 2.* est quadrupla baseos tubi HK, & aqua in GI descendit ex L ad O: ex. gr. per unum pollicem: in angustiore ex M ad N per 4 pollices ascendat necesse est (§. 14). Ponamus in tubo ampliore 4 libras per 1 moveri: in angustiore igitur 1 libra per 4 movenda est. Quare, cum uterque motus eandem vim postulet (§. 65. *Mech.*) eorumque lineæ directionum sibi invicem contrariæ sint; aqua in tubo ampliore GI, aquam in angustiore HK ultra punctum M elevare nequit (§. 13): *Quod erat secundum.*

*Casus tertius.* Si tubus PQ cum *Fig. 3.* linea horizontali efficit angulum rectum,  
 V 3 tum,

tum, & tubus RS obliquum; gravitas aquæ in tubo RS est instar globi in plano inclinato. Aqua igitur in tubo RS tantum valet, quantum in tubo TV, si utriusque eadem est altitudo ( §. 82. *Mech.* ). Atqui aqua in TV aquam in tubo PQ sustinet, si utraque est æque alta, *vicarius primi & secundi.* Æquilibris igitur etiam sit oportet aqua in tubo PQ aquæ in tubo RS, si utraque æque alta est. *Quod erat tertium.*

Fig. 4.

*Casus quartus.* Hinc porro liquet, aquam in duobus tubis XW & YZ æquiponderaturam, dummodo utrinque æque alta sit, etiamsi tubi diversæ sunt amplitudinis, & diversos angulos cum linea horizontali efficiunt. *Quod erat quartum.*

### C O R O L L A R I U M I.

Fig. 5.

16. Proinde, si fundo dolii intus pice probe obducti, tubus longus in C inferatur, & foramine pice oblito prohibeatur, ne aer vel aqua penetrare possit, dein dolium AB pariter ac tubus CD aqua impleatur; videbis modicam aquam in tubo CD fundem AE tanta vi sursum ursum, ut aliquot

quot centupondia imposita vincat. Etenim  
nisus aquæ in tubo CD tantus est, quantus  
esset aquæ in toto cylindro FA.

### COROLLARIUM II.

17. Quamobrem in pressione fluidorum,  
nonnisi eorum altitudo, & magnitudo ba-  
seos pressioni resistentis. consideranda venit.

### THEOREMA II.

18. *Si duo tubi communicantes flui-  
dis diversæ gravitatis repleantur, alti-  
tudo fluidi specificè levioris ad altitu-  
dinem specificè gravioris est, ut gravi-  
tas gravioris ad gravitatem levioris  
sub eodem volumine.*

### DEMONSTRATIO.

Sit ex. gr. in tubo CD mercurius *Fig. 1.*  
& in tubo AB aqua. Quoniam gra-  
vitas mercurii quater decies major  
est gravitate æqualis voluminis aquæ;  
demonstrare oportet, aquam quater  
decies altiore esse futuram in AB,  
quam est mercurius in CD.

Si enim tubi sunt ejusdem ampli-  
tudinis, cylindri altitudinum ratio-  
nem habent (§. 210 *Geom.*). Proin-  
de si altitudo mercurii in tubo CD

V .4

est



est quater decies minor altitudine aquæ in tubo  $AB$ , erit quantitas aquæ in  $AB$  quater decies major quantitate mercurii in  $CD$ ; consequenter gravitates aquæ & mercurii æquales sunt. Quare, cum mercurius tantum premat versus  $DB$ , quantum aqua versus  $BD$ , (§. 11.) neutrum fluidorum alterum movebit (§. 13). Quoniam porro nihil refert, utrum tubi sint ejusdem amplitudinis, item utrum uterque ad lineam horizontalem perpendicularis sit, nec ne (§. 15.); in nullo casu nec aqua mercurium, nec hic illam movere poterit, si aqua quaterdecies mercurio altior fuerit. Q. E. D.

### T H E O R E M A III.

19. *Si corpus specificè gravius in fluidum levius immergitur: tantum ponderis sui perdit, quantum est pondus fluidi, quod ab ipso expellitur.*

### D E M O N S T R A T I O.

Ponamus ex. gr. pedem cubicum plumbi sub aquam demergi: demon-  
stran-

trandum est, quod tantum ponderis sui amittat, quantum pes cubicus aquæ ponderat. Pes cubicus aquæ, à plumbo expulsus, ab aqua circumstante in loco suo sustinebatur. Jam si plumbum in ejus locum pervenit, oportet ut ponderis ejus tanta pars, ab aqua circumfluente sustineatur, quantum fuit pondus aquæ expulsæ. Proinde plumbum tantum amittit ponderis, quantum est pondus, pedis cubici aquæ. Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

20. Quoniam igitur pes cubicus ferri tantum ponderis in aqua perdit, quantum pes cubicus plumbi, & tamen pes cubicus plumbi gravior est pede cubico ferri; evidens est, ferrum & generaliter quodvis corpus specificè levius, in eodem fluido, ex. gr. in aqua majorem ponderis sui partem amittere, quam plumbum, vel generaliter quodvis corpus specificè gravius.

### COROLLARIUM II.

21. Quamvis itaque corpus specificè gravius ex. gr. plumbum, corpori specificè leviori, ex. gr. ferro in aere æquiponderet: at tamen in aqua vel alio fluido, inter se non

V. S. æqui-

æquiponderabunt, sed plumbum præponderabit.

### COROLLARIUM III.

22. Quoniam pes cubicus plumbi in aqua tantum ponderis sui amittit, quantum est pondus pedis cubici aquæ; contra in vino tantum ponderis sui perdit, quantum est pondus pedis cubici vini; plumbum plus ponderis in aqua quam in vino; adeoque quodlibet corpus plus ponderis in fluido specificè graviore, quam in specificè leviori amittit.

### COROLLARIUM IV.

23. Hinc libra plumbi æquilibrium non servat cum libra plumbi, si una aquæ, altera vero vino immergatur. Vel generaliter duo corpora, ejusdem speciei & magnitudinis, æquilibrium non servant, si fluidis diversæ gravitatis immergantur.

### COROLLARIUM V.

24. Gravitas fluidi alicujus, est ad gravitatem alius corporis ejusdem magnitudinis, ut pars ponderis, quam hoc in illo amittit, ad pondus ejus integrum. Ex. gr. gravitas aquæ ad gravitatem ferri est, ut pars ponderis, quam pes cubicus ferri in aqua amittit, ad pondus ejus integrum.

### PROBLEMA I.

25. *Invenire pondus fluidi cujuscunque, ex. gr. vini in dolio contenti.* RE-

## RESOLUTIO.

1. Pollex cubicus plumbi è filo suspensus in fluidum, ex. gr. in vinum immittatur, ponderisque quod amittit, quantitas notetur; sic enim patet pondus quo pollet pollex cubicus fluidi dati (§. 19.).

2. Per Geometriam determinetur massa fluidi, ex gr. vini in dolio contenti (§. 215. *Geom.*); quo facto

3. Per regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenietur pondus totius fluidi quæsitum.

Ex. gr. Pes cubicus plumbi Parisinus in aqua amittit 72 lib. Quæritur pondus 345 pedum cubicorum aquæ.

$$\begin{array}{r} 1' \text{ --- } 72 \text{ lib --- } 345 \\ \hline 72 \\ \hline 690 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2415 \\ \hline \text{Pondus aquæ } 24840 \text{ lib.} \end{array}$$

## COROLLARIUM.

26. Simili modo ex determinato pondere fluidi, massa illius reperiri poterit; ex. gr. quæritur, quantum spatium occupent 325000 lib. aquæ.



72 lib — 1' — 325000 lib

+ 6 — 1

3227

325000

\*738\*

325000 (4513' 8 Massa aquæ.

72222

9

777

## PROBLEMA II.

27. *Invenire rationem gravitatis fluidi ad gravitatem alterius fluidi sub eodem volumine.*

### RESOLUTIO.

1. Exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido uno, ex. gr. in aqua, amittat: ita innotescit pondus pollicis cubici aquei (§. 19).

2. Eodem modo exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido altero, ex. gr. in oleo amittat: ita innotescet pondus, pollicis cubici olei. (§. cit.)

Itaque gravitas aquæ ad gravitatem olei est, ut pondus, quod cubus pollicaris lapideus in aqua perdit, ad pondus, quod idem amittit in oleo.

Ex.

Ex. gr. Pes cubicus lapideus in aqua perdit 72 lib., in oleo 66 lib. Est adeo gravitas aquæ ad gravitatem olei, ut 72 ad 66 vel ut 12. ad 11. (§. 59. *Arithm.*)

PROBLEMA III.

28. *Dato pondere corporis ex duobus miscibilibus compositi, unà cum pondere, quod in fluido aliquo amittit, invenire pondera miscibilium sigillatim.*

RESOLUTIO.

1. Per experientiam determinetur, quantum ponderis, ex. gr. libra utriusque miscibilis in dato fluido, ex. gr. in aqua amittat.
2. Hinc per regulam trium porro eruatur, quantum ponderis in eodem fluido, ex. gr. in aqua amittere debeat utriusque miscibilis massa, si quævis mixtum pondere æquaret.
3. Decrementum minus subtrahatur è majori, ut constet excessus, quo pondus à specificè leviori amissum superat pondus à graviori amissum.
4. Porro pondus à specificè gravio-

viori amissum subtrahatur à decremento ponderis corporis mixti, ut constet excessus, quo pondus à mixto amissum superat pondus à graviori amissum.

5. Quod si ad excessum primum, excessum alterum & pondus mixti quæratnr numerus quartus proportionalis (§. 85. *Arith.*): crit is pondus miscibilis specificè levioris: quod

6. A pondere mixti subductum relinquit pondus massæ specificè gravioris.

Ita inventum est, quod petebatur.

### EXEMPLUM.

Massa 120 librarum, ex stanno & plumbo commixtis composita, in aqua amittit 14 lib.; quæruntur pondera stanni & plumbi sigillatim? Quoniam experimentando reperitur, stannum 37 librarum in aqua amittere pondus 5 librarum, plumbum vero librarum 23 amittere 2; calculum ita inibis.

$$37 - 5 = 120$$

$$\frac{5}{600} \text{ lib.}$$

$$37$$

$$\begin{array}{r}
 23 \text{---} 2 \text{---} 120 \\
 \underline{2} \\
 240 \text{ lib.} \\
 \underline{23} \\
 600 \text{---} 240 \text{---} 13800 \text{---} 8880 \text{---} 4920 \\
 37 \quad 23 \quad 851 \quad 851 \\
 14 \text{---} 8880 \text{---} 11914 \text{---} 8880 \text{---} 3034 \\
 851 \quad 851 \quad 851 \\
 4920 \text{---} 3034 \text{---} 120 \\
 41 \quad 1 \quad (120 \\
 + \\
 26 \\
 3034 \text{ (74 lib. Pondus specif. lev.} \\
 + + + \mid 120 \text{ Pondus mixti.} \\
 * \quad 46 \text{ Pondus specif. grav.}
 \end{array}$$

## SCHOLIION.

29. Eodem modo solvi potest problema, quod Hydrostaticæ originem dedit, & ab Archimede primo solutum fuit: quantum scilicet argenti coronæ Regis Syracusarum, 18 libr. ponderanti admiscuerit aurifex. Nam quia 18 libr. auri in aqua perdunt 1 lib.: at 18 lib. argenti  $1\frac{1}{2}$  lib., tandemque corona amisit  $1\frac{1}{3}$  ponderis sui, eam ex 12 lib. argenti & 6 lib. auri conflatam esse deprehensum fuit.

## THEOREMA VIII.

30. Corpus specificè gravius, in fluido



*do specificè leviori, vim adhibet ad descensum aequalem excessui ponderis sui, supra pondus fluidi ejusdem voluminis.*

### DEMONSTRATIO.

Corpus immersum amittit partem sui ponderis, æqualem ponderi fluidi, quod æquale spatium cum corpore occupat (§. 19). Ergo nonnisi vim residuam in descensum impendere potest. Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

31. Vis igitur, quæ corpus ex. gr. in aqua sustentat, æqualis est excessui gravitatis corporis supra gravitatem æqualis voluminis aquæ. Ex. gr. 37 libræ stanni in aqua amittunt de pondere suo libras 5. Adeoque 32 libræ hanc massam in aqua sustentare possunt.

### SCHOLIUM.

32. Datis igitur solidi submersi magnitudine & gravitate, determinari potest vis, qua super aquas attolli potest.

Sit pondus massæ submersæ 104500 librarum, magnitudo 340 pedum cubicorum. Pondus pedis cubici aquæ, in qua massa submersa, est 72 lib.

340	
72	
<hr/> 680	
238	
<hr/> 24480	lib. Pondus aquæ massam æquantis
104500	Pondus massæ.
<hr/> 80020	Vis sustentans.

C O R O L L A R I U M II.

33. Quare cum pondus corporis solidi pondus fluidi specificè gravioris, quod expulit, magis excedat quam pondus specificè levioris, (§. 22.) ut in hoc celerius, in illo tardius subsidat necesse est. Ex. gr. Globus plumbeus celerius in vino quam in aqua subsidit.

T H E O R E M A V.

34. *Corpus specificè levius in fluido graviore, ex. gr. in aqua mergitur, donec aqua, quæ spatium à parte mersâ occupatum impleret, toti corpori æquiponderat.*

D E M O N S T R A T I O.

Corpus immersum esto cylindrus ligneus. Concipiamus aquam constare ex pluribus cylindris, qui omnes æquiponderabunt, quia eandem

Wolff. Comp. Math. Tom. I. X ha-

habent altitudinem (§. 15.). Jam si cylindrus ligneus aquæ imponatur, cylindrus aqueus subjectus magis premit, quam collaterales resistunt, (§. 10.); adeoque aquam collateralem sursum pellet (§. 13.); consequenter cylindrus ligneus immergitur. Quamprimum vero tanta quantitas aquæ à cylindro ligneo expulsa est, quæ ponderi ejus integro æqualis est, cylindrus aqueus, qui eum sustentat, gravior non est, quam erat antea, cum aqua locum cylindri lignei occuparet; ergo quia antea aqua circumfluens eidem æquiponderabat, etiam nunc pondere æquipollente pro illa aquæ parte substituto, eidem æquiponderare debet; proinde cylindrus ligneus ulterius non immergitur. Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

35. Si idem corpus fluidis diversæ gravitatis specificæ imponatur, profundius mergitur in specificè leviori, quam in specificè graviori; ex. gr. profundius in vino, quam in aqua, quia plus vini, quam aque gravitatem corporis æquat.

CO.

## COROLLARIUM II.

36. Quo propius gravitas corporis ad gravitatem fluidi, ex. gr. aquæ accedit, eo profundius corpus mergitur. Ex. gr. lignum specificè gravius profundius mergitur, quam lignum specificè levius.

## COROLLARIUM III.

37. Si corpus fuerit ejusdem gravitatis specificæ cum fluido, ita ut ex. gr. pes cubicus æquiponderet pedi cubico aquæ, corpus totum submergitur, & quiescit in quovis loco intra fluidum in quem propellitur.

## COROLLARIUM IV.

38. Si corpus mergitur ex. gr. parte sui quarta, pars quarta tantundem aquæ ac pondus totius corporis æquat. Proinde si quatuor aquæ partes accipias, hoc est, tantum, quantum capere potest spatium totius corporis, pondus earum erit quadruplum ponderis totius corporis. Est ergo gravitas corporis, ad gravitatem fluidi ejusdem voluminis, ut magnitudo partis immerse ad corporis magnitudinem integram.

## COROLLARIUM V.

39. Corpus adeo specificè levius fundo valis intumbens, non attollitur, nisi fluidum gravius affusum ultra partem assurgat, quæ immergitur corpore in vase pleno natante.



## P R O B L E M A IV.

40. *Data gravitate ex. gr. pedis cubici aquæ, unâ cum magnitudine partis immerse solidi, invenire pondus totius corporis.*

## R E S O L U T I O.

Quia pondus corporis solidi æquale est ponderi aquæ, quæ idem cum parte immersa spatium occupat, (§. 34. ), inferatur: ut pes cubicus aquæ ad datam suam gravitatem, ita pars solidi immersa ad pondus totius corporis, quod proinde per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenitur.

## E X E M P L U M.

Pes cubicus aquæ est 72 librarum. Pars solidi immersa 740 pedum cubicorum.

1' — 72 lib — 740'

72.

1480

518

5328 lib. Pondus totius corporis.

## P R O B L E M A V.

41. *Data gravitate, ex. gr. pedis cubici*

*cubici aquæ, & gravitate solidi, invenire magnitudinem partis immergendæ.*

R E S O L U T I O.

Cum sit, ut gravitas pedis cubici aquæ, ad magnitudinem pedis cubici, ita pondus corporis dati ad magnitudinem partis immergendæ (§. 34.); per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) denuo invenitur magnitudo quæsitæ partis immergendæ.

E X E M P L U M.

Pes cubicus aquæ est 72 librarum, gravitas corporis 53280 lib.

72 lib—1'—53280 lib.

$$\begin{array}{r}
 \text{I} \\
 \hline
 2 \quad 53280 \\
 48 \\
 53280 \quad (740' \text{ Magnitudo partis immergendæ.} \\
 7222 \\
 77
 \end{array}$$

S C H O L I O N.

42. Per præsens Problema invenitur onus, cui ferendo navis par est.

P R O B L E M A VI.

43. Datis magnitudine & gravita-

X 3 te

*te solidi specificè levioris, ex. gr. frustè ligni, unà cum gravitate fluidi specificè gravioris, ex. gr. pedis cubici aquæ; invenire vim, qua corpus sub aqua demersum detineri potest.*

### RESOLUTIO.

Patet (§. 34.) vim, qua opus est ad solidum sub aqua detinendum, æqualem esse excessui ponderis aquæ, quæ æquale cum solido spatium occupat, supra pondus solidi. Idcirco

1. Ex datis gravitate pedis cubici aquæ & magnitudine solidi, quæritur per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) gravitas aquæ, quæ æquale spatium cum integro corpore occupat.

2. Inde subtrahatur pondus solidi, ita nimirum vis quæsitæ relinquetur.

### EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ ponderat 72 lib. solidum sub aqua detinendum 100 lib. Magnitudo ejus 8 pedum cubicorum.

$$1' \text{ --- } 72 \text{ --- } 8'$$

8

576 lib. Pondus aquæ solido æqualis.

100 lib. Pondus solidi.

---

476 lib. Vis, quæ solidum sub aqua detinet

CO.

## COROLLARIUM.

44. Quoniam corpus eadem vi sursum urgetur, qua sub aqua vel alio fluido detineri posset; per præsens Problema invenitur quoque vis, qua solidum specificè levius in fluido dato graviore sursum urgetur. Ut in exemplo antecedente, ea est 476 lib.

## THEOREMA VI.

45. *Vis, quæ requiritur ad vas vacuum AB ad lineam AC usque immergendum, ad quam aqua plenum immergitur, vi quæ tantundem aquæ in aëre sustentare posset, æqualis est.* Fig. 6.

## DEMONSTRATIO.

Vis aquam in aëre sustentans gravitati ejus æqualis est. Sed vis vas vacuum AB ad lineam AC in aquam immergens æquatur gravitati aquæ vas replentis, quia hæc ad eandem lineam AC vas immergit, *per bypoth.* Ergo hæc vis æquatur alteri, quæ aquam in vase contentam in aëre sustentare valet (§. 22. *Arith.*)

Q. E. D.

## THEOREMA VII.

46. *Vis, quæ requiritur ad solidum*  
X + Spe-



*specificè levius sub fluido graviori detinendum, itemque pondus à solido leviori amissum, gravitati fluidi accrescit, & cum ea ponderat.*

DEMONSTRATIO.

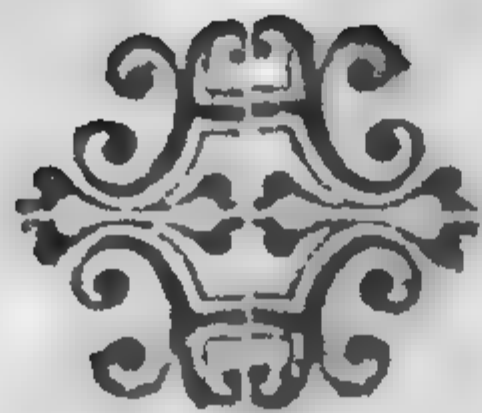
Vis enim, quæ requiritur, ad solidum specificè levius sub fluido graviori detinendum, premit fluidum subiectum; adcoque perinde est, ac si massa ejusdem ponderis eidem imponeretur; sed hæc massa, utpote unum grave cum fluido constituens, unà cum eodem ponderaret. Ergo & vis eidem æquivalens cum fluido ponderare debet: *Quod erat unum.*

Pars ponderis, quam solidum specificè gravius in fluido leviori amittit, à fluido sustentatur; ceu patet ex demonstratione *Theorem. 3. (§. 19.)*; cum autem hæc ponderis pars, unà cum superiore & inferiore aqua in eodem cylindro, circumfluenti aquæ æquiponderet: necesse est, ut unà cum illa aqua fundum vasis premat, consequenter unà cum illa gravitet. *Quod erat alterum.*

SCHO-

## SCHOLIUM.

47. *Omnia, quæ hucusque demonstrata fuerant, experimentis facile comprobantur. Experimenta autem spectanda sunt tanquam examina, quibus convincimur, nos per ratiocinia legitima veritatem fuisse assecutos. Hæc examina occurrunt in Tomo primo experimentorum.*

HYDROSTATICÆ  
FINIS.



# ELEMENTA AEROMETRIÆ.

---

## DEFINITIO I.

- I. \*\*\*\* AEROMETRIA est scientia  
\* A \* metiendi aërem.  
\*\*\*\*

## DEFINITIO II.

2. *Metiri*, est quantitatem quam-  
piam pro unitate assumere, aliarum-  
que ejusdem speciei, rationem ad  
candem investigare.

## SCHOLION.

3. *Ex. gr.* Panni longitudinem mensuratu-  
rus, longitudinem quamquam, quam ulnam  
vocas, pro unitate assumes, & quoties ulne  
longitudo in panni longitudine contineatur, in-  
quiris. Similiter aeris calorem mensuraturus,  
quemdam caloris gradum pro unitate assumere,  
& rationem illius ad hunc investigare debes,  
hoc est, querere, quoties ille sit sumendus, ut  
gradus mensurandus prodeat. (§. 52. Arithm.)

CO-

## C O R O L L A R I U M.

4. Cum quantitatis nomine veniat, quicquid augeri vel minui potest: omnia de aëre conceptibilia, quæ intensitatis gradus admittunt, vel extensionis terminos habent, metiri licet.

## D E F I N I T I O III.

5. Per *Aërem* intelligo corpus fluidum, Telluri circumfufum, quod spatia ab aliis corporibus relictâ, quæ vacua nobis esse viderentur, occupat, nisi ab alio quodam impediatur.

## S C H O L I O N.

6. Hic tantum proprietatem tradimus, ex qua *Aër* dignosci possit.

## C O R O L L A R I U M.

7. Quod si manus celeriter per spatia, quæ vacua esse videntur, faciem versus promoveatur; faciem aliquid leviter contingere senties, ut ut manus ipsam non contingat. Necesse est adeo, ut spatia illa materia quadam admodum subtili repleta sint, cum non videatur, & ejus partes non cohæreant, cum motum corporum non impediant. Spatia igitur in tellure ab aliis corporibus derelicta, fluidum aliquod subtilissimum occupat (§. 2. *Hydrost.*) hoc est, *Aër* datur (§. 5.)

DEFI-



## DEFINITIO IV.

8. *Comprimitur* corpus, cujus materia propria in angustius spatium cogitur.

## DEFINITIO V.

9. *Dilatatur* corpus, cujus materia propria in amplius spatium expanditur.

## SCHOLION.

10. *Illa materia corpori propria est, quæ una cum eo ponderat, movetur, & in motu in alia corpora impingit. Omnem vero aliam materiam, quæ per corpus libere transfluit, materiam alienam vocamus.*

## PROBLEMA I.

11. *Antliam pneumaticam construere, hoc est, instrumentum, cujus ope vasa aëre exhauriri possint.*

## RESOLUTIO.

1. *Paretur cylindrus cavus AB ex orichalco, in tota sua superficie interiori optime politus, ut embolus DE ipsam arctissime undiquaque contingat, ne ulli molecule aëreæ inter*

T. 1. p. 1.  
De om.  
V. 1.

inter eam & embolum locus relinquatur.

2. Embolus DE, aptetur ex orbibus coriaceis, pinguedine suilla excocta oleoque olivarum saturatis, qui intra duos orbes orichalceos, alter superne in D, alter inferne in E, concludantur, mediante cochlea. Affigatur deinde embolo lamella ferrea dentata DC, à C usque in D dentata, ut ope manubrii NO, atque rotulæ dentatæ eidem cylindro affixæ, commode extrahi & intrudi possit. Notandum autem, corium optimum esse bubulum, ex quo fucingula militum parari solent, vel potius cervinum bubulo tractabilius.

3. In B afferruminetur basi cylindri tubulus BFKL, cui in F epistomium GHI inferitur, ut antlia pro lubitu claudi ac recludi possit; in quem finem epistomium primum in medio perforatur, ut aër per ipsum ex tubulo LK in corpus antliæ irruere queat: dein iterum ab uno tantum latere nonnihil oblique sursum

sum versus inforetur, ut aër ex corpore antliæ per cavitatem epistomii expelli possit. Superne est aënea acicula, qua cavitas epistomii, cum necesse fuerit, obturari potest.

4. Denique tubulus KL, in L instruatur cochlea, ut vasa aëre evacuanda, quorum orificia cochleis foeminis instructa, ad eundem firmari possint. Eodem modo adaptandus est, quoties usus postulat, catinus orichalceus PQ, cui vitra campaniformia commode imponere liceat.

### SCHOLIUM.

12. Superne circa A pelvis afferruminatur, cui aqua infunditur, si inter embolum E internam cylindri AB superficiem aer in antliam penetrat: item ne pulvis, vel alie quisquiliæ intrare queant. Furdus catini contegitur orbe coriaceo madefacto, secus enim campanæ vitreæ impositæ non satis exacte ipsi congruerent, atque adeo aëri transitum permetterent. Quemadmodum etiam omnes tubi orbiculis coriaceis, sebo calido illinitis muniuntur. Quando embolus difficulter promoveatur, oleo olivarum illinitur, ut E epistomium sebo ad carbones candentes inun-  
gitur.

EX-

## EXPERIENTIA I.

13. *Si vesica agnina flaccida, paululo aëre nonnisi intra rugas relictò, collo arctissime constrictò, sub campana vitrea suspendatur, & ex hac aër educatur; vesica magis magisque intumescere conspicitur, perinde ac si inflaretur, quo major aëris copia ex campana educitur. Quod si rursus mediante epistomio, aliquid aëris in campanam immiseris, vesica statim detumescit & flaccida, ut prius, apparet.*

## COROLLARIUM.

14. Cum in vesica nil nisi paululum aëris, hinc inde in ejus rugis latentis relictum sit, necesse est, ut is aëre ambiente educto sese dilatet (§. 9.). Aliàs enim vesica non intumesceret. Quoniam vero magis magisque intumescit, quo magis aër ambiens exhauritur, aëri inesse vim sese insigniter dilatandi, eam etiam, nisi quid obstat, constanter effectum sortiri, manifeste colligitur.

## DEFINITIO VI.

15. Vim, qua aër compressionis capax redditur, & sublata pressione  
ite-



iterum dilatatur, in posterum *vim elasticam* dicemus.

### COROLLARIUM.

Fig. 1.

16. Si embolus DE ex Antlia pneumatica AB extrahitur, in ejus cavitate fit spatium vacuum, in quod aëri externo nullus aditus patet. Quod si epistomium GH aperiatur, aër sub campana catino PQ appressa, dilatatur, & per tubulum LKF in cavitatem antliæ irruit, donec ubique ejusdem sit densitatis. Atque ita aër sub campana rarior evadit, quam erat antea. Quo facto, si epistomium GH ita convertas, ut foramen oblique sursum versus pertusum, cavitati antliæ respondeat, aciculam æneam I removeas, embolumque DE in antliam intrudas; aër per tubum FG & epistomium GK extrudatur.

### EXPERIENTIA II.

Fig. 4.

Fig. 1.

17. Globo vitreo, cavato, & satis capaci A coëmento agglutinetur tubus orichalceus brevior, cum epistomio & cochlea fœmina B, ut ad arbitrium claudi, ac ad antliam in L firmari possit. Ex isto globo exhauriatur omnis aër, quantum fieri potest. Quo facto epistomium claudatur, & ab antlia removeatur globus, & alteri lanci libra

*bræ imponatur, altera vero oneretur ponderibus, quoad cum globo in æquilibrio sit; hoc factō si recludatur episomium, aërem externum cum strepitu irruere audies, & globus præponderabit; imo constanter post admissum aërem plus ponderabit, quam antea, cum aëre vacuus esset.*

## COROLLARIUM I.

18. Quoniam globus lancem magis deprimat, si aëre plenus, quam si vacuus est, aërem gravem esse necesse est (§. 32 *Mech.*).

## SCHOLION I.

19. *Methodo hac Burcherius de Volder, pondus unius pedis cubici aëris, 1 uncia & 27 granorum, seu 507 granorum fere reperit. Vid. Quæstiones Academicæ de aëris gravitate. Thes. 48. p. 50. & seq.*

## COROLLARIUM II.

20. Cum aër compressionis capax sit, & aër superior pondere suo premat inferiorem (§. 18 *Aërom.* & §. 9. *Hydrost.*); mirum non est, quod aër inferior densior, superior vero rarior deprehendatur.

## COROLLARIUM III.

21. Hinc aër inferior specificè gravior est  
*Wolff. Comp. Math. Tom. I. Y su-*

superiore; quia major illius copia in eodem spatio continetur.

### SCHOLION II.

22. *Quid itaque mirum, quod vapores, per aërem inferiorem ascendentes, in superiori suspensi hæreant? (§. 37 Hydrost.).*

### THEOREMA I.

23. *Vis aëris elastica, vi aërem comprimenti, est æqualis.*

### DEMONSTRATIO.

Cum aër à vi minore, minus quam à maiore comprimatur, illi resistat necesse est. Sed aër gaudet vi elastica, qua, quantum potest, sese expandere nititur (§. 15.). Ergo ut vi sua elastica vi comprimenti resistat necesse est (§. 8. Hydrost.). Et quia hæc nihil ulterius contrà illam potest, ei æqualis sit oportet. (§. 13. Hydrost.). Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

24. Quo magis itaque aër comprimitur, eo fortior fit ejus vis elastica: è contrario quo rarior evadit, eo debilior fit.

### COROLLARIUM II.

25. Si itaque aër comprimitur in spatium  
du-

duplo angustius, vis ejus elastica evadit duplo fortior. Si comprimitur in spatium triplo angustius, vis ejus elastica est triplo fortior, quam antea, &c.

## C O R O L L A R I U M III.

26. Vis elastica aëris inferioris tanta est, quanta est gravitas, qua à superiore premittur.

## C O R O L L A R I U M IV.

27. Quicquid igitur gravitas superioris efficit, idem præstat inferioris elasticitas.

## E X P E R I E N T I A III.

28. *Tubus ultra 32 pedes Rhenanos longus aqua repleatur, superne obturetur, ne aër ingredi queat, & inferne epistomio claudatur. Tubo verticaliter erecto, epistomium in aquam immergatur. Quo recluso, aqua è tubo effluere incipiet, isque effluxus, statim ac ad altitudinem 31 vel 32 pedum Rhenanorum descenderit, cessabit.*

## C O R O L L A R I U M I.

29. Quoniam aqua intra tubum pendula aquam in vasculo sibi subjectam premit (§. 9. *Hydrost.*), nec tamen aqua circumfusa cedit, necesse est, ut circumcirca æquali vi prematur. Sed aquæ incumbit aër (§. 5.) eamque



premit (§. 18). Aër igitur eadem vi, aream<sup>1</sup> circularem premat necesse est, ac cylindrus aqueus hunc circulum pro basi habens, & 32 pedes Rhenanos altus.

### COROLLARIUM II.

30. Quoniam aër aquam ad altitudinem 32 pedum in tubo vacuo suspendit, mercurius vero quaterdecies gravior est aqua, aër mercurium ad altitudinem decimæ quartæ partis 32 pedum suspendit. (§. 18. Hydrost.)

### SCHOLIUM.

31. Unde si tubus vitreus *AB* superne in *A* hermetice sigillatus mercurio repleatur, atque orificium *B* in vasculum mercurio plenum immergatur, non omnis è tubo delibetur mercurius, sed in eo ad altitudinem 28 circiter digitorum subsistet. Ut primum Torricellius observavit, à quo etiam Tubus Torricellianus dicitur. Quod si mercurio in vasculo stagnanti aqua affundatur, mercurius altius ascendit, quia aër unà cum aqua gravitat. Contra si Tubus Torricellianus sub campana vitrea, collo longiori instructa collocetur, & aër educatur, mercurius successive descendere notatur.

### PROBLEMA II.

32. Data basi columnæ aëreæ invenire pondus.

RE-

RESOLUTIO.

1. Basis columnæ aëreæ multiplicetur per altitudinem aquæ ipsi æquiponderantis (§. 29.); factum erit soliditas columnæ aqueæ eandem cum aërea gravitatem habentis (§. 197 *Geom.*).

2. Quod si jam constet pondus pedis cubici aquæ, pondus columnæ aëreæ desideratum per Regulam trium eruetur (§. 85 *Arithm.*).

EXEMPLUM.

Sit diameter circuli 100'', erit area 7850''  
(§. 134. *Geom.*)

Altitudo columnæ aqueæ 3100''

785000  
23550

Soliditas columnæ aqueæ 24335000''

1000'' — 72 lib — 24335''

72

48670

17034

1752120

1752120 (1752  $\frac{3}{25}$ ) pondus columnæ aëreæ.  
+ 888

Y

CO

## C O R O L L A R I U M.

33. Si diameter sphaeræ alicujus fuerit  $1$ , basis columnæ aëreæ incumbētis est circulus, cujus diameter  $1'$ , maximus nimirum sphaeræ circulus; adeoque ejus pondus  $1752$  lib. At hujusmodi columna non solum deorsum, verum etiam sursum premit (§. 26. 27).

## T H E O R E M A II.

34. *Si vas fuerit aëre plenum, nullus est pressiois aëris ambientis in ipsum effectus; at ubi evacuatur, sequitur effectus vi prementi aëris ambientis respondens.*

## D E M O N S T R A T I O.

Si vas fuerit aëre plenum ejusdem cum ambiente externo densitatis; clater aëris inclusi æqualis est vi prementi aëris ambientis (§. 23.). Ergo aër internus tantundem premit extrorsum ac externus introrsum: consequenter nullus est pressiois aëris ambientis in vas effectus (§. 13. Hydrog.) *Quod erat primum.*

Enim vero si vas vel prorsus vel ex parte aëre evacuatur (§. 11.); in casu

casu primo pressioni aëris externi nihil resistit, in casu vero altero aër internus rarior evadit externo (§. 16); consequenter elater ejus minuitur (§. 24.). Cum itaque pressioni aëris externi, intus vel omnino non resistatur vel non satis valide, sequi debet effectus, vel vi toti aëris prementis, vel ejus excessui supra resistantiam interni proportionalis (§. 13. *Hydrost.*) *Quod erat alterum.*

## S C H O L I O N.

35. *Hinc ratio manifesta, cur campana vitrea, disco orichalceo, aëre educto, ita pertinaciter adhæreat, ut ab eo avelli nequeat; cur duobus hemisphæria cuprea, quorum fissura sebo obducta, aëre exhausto adeo firmiter cohæreant, ut ne quidem plurium equorum viribus divelli possint; cur vitra angulosa, si per antliam aëre evacuantur, à pressione aëris externi frangantur; Et cur id generis plura contingant.*

## T H E O R E M A III.

36. *Si in Tubo Torricelliano aliquid aëris super mercurio relinquatur, mercurius ad minorem altitudinem suspenditur, quam si vacuus fuerit.*



## D E M O N S T R A T I O.

Si aër internus ejusdem cum externo est densitatis, ejus elater solus æquilibratur aëri externo premententi (§. 23 *Aerom.* & §. 13. *Hydrost.*). Mercurius igitur vi gravitatis propriæ descendere incipit (§. 13. *Hydro<sup>n</sup>.*); quod dum accidit, aër inclusus se dilatat (§. 14.) &, cum rarior evadit, ejus elater debilitatur (§. 24.). Quare cum ita rarefactus, non amplius aëri externo æquilibretur (§. 13. *Hydrost.*) mercurii quædam portio in tubo remaneat necesse est. Q. E. D.

## C O R O L L A R I U M I.

37. Quoniam gravitas mercurii & elater aëris simul æquiponderant aëri externo, tantum mercurii in tubo remanere debet, quantum ad supplendum excessum gravitatis aëris externi supra elaterem inclusi opus est.

## C O R O L L A R I U M II.

38. Adcoque elater aeris inclusi æquatur pondere columnæ mercurialis, qua deficit columna mercurialis integra, quæ sola aëri externo æquiponderat.

THEO.

## THEOREMA IV.

39. *Si gravitas aëris minuitur, mercurius in Tubo Torricelliano descendere; si illa augetur, ascendere debet.*

## DEMONSTRATIO.

Etenim mercurius intra Tubum Torricellianum suspensus æquiponderat gravitati aëris (§. 30.). Quare si hæc minuitur, mercurii quoque gravitas, consequenter altitudo ejus decrescere debet: contra si illa augetur, mercurius quoque ascendere debet (§. 13. *Hydrost.*) Q. E. D.

## COROLLARIUM I.

40. Cum altitudo mercurii in Tubo Torricelliano quotidie (licet non multum tamen sensibilibiter) variet; concluditur inde, gravitatem, adeoque etiam vim elasticam aëris, multis mutationibus obnoxiam esse.

## COROLLARIUM II.

41. Atque hæc est ratio, cur hoc instru-  
Y 5 men-

tum ad metiendas mutationes in aëris gravitate evenientes adhibeatur; & *Barometrum* sive *Baroscopium* nuncupetur.

### PROBLEMA III.

42. *Aërem per Antliam pneumaticam in vase comprimere.*

#### RESOLUTIO.

Fig. 4.

1. Vas A B ad antliam firmetur.

Fig. 1.

2. Foramen, quo epistomium oblique sursum versus perforatum est, obvertatur cavitati antliæ, aciculaque ænea I eximatur.

3. Embolus D E ex antlia extrahatur; tum aër per epistomium ac tubum E B in eam ingreditur.

4. Convertatur epistomium, ita ut aperto tubo F K communicatio inter vas & cylindrum aperiatur, & superne in I obturetur.

5. Tandem embolus D E iterum detrudatur; quo facto aër ex Antlia per tubulum FKL in vas expelletur, adeoque in vase comprimetur (§. 8.)

Q. E. F & D.

SCHO.

## SCHOLIION.

43. Opus est, ut vasa, in quibus aër comprimitur, sint admodum firma; quia enim aëre compresso, ejus vis elastica valde intenditur (§. 24.); fieri potest, ut vasa vi dissiliant, & si vitrea sunt, spectatores lædant.

## EXPERIENTIA IV.

44. Quod si vesicam aëre mediocriter repletam, firmiterque constrictam, ad ignem admoveas, nec tamen nimis prope, ne ab igne damnum capiat; eam non solum valde distendi, sed & ingenti prorsus fragore tandem disrumpi observabis. Quod si vero eam ab igne removeas, antequam disrumpatur, statim flaccida evadit.

## COROLLARIUM I.

45. Cum aër vesicæ inclusus frustra obistente aëre externo, calore dilatetur (§. 9.); necesse est, ut vis, qua aër dilatatur (§. 15.) fortior fiat pressione aëris externi (§. 13. Hydrost.). Calore igitur vim aëris elasticam intendi patet.

CO-



## COROLLARIUM II.

46. Quia vero abeunte calore, vesica distenta rursus flaccida fit; frigore, vis aeris elastica minuatur necesse est.

## COROLLARIUM III.

Fig. 2.

47. Unde si tubus vitreus BC aqua impleatur, globus AB vero aëre plenus relinquatur, tubique orificium C aquæ in vasculo EF contentæ immittatur; aqua in tubo BC ascendet, si frigus aeris increfcit; contra descendet, si idem decrefcit, five increfcit calor: quia in casu primo aer in globo contrahitur, in altero dilatatur.

## SCHOLIUM.

48. Hoc instrumentum primò ad mutationes caloris & frigoris in aëre metiendas adhibitum fuit, atque Thermometrum, vel meliori jure Thermoscopium appellatum fuit; loco autem vasculi, tubus alio adhuc globo exiguum foramen habente instructus fuit. Enim vero cum & gravitas aeris suis variationibus multas mutationes producere possit (§. 29. 40.) de aliis inventionibus cogitatum fuit.

## PROBLEMA IV.

49. Thermoscopium construere, in quo

*quo mutationes caloris ac frigoris in aëre observare licet.*

# R E S O L U T I O.

1. Crustulis ex radice Curcumæ aut Anchusæ resectis affundatur spiritus vini rectificatissimus, qui pulverem pyrium accendit: à priori radice colore flavo, à posteriore autem rubro tingetur.

2. Postea spiritus vini iterum iterumque filtretur per chartam bibulam, ut particulæ crassiores ex radice extractæ remaneant.

3. Spiritu vini filtrato impleatur globus vitreus AB cum tubo BC. Ne autem nimis parum immittatur & hyme spiritus omnis in globum descendat; ex re est, globum immitti nivi falsæ, aut glaciei rasæ, multoque sale conspersæ, vel (si æstivo tempore Thermoscopium parare volueris) aquæ fontanæ frigidæ, in qua multum nitri solutum fuit, & tamdiu inibi detineatur, donec spiritus ulterius non descendat.

4. Quod

4. Quod si nimis alte supra globum stet, effundatur nonnihil liquoris, globusque aquæ ferventi immergatur, non tamen subito, sed in vaporibus ebullientis aquæ ante sensim calefiat, ne forte dissiliat: tum spiritus ascendet in tubo, aëremque expellet. Attamen quando vesiculæ in spiritu nasci incipiunt, globus prompte ex aqua tollendus est, quia aliàs spiritus, antequam caveas, effluet.

5. Tandem tubo ad flammam lampadis admoto, hermetice in C sigilletur.

6. Denique tubulus tabulæ lignæ oblongæ affigatur, cujus superficiei affixa est scala in partes quotcunque æquales divisa.

Ita instrumentum erit paratum.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim experientia docet, spiritum vini à frigore contrahi, à calore expandi; ex hoc instrumento intelligitur, frigus crevisse, si spiritus in tubo descendit; contra idem decrevisse,

visse, five increvisse calorem, si spiritus in tubo ascendit. Ergo est Thermoscopium, in quo mutationes caloris ac frigoris in aëre observare licet. Q. E. D.

### SCHOLION I.

§0. Si spiritus per insigne intervallum descendit, calorem multum decrevisse constat; si ascendit, eundem multum crevisse intelligitur: quoniam tamen sciri nequit, quoties ex. gr. gradus caloris hodierni in gradu alterius cujuscunque diei contineatur, hoc Thermoscopium non est instrumentum, quo calorem metiri licet. (§.2.)

### SCHOLION II.

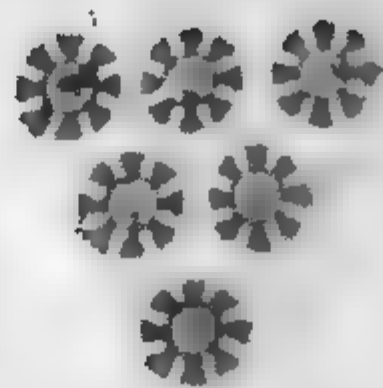
§1. Ceterum, quamvis mutationes in eo admodum sensibiles existant, imprimis cum tubulus admodum subtilis, ita ut spiritus per notabile intervallum ascendat, manu calida ad globum admoti statimque iterum descendat, ea remota; deprehendetur tamen postquam per insigne intervallum tempore hyemali semel descendit, illum non statim iterum ascendere posse cum in eadem profunditate permaneat, tempestate jam multo mitiore.

SCHO-

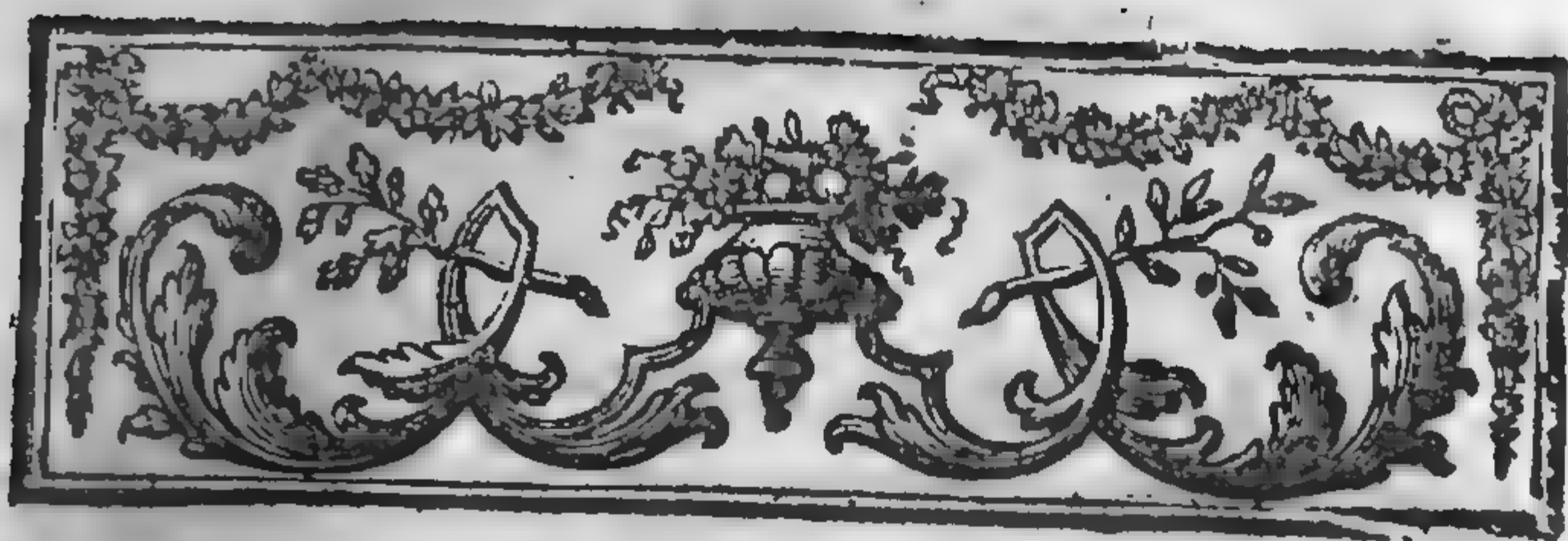


E L E M E N T A  
S C H O L I O N III.

§2. Vulgo duplicis generis gradus designantur, quorum nonnulli incrementum caloris, alii decrementum caloris, sive incrementum frigoris indicant. Nimirum Thermoscopium in cellam profundam transfertur, ibique per noctem depositur, Et mane punctum, ad quod spiritus in tubulo subsistit, notatur. A quo, tanquam gradu aëris temperati, sursum numerantur gradus crescentis caloris, deorsum vero gradus augescantis frigoris.

A E R O M E T R I Æ.  
F I N I S.

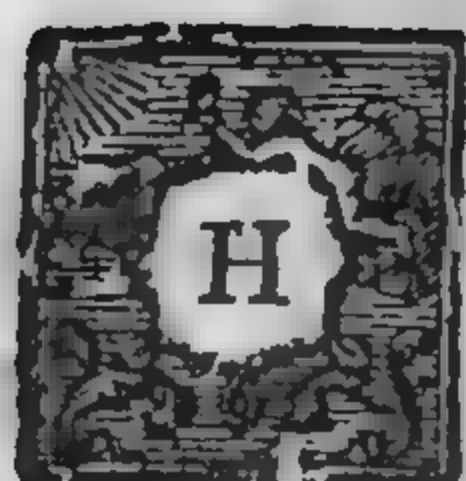
ELE-



# ELEMENTA HYDRAULICÆ.

---

## DEFINITIO I.



YDRAULICA est scientia  
motus fluidorum, præser-  
tim aquarum.

## DEFINITIO II.

2. Per *Tubum* intelligimus cylin-  
drum quemcunque cavum.

## PROBLEMA I.

3. *Cochlea Archimedis* aquam ele-  
vare.

## RESOLUTIO.

1. Cylindrus A B circumdetur tu-  
bo plumbeo ea lege, qua helicem  
*Wolff. Comp. Math. Tom. I. Z in*

TAB. I.  
Fig. 1.

in cochlea designare solemus (§. 90 *Mech.*).

2. Eidem cylindro infigatur inferne clavus teres, superne vero aptetur manubrium, mediante quo circumagi possit.

3. Cylindrus denique inclinetur ad horizontem sub angulo 45 circiter graduum, osque inferius B aquæ immergatur. Ita cylindrum versando, aqua poterit attolli.

#### DEMONSTRATIO.

Etenim si os inferius aquæ immergatur, aqua proprio suo pondere ruit ad F. Circumvoluta cochlea aqua reptat ab F usque ad G. Eadem denuo circumvoluta, aqua reptat à G usque ad H & ita porro, donec tandem supra in A erumpat. Q. E. D.

#### SCHOLIUM.

4. Hac Machina, exigua vi multum aquæ sed non alte attolli potest: unde ad exhauriendos lacus commode adhibetur.

#### PROBLEMA II.

5. Rosarium construere ad elevandam aquam.

RE-

## R E S O L U T I O.

1. Tubus ligneus B L ejus altitudinis, ad quam aqua elevanda, aquis implantetur.

2. Tum subter aqua, tum supra, T A B. I.  
Fig. 2. quo aqua elevanda, collocentur duo cylindri G H & E D, circa axiculos ferreos mobiles.

3. Tandem funis, aut catena, in-nexis globis coriaceis qui cavitatem tubi exacte repleant, trajiciatur per tubum, & cylindris circumducta, colligetur.

Quod si cylindrus superior G H circumagatur, aqua attolletur usque ad L.

## D E M O N S T R A T I O.

Quoniam tubus in aqua erectus, foramen inferne in B excisum habet, aqua eo usque intrat, donec cum ambiente in eadem altitudine existat (§. 15. *Hydrost.*) Quod si jam cylindrum superiorem G H convertas, inferior E D similiter convertitur, globique per tubum B L trahuntur.

Z 2                      Quam-



Quamprimum vero globus tubum subit, aquæ exitum occludit, & ascendens aquam sursum protrudit, tandemque superne in L eiicit. Q. E. D.

### PROBLEMA III.

6. *Aquam ope catenarum situlis instructarum elevare.*

### RESOLUTIO.

TAB. I.  
Fig. 3.

1. Subter aquam horizontaliter collocetur cylindrus, aut prisma sexangulare MN, circa axiculum ferreum mobile.

2. Eo in loco, quo aqua elevari debet, constituatur cylindrus aut prisma simile OP alteri parallelum, circa axiculum ferreum itidem mobile.

3. Situlae S catenis connectantur, quæ utrumque cylindrum vel prisma ambient.

Quod si cylindrum superiorem OP convertas, inferior similiter convertitur, & situlae per aquam trans-

seuntes aquam hauriunt superius in P effundendam.

## S C H O L I O N.

7. Rosariorum sustentatio sumtuosa est, quia globi facile atteruntur; multam etiam vim, per affrictum in tubo absorbent. Machina cum situ-  
lis, hyeme incommoda est, quia catenæ frigore  
haud raro dissiliunt, funes vero facile rumpun-  
tur.

## P R O B L E M A IV.

8. Aquam Tympano elevare.

## R E S O L U T I O.

1. Construatur Tympanum, ex TAB. I.  
absidibus & palmulis. Fig. 4.

2. Hinc & inde intra binas palmu-  
las fiat cistula, superne in fronte ro-  
tæ, omnino clausa, in altero vero  
latere A, nonnulla foramina habens  
per quæ aqua intrare possit.

3. Ex uno latere firmetur fundus  
ad apsidem rotæ; ex altero, promi-  
neat tantillum ultra apsidem, quo fo-  
ramen quadratum relinquatur, per  
quod superne aqua effundi queat.

Quod si hæc rota aquæ superim-  
pen-

pendatur, & convertatur; cistæ aquam haurient in transitu, eamque superne effundent. Plures aliæ species Tympanorum pro haurienda aqua parantur, quas hic silentio prætermittimus.

## PROBLEMA V.

9. *Construere Antliam attractivam, cujus ope aqua ex loco profundo in altum evehi possit.*

## RESOLUTIO.

TAB. I.  
Fig. 5.

1. In aquam perpendiculariter implantetur tubus ligneus A B D C.

2. Subtus fundo D C aptetur valvula seu ventile I, quod sursum hiare potest, sed non deorsum.

3. Embolus cavus L K tantæ crassitudinis, ut exacte impleat cavitatem tubi, ne inter ipsum & tubum aqua penetrare possit, annectatur virgæ ferreæ E L.

4. Superne in L valvula instruitur.

Quod si intra tubum sursum deorsum-

sumque agitetur embolus, aqua in altum evehetur.

### DEMONSTRATIO.

Nam dum embolus attollitur, spatium aëre vacuum in tubo relinquit, aëreque premente, aqua valvulam I elevat, inque cavitatem tubi ingreditur (§. 27. *Aërom.*). Embolo rursus depresso, clauditur valvula inferior I, & aperitur superior L; quo ipso aqua supra valvulam assurgit. Repetitis igitur emboli agitationibus, aqua elevata tandem per tubum MH effluit. Q. E. D.

### SCHOLIUM.

IO. *Valvulae simplicissimæ C conficiuntur ex TAB. I. corio, habentque figuram circularem, & in an-* Fig. 6. &  
sula super foramen fundi aut emboli, clave 7.  
firmantur. Confici etiam possunt ex lamina cuprea E, & corio tenui obduci, circa cardinem in D mobiles. Ut autem certius relabantur, Elatre G instruuntur.

### PROBLEMA VI.

II. *Construere Antliam, quæ aquam attractam alte ejiciat.*



TAB. II.  
Fig. 8.

1. Parentur duo cylindri orichalcei A B C D, in fundo D C valvulis instructi.

2. Unicuique afferruminetur tubus cum valvulis in H vel I, sursum versus N hiantibus.

3. Immittatur embolus K cavitati cylindri exacte congruens, ut aqua inter ipsum & tubum ascendere nequeat.

### DEMONSTRATIO.

Dum enim embolus K attollitur, valvula ad fundum aperitur, aërque externus aquam in cylindrum propellit (§. 29. *Aërom.*); sed quum rursus deprimitur, valvula L recluditur & aqua per tubum lateralem expellitur, quæ valvulam I aperit, & ulterius per tubum in N afferruminatum protruditur. Ita hac machina aqua in altum propelli potest. Q. E. D.

### SCHOLIION I.

TAB. I.  
Fig. 9.

12. Valvula etiam sequenti modo fieri potest. In fundo cylindri foramen A torno excavatur, ad instar conii truncati, eique immittitur conus

*truncatus orichalceus B, torno itidem elaboratus, & clavo, aut tigillo transverso D impeditur, ne inverti possit. Vel foramen hemisphericum excavatur, eique globus orichalceus cavitati exacte congruens immittitur.*

## SCHOLIION II.

13. *Duo cylindri combinantur, ut machina celeriter & continuo aquam ejiciat, cum ita ordinetur, ut embolo altero depresso, alter attollatur. Hæc machina etiam adhibetur ad restinguenda incendia; ut & ad Opera, ut vocant aquaria.*

## DEFINITIO III.

14. *Per Opus aquarium, intelligimus Machinam, ope cujus aqua in omnia loca circumjacentia, ex. gr. in omnes fontes domesticos derivari potest.*

## PROBLEMA VII.

15. *Opus aquarium construere.*

## RESOLUTIO.

1. *Ædificetur turris aut aliud ædificium, prout elevatio locorum ultra libellam aquarum eo derivandarum requisiverit.*

2. *Intra turrim aut ædificium*

*Z S aqua*

aqua elevetur vel ope rofarii (§. 5.) vel fitularum catenis connexarum (§. 6.) vel tympani (§. 8.) vel antliarum (§. 9. 11.), viribus vel animatis, vel inanimatis, legitime applicatis juxta regulas §. 109. 110. 120. & *seqq. Mechanicæ* traditas.

3. Supra aqua in ahenis cupreo colligatur, in cujus fundum implantati sint tubi, per quos iterum descendere possit;

4. Ne aqua ultra latera aheni unquam assurgat, unus alterve ad summitatem fere protendatur tubus, per quem nimia in fluvium refluat, unde hauritur.

5. Hi tubi verticales connectantur cum aliis horizontalibus vel inclinatis, sub terra defossis, & ad eum usque locum protensis, in quem aqua deducenda.

6. Iis denique in locis, in quæ aqua deducitur, erigantur tubi verticales, in quos hiant lumina horizontalium.

Quo facto aqua in his tubis ascendet

det (§. 15. *Hydrost.*), ac proinde *Opus  
aquarium* perfectum est (§. 14.).

Q. E. F.

### SCHOLION I.

16. *Non male canales in domibus amplæ fient, tanquam putei, & canales horizontales inferne epistomio instruentur, quod ope virgæ ferreæ aperire ac recludere licet. Ita enim aqua ad arbitrium admitti, arcerique poterit, hyemeque canalıs fimo, stramineque vestiri, ne aqua intus congelet.*

### COROLLARIUM.

17. *Cum experientia doceat, aquam fere ed eandem altitudinem reverti, ex qua deciderat, fontes salientes poterunt confici, si per opus aquarium aqua elevetur, atque deinde per exiguos canales orichalceos ad fontem, ex quo salire debet, deducatur.*

### SCHOLION II.

18. *Ex principiis Hydrostaticæ (§. 15. *Hydrost.*) aqua præcise ad eandem altitudinem, ex qua delapsa fuerat, reverti deberet; sed experientia non consentit, quia semper paulo minus assurgere observatur, quam deciderat, immo si canalıs pro vi premente nimis amplius est, plane non salit, sed tantum effluit. In rationem hic non inquiremus.*

PRO-



19. *Fontes diversimode exornare.*

R E S O L U T I O .

Quoniam aqua saliens figuram aperturæ tubi assumit, ejusque directionem conservat: omnia hic à figura aperturæ & ejus directione pendent.

1. Ut aqua, virgulæ ad instar, in altum directe saliat, erigatur tubus horizonti perpendicularis. Si impetus satis validus fuerit, sphæra cuprea cava, salienti aquæ poterit immitti, quæ illam semper perpendiculariter in aquam recidentem, quasi in aëre pendulam & continuo mobilem, ac saltitantem sustinebit, modo vento non exponatur. Poterit etiam disponi infundibulum circa foramen tubi, ex quo aqua erumpit, ut si contingat globum decidere, rursus ab aqua saliente attollatur: & hoc modo aqua cum sphæra tanquam pila ludet.

2. Si desideretur, ut aqua quaqua-  
versum erumpat, plures fistulæ variis  
mo-

modis locandæ sunt, aliæ verticaliter, aliæ horizontaliter, aliæ sub angulo quovis; fistulæ etiam poterit inferi *caput* ad instar hemisphærii, aut superne clausi coni aut cylindri, totum subtilissimis foraminulis pertusum; ita aqua circum circa, ad instar tenuissimorum filorum profiliet.

3. Iridem exhibere poteris, si aquam in guttas dissipaveris, & oculum inter fontem quasi pluentem & solem in pluviam irradiantem collocaveris. Id autem obtinebis, si aqua per foramina plurima tenuissima, vel per unicum foramen scabrum emitatur, aut si cadat supra aliquod hemisphærium seu rotundum tectum, indeque defluat circumquaque.

4. Tandem aquam extendere poteris ad modum lintei, si aqua per crenam arctam & bene politam erumpere cogas.

Plura alia ornamenta inveniuntur in BOCLERI *Architectura curiosa*.

## PROBLEMA IX.

20. *Construere vas ad hortos irrigandos idoneum.*

RE.

TAB. I.  
Fig. 10.

1. Fiat vas sphæricum HB, aut alius figuræ, collo tenui HE instructum, & hemisphærium DB foraminulis pertundatur.

2. Vasi afferruminetur fistula E, cujus lumen pollice obturari potest.

Dico, si vas in aquam demergas, eam per foraminula fundi intrare: si digito ad orificium E applicato vas extrahas, nihil aquæ effluere: si tandem digitum iterum removeas, aquam per foraminula instar roris stillare, adeoque ad hortos irrigandos adhiberi posse.

#### DEMONSTRATIO.

Si vas usque ad fistulam, operto lumine E, in aquam demergas, eo usque per foraminula fundi implebitur, donec aqua in vase cum ambiente ad libellam perveniat (§. 15. *Hydrost.*). Ast si, digito ad lumen E applicato, idem extrahas, cum altitudo ejus unius alteriusve pedis longitudinem non excedat, & foraminula

nula fundi adeo exigua sint, ut juxta aquam effluentem aëri in vas aditus denegetur: aër ambiens impedit, quo minus quidpiam aquæ effluere possit. Si digitum removeas, aëris integra columna, ab orificio E usque ad extremitatem atmospheræ extensa, in aquam in vase contentam, & unà cum aqua, in aërem ad fundum DB gravitat. Quare, cum pressio aëris per orificium in aquam æqualis sit resistentiæ aëris ad fundum (§. 15. *Hydrost.*) aquæ pondus hanc superabit, adeoque ea per fundum vasis rorabit. Q. E. D.

## PROBLEMA X.

21. *Siphonem construere, hoc est, instrumentum, cujus ope liquor ex vase hauriri potest.*

## RESOLUTIO.

Construatur vas FE, cujus pars TAB. I. media ABCD figuram cylindri, ex- Fig. II. tremæ autem AFB & CED figuram conorum truncatorum habeant, sintque orificia F & E utrinque aperta, nec



nec majora, quam quæ digito appposito commode claudi possint.

Dico, si vas in liquorem demergas, fore ut eodem repleatur, etsi superius orificium F prominat: si digito ad F applicato extrahatur, fore ut per lumen E nihil effluat: si denique digitum removeas, fore ut totus effluat.

### D E M O N S T R A T I O.

Eadem est, quæ problematis præcedentis.

### T H E O R E M A I.

T A B. I.  
Fig. 12.

22. Si tubi recurvi *ABC* brachium minus *AB* in liquorem immergatur, aërque per foramen *C* exsugatur; liquor per brachium brevius assurget ex vase, & tamdiu effluet per tubum *BC*, quamdiu foramen *A* eundem attingit, & altius altero foramine *C* existit.

### D E M O N S T R A T I O.

Siphon enim, si aër exsugatur, vacuum fit. Quare, cum aër aquam, cui incumbit, premat (§. 18. *Aërom.*) & in siphone nihil resistentiæ offendat; in

In brachium minus  $AB$  aquam propellat necesse est, quæ per brachium majus  $BC$  vi gravitatis propriæ delabatur. Quare, cum aër ad  $A$  tantum premat, quantum ad  $C$ , contra ob perpendiculum tubi  $BC$ , majus perpendiculo tubi  $AB$ , aqua in  $BC$  fortius versus  $C$ , quam aqua in  $AB$  versus  $A$  premat (§. 17. *Hydrost.*); aqua tamdiu per  $C$  effluat necesse est, donec aër per  $A$  in siphonem irruere, & inæqualem pressionem tollere potest. (§. 13 *Hydrost.*). Q.E.D.

### SCHOLION I.

23. Nihil refert, utrum alterutrum vel utrumque tubi brachium in sinus flexum sit; dummodo inferius orificium  $C$  semper depressius sit superficie aquæ exhauriendæ. (§. 17. *Hydrost.*)

### SCHOLION II.

24. Interdum figura siphonis immutatur, locoque brevioris brachii conficitur amplus tubus  $RS$ , ad fundum vasis  $TV$  afferruminatus cum unico tantum orificio in  $R$ . Quamprimum enim aqua semel per tubum  $PQ$  fluere cæpit, tamdiu effluere pergit, quoad aër per  $R$  in amplum tubum

TAB. II.  
Fig. 13.

*bum RS irruere potest. Hic siphon Diabetes vocatur.*

# PROBLEMA XI.

*25. Fontem intermittentem construere.*

*re.*

## RESOLUTIO.

TAB. II.

Fig. 14.

1. Intra vas rotundum immittatur, atque fundo medio afferruminetur tubus FHM, utrinque apertus, fereque operculum vasis L attingens.

2. Os tubi inferius afferruminetur catino CD, ex quo per exiguum foramen in medio ejus aqua defluere queat in vas suppositum. Et tubus FHM prope catinum foraminulo M pertusus sit.

3. Operculum vasis pertusum sit foramine cochlea munitum, per quod aqua infundi possit; fundus vero multis foraminulis, per quæ aqua destillare queat.

Quod si vas superius aqua repleatur, aqua per foraminula destillat in catinum, & foramen M brevi obfidebit, ut nullus aër in locum aquæ de-

delapsæ succedere possit ; adeoque fluxus aquæ per foraminula cessabit. Interea ex catino aqua defluit in vas inferius , & quamprimum foramen inferius tubi M liberatur , aërique aditus in vas denuo conceditur, aqua denuo per foraminula ejusdem effluit.

# P R O B L E M A XII.

26. *Fontem construere in vase vitreo clauso salientem.*

## R E S O L U T I O.

1. Sit sphæra vitrea A , cujus orificium cochlea B.E munitum.

TAB. II.  
Fig. 15.

2. Per cochleam transeat tubulus DC exiguo lumine in C, sed ampliore in D instructus , cujus pars major sit extra vitrum.

3. Eidem cochleæ afferruminetur tubulus E F, supra prope cochleam E amplus , at infra in F gracilis sed altero C D duplo fere longior.

4. Sint duo vasa I K & L M mediante tubo H N inter se connexa,

Aa 2 &



& basi superioris IK afferruminetur tubulus GH.

5. Per quem ad vas inferius demittatur tubus EF.

Quod si vas IK & circiter tertiam partem sphaeræ A aqua repleas, aqua ex sphaera per tubulum EF in vas LM descendet, & per tubulum DC in sphaeram ascendet, per lumen exiguum C saliendo.

### PROBLEMA XIII.

27. *Aquam vi elastica aëris compressi movere.*

### RESOLUTIO.

TAB. II.  
Fig. 16.

1. Fiat vas cupreum solidum figuræ rotundæ AD, superne inferneque fundo orichalceo solido munitum.

2. In fundo inferiori CD fiat foramen cochlea munitum, per quod aqua infundi possit.

3. Fundo superiori AB afferruminetur tubus FE, ad fundum inferiorem fere pertingens, & supra, extra vas AD helicibus gaudens, ut non so-

solum fonticulus ad antliam, sed & tubulus ad fonticulum aptari possit.

Quod si igitur aër in vase A D, ope antliæ vel syringis, comprimatur (§. 42. *Ærom.*), eaque ablata, tubuloque apposito, clavicula aperiatur, aër aquam per F violenter expellet.

### D E M O N S T R A T I O.

Dum enim aër in vase comprimitur, elater ejus intenditur (§. 24. *Ærom.*). Quare, cum fortius premat quam externus in F resistit, aquam per tubulum E F ejiciat necesse est, donec cum externo in æquilibrium redierit (§. 13. *Hydrost.*) Q. E. D.

### A L I T E R.

Accipiatur vitrea phiala A B, in quam per orificium immittatur, & cœmento firmetur tubulus vitreus C D, superne in osculum valde angustum desinens, fermeque fundum phialæ D attingens. Quod si vas aqua tamen non prorsus plenum repleatur, aërque ore infletur, remoto ore, aqua profiliet.

T A B. II.  
Fig. 19.

Demonstratio est eadem cum præcedente.

## S C H O L I O N.

28. Hunc fonticulum facile aqua replebis, exsugendo aërem per tubum, & orificium aquæ promte immergendo; aër enim externus sua pressione tantum aquæ intrare coget, quantum aëris suctione exhauseras (§. 34. Aërom.).

## P R O B L E M A XIV.

29. Fontem salientem construere, ubi exsiliens aqua, remanentem sequi cogit.

## R E S O L U T I O.

TAB. II.  
Fig. 17.

1. Duo vasa P R & H Q circum circa diligenter clausa sibi mutuo impo-  
nantur, atque immediate, vel media-  
te, per unam vel plures interjectas  
columnas, connectantur.

2. Operculo vasis superioris P D,  
concavo ad modum catini vel pelvis,  
tubus D L afferruminetur utrinque  
apertus, fermeque fundum vasis in-  
ferioris attingens.

3. Operculo vasis inferioris H R  
tubus F M afferruminetur, itidem ex  
utroque

utraque parte apertus; atque ad operculum fere, vasis superioris PD per-  
tingens.

4. In medio denique operculo superioris vasis afferruminetur tubus AC, qui exiguo instructus foramine A prope ad fundum HR pertingit.

Quod si vas superius PR aqua repleas, posteaque catino KO nonnihil infundas, aqua ex vase exsilire incipiet, pergetque quamdiu aliquid aquæ in vase remanebit.

#### DEMONSTRATIO.

Dum enim aër ex catino KO, per tubulum DL defluit, expellit aërem ex vase HQ, per tubulum FM in vas superius. Cum itaque aër hoc modo comprimatur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aerom.*). Proinde aëre externo debilius premente in A, quam aër vasi PR inclusus; necesse est ut aqua per tubulum CA ejiciatur. Relabente autem aqua expulsa in catinum KO, continuo per tubulum DL defluet, aëremque ex inferiori vase HQ, in superius per tubulum

Aa 4

FM



FM depellet. Proinde profilire perget, quoad aliquid aquæ in vase PR remanebit. Et hoc modo aqua exsiliens, remanentem sequi cogit. Q. E. D.

## SCHOLIION.

30. Ingeniosi hujus jucundique fonticuli, Hero Alexandrinus inventor est; quare in ejus memoriam Pons Heronis recte audit. Exsilit autem aqua per eandem rationem de qua ante (§. 27.), nisi quod hoc casu aër singulari ratione, nempe per gravitatem aquæ in tubo DL comprimitur.

## PROBLEMA XV.

31. Aquam per aërem calore rarefactum expellere.

## RESOLUTIO.

TAB. II. 1. Sint duo vasa ABCD & CDEF  
Fig. 18. per diaphragma CD à se invicem separata, habeatque superius ABCD catinum AGHB afferruminatum, ejusdem cum ipso capacitatis.

2. Ex diaphragmate CD ascendat tubulus IK fundum catini non prorsus attingens.

3. Per fundum catini exsurgat  
alius

alius tubulus LM, cujus lumen L à diaphragmate exiguo intervallo distet.

Dico si vas EF prunis imponatur, aut faces ardentes fundo ejus EF supponantur, fore ut aqua ex vase AD per tubulum LM ejiciatur.

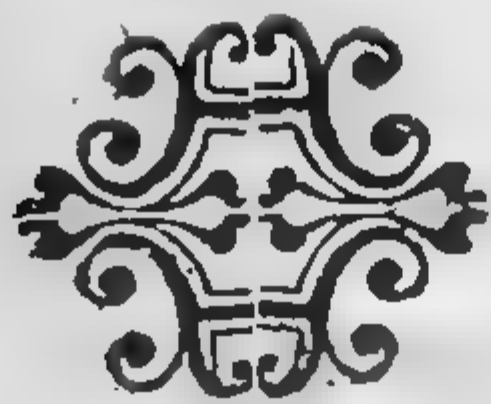
## DEMONSTRATIO.

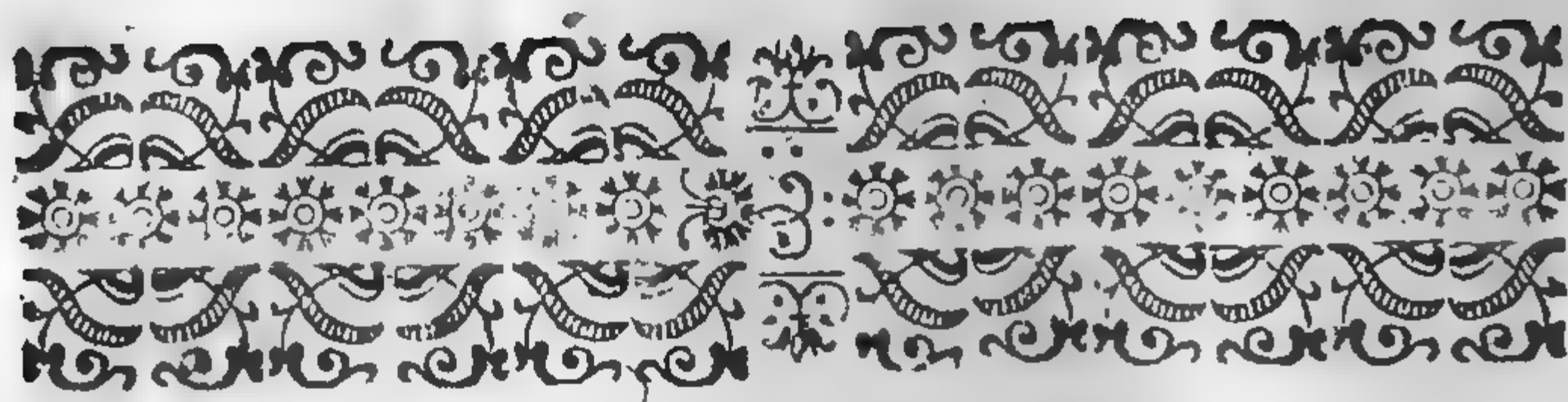
Incalescente enim aëre in vase CEFD, aër rarefit, ejusque elater intenditur (§. 4 §. *Aërom.*). Elater igitur aëris inclusi fortius premit aquam in vase AD contentam, quam externus per LM resistit; consequenter aqua per tubulum LM ejicitur.

Q. E. D.

## HYDRAULICÆ.

FINIS.

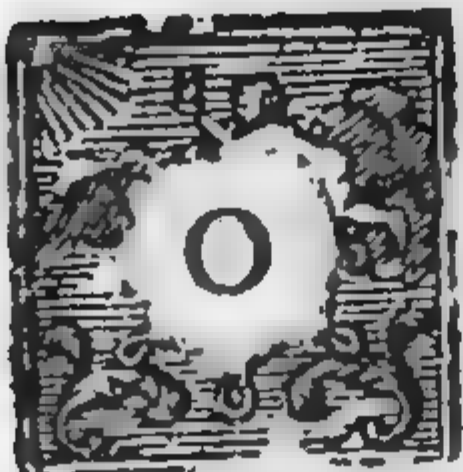




# ELEMENTA OPTICÆ.

---

## DEFINITIO I.

- I.  PTICA est scientia visibilium, quatenus ope radiorum, directe ab ipsis in oculum illabentium visibilia sunt.

## SCHOLION.

2. Interdum latius sumitur pro scientia visibilium, quatenus visibilia sunt; ita ut Catoptricam atque Dioptricam unà comprehendat.

## DEFINITIO II.

3. Id quod corpora circumjecta visibilia reddit *Lumen* vel *Lucem* vocamus; luminis vero defectum *Umbra*, & absentiam omnis lucis *Tenebras*.

AXIO.

## AXIOMA I.

4. *Nihil videtur sine lumine.*

## AXIOMA II.

5. *Quo magis affluxus luminis in loco quodam impeditur, eo intensior fit umbra.*

## OBSERVATIO I.

6. *Si per exiguum foramen ad instar pisi lumen solare in locum obscuratum intromittas, radium lucidum in linea recta progredi observabis.*

## COROLLARIUM I.

7. Ergo radii luminis per lineam rectam repræsentari possunt.

## COROLLARIUM II.

8. Quare cum lumen juxta lineas rectas progrediatur, nihil videre possumus, quod non cum oculo in eadem recta jacet, nisi radius in itinere à via sua detorqueatur (§. 10. 14).

## COROLLARIUM III.

9. Radii *Ab, Ac, Ad, Ae, Af*, ex eodem puncto *A* emanantes continuo magis divergunt, quo longius procedunt, & hinc lumen continuo fit debilius.

TAB.  
Optic.  
Fig. 1.

OB-



## OBSERVATIO II.

Fig. 2.

10. Si radius  $GC$  per angustum foramen in cameram obscuram intrans, speculo  $BD$  excipiatur, ita ut cum eo efficiat angulum rectum  $GCD$ , radius resiliet in se ipsum. Ast si speculum  $BD$  ita constituitur, ut radius incidens  $FC$  cum illo efficiat angulum obliquum  $FCD$ ; resiliet ad latus alterum, & resiliens radius  $EC$  cum speculo angulum  $ECB$  efficiet, æqualem illi quem radius incidens cum eodem speculo formaverat.

## DEFINITIO III.

Fig. 2.

11. Commemorata radiorum proprietas dicitur *Reflexio*. Angulus  $FCD$ , quem efficit radius incidens  $FC$  cum speculo  $BCD$  vocatur *Angulus incidentiæ*. Angulus  $ECB$  vero, quem efficit radius reflexus  $EC$  cum speculo *Angulus reflexionis* nuncupatur.

## COROLLARIUM.

Fig. 2.

12. Proinde in speculo quocunque angulus reflexionis  $ECB$  est æqualis angulo incidentiæ  $FCD$  (§. 10).

OB.

## OBSERVATIO III.

13. Si radius  $LM$  per exiguum foramen in cameram obscuratam intro-  
missus, oblique incidat in vitrum conicum aqua repletum  $HKI$ , non rectè ex  $M$  in  $N$  tendet; sed transiens ex vitro in aërem, secundum rectam  $MO$  progredietur, non aliter ac si ex  $P$  venisset. Fig. 3.

## COROLLARIUM.

14. Radius itaque luminis frangitur, quotiescunque ex materia crassiore in tenuiorem, vel ex tenuiore in crassiorem penetrat.

## DEFINITIO IV.

15. Hæc radiorum proprietas, hæc deviatio à linea quam tenebant, dicitur *Refractionis*.

## DEFINITIO V.

16. Angulus  $V S X$  quem facit Fig. 4.  
radius incidens  $TV$  cum refracto  $SX$ , dicitur *Angulus refractionis*. Angulus  $Z S X$ , quem facit radius refractus  $SX$  cum linea  $SZ$ , quæ in puncto incidentiæ  $S$  ad superficiem corporis  $QR$ , in quod incidit radius, per-

perpendicularis existit, dicitur *Angulus refractus*. Tandem angulus TSY, quem facit radius incidens TS cum dicta perpendiculari SY, *Angulus inclinationis* audit.

## OBSERVATIO IV.

**Fig. 1.** 17. Quodlibet punctum objecti A, videtur omnibus in locis b, c, d, e, f, ad quæ ex eo linea recta duci pote<sup>7</sup>.

## COROLLARIUM.

18. Ergo quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaversum spargit (§. 3.).

## DEFINITIO VI.

19. Oculus constat diversis Tun-  
cis & Humoribus. Tunica extrema  
atque antica refert cornu pellucidum,  
unde etiam *Cornea* cognominatur.  
Huic conjuncta est postica valde fir-  
ma, majorem oculi partem invol-  
vens *Sclerotica* dicta. Sub cornea est  
*Uvea*, variis coloribus, quos vulgus  
corneæ tribuit, distincta. Hæc in me-  
dio habet foramen rotundum, quod  
nominatur *Pupilla*. Uvæ annexa est  
*Choroides*, Scleroticae contigua. Huic  
de-

denique adjacet *Retina*, ex subtilissimis nervi optici fibrillis contexta, quæ à *Choroide* separata in massam muscosam conglobatur, intra aquam autem agitata facile ut linteum expanditur. Postticam, maximamve oculi cavitatem occupat *Humor Vitreus*, glutini amy lato similis: mediam sub pupilla *Humor Crystallinus* tenet, instar lentis ex utraque parte convexæ: anticam intra humorem crystallinum & tunicam cornicam *Humor Aquæus* complet, qui tunica cornea perforata statim effluit.

## OBSERVATIO V.

20. Si Humorem crystallinum candela accensa aut fenestra obvertas, & à tergo chartam teneas; dein chartam sensim sensimque ad eundem admoveas; candela cum motu flammæ, aut fenestra cum orbibus suis vitreis, subtilissime super ea depingetur; sed inverso situ, ita ut flammæ cuspis terram respiciat. Quod si candelam retrahas, imago in charta disparebit, reditura si chartam propius admoveris, sed minor priore. Idem fit,  
si



*si Humori crystallino substituas vitrum politum convexum.*

### COROLLARIUM I.

21. Objecta, à quibus radii in oculum illabuntur, accuratissime ac subtilissime, sed situ inverso, pone humorem crystallinum delineantur.

### COROLLARIUM II.

22. Imago major est, majorique intervallo post humorem crystallinum distat, si objectum est vicinum, quam si est remotius.

### COROLLARIUM III.

23. Cum adeo objecta vicina videantur majora, remota vero minora; objectum magnum apparet, magna in oculo depicta imagine: parvum vero, parva imagine efficta. Proinde duo objecta, quorum imagines eandem in oculo magnitudinem habent, æqualia esse videntur.

### COROLLARIUM IV.

24. Cum objecto moto, etiam imago in oculo locum mutet: objectum in motu videmus, loco imaginis in oculo mutato.

### COROLLARIUM V.

25. Cum imago in oculo delineata, objecto ipso multo minor existat; fieri potest, ut vel ob hujus parvitatem, vel nimiam distantiam, indi-

individuum in oculo punctum occupet, adeoque objectum non amplius repræsentet. Ergo in neutro casu objectum videri potest.

### C O R O L L A R I U M VI.

26. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remotæ satis magnæ videri possunt; neque vicina neque remota prorsus distincte nudo oculo videmus: distinctius tamen vicina, quam remota. Nam distincte aliquid videmus, si partes omnes actu à se invicem distinctas discernimus.

### C O R O L L A R I U M VII.

27. Quia imago in retina exhibetur: huic Humor crystallinus propinquior sit necesse est, si objectum longe distans distincte vides, quam si objectum vicinum conspicias (§. 22).

### C O R O L L A R I U M VIII.

28. Ergo oculus eminus ac cominus distincte videns, Humorem crystallinum ita comparatum habet, ut distantiam à retina mutare valeat.

### C O R O L L A R I U M IX.

29. Objecta vicina minus distincte in retina depinguntur, si humor crystallinus ipsi nimis propinquus est. Ita ratio patet cur homines quidam cominus non satis distincte videant. Objecta remotiora minus distincte

*Wolff. Comp. Math. Tom. I. Bb re-*

repræsentantur in Retina, si Humor crystallinus nimis ab ea distat. Atque ita intelligitur cur homines quidam eminus cernere minus valeant.

### SCHOLION.

30. Omnes mutationes, quæ in oculo contingunt, in conclavi quoque obscurato observari possunt; per vitrum politum ab una parte planum, ab altera convexum, vel ab utraque parte convexum, (quod humoris crystallini munere fungitur) imittendo lumen: in certa enim à vitro distantia, imagines omnium objectorum in id radiantium, situ inverso quam distinctissime, suis nativis coloribus & motibus delineari observabis. Talis locus obscuratus, Camera obscura vocari solet. Si foramen pisi amplitudinem parum excedit, vitrum politum abesse potest. Quia enim tum singuli radii luminis, à diversis superficiei objecti punctis illapsi, in diversa parietis puncta cadunt, & sine permixtione in oculum reflectuntur; eadem adhuc virtute polleant necesse est, qua pollebant ante, punctum, nimirum, radians, à quo emanarunt, repræsentandi.

### OBSERVATIO VI.

31. Si in speculo ad fenestram collocato magnitudinem pupille observes, manibus ad tempora applicatis, ut lumen à lateribus affluens ab oculo arceatur.

*tur, eam ampliari, manibus vero remotis, denuo contrahi videbis.*

## COROLLARIUM I.

32. Crescente adeo lumine, pupilla contrahitur; decresciente ampliatur.

## COROLLARIUM II.

33. Hinc minima est pupilla in luce meridiana, major vero in crepera.

## THEOREMA I.

34. *Quodlibet illuminatum corpus opacum post tergum umbram facit, lumini à quo collustratur, adversam.*

## DEMONSTRATIO.

Corpus enim opacum radiis transitum negat. Quare cum in linea recta progrediantur, (§. 6), radios ad certum spatium post tergum pervenire prohibet. Proinde à tergo corporis est umbra lumini adversa (§. 3). Q. E. D.

## COROLLARIUM I.

35. Moto ergo corpore luminoso, umbra quoque locum mutat. Idem obtinet, corpore illuminato moto. In utroque adeo casu umbra moveri videtur.



## COROLLARIUM II.

36. Quoniam nihil videtur sine lumine (§. 4); umbra vero defectus luminis (§. 3); ea tantummodo videtur quatenus corpus in umbra collocatum lumine à collateralibus corporibus reflexo adhuc collustratur, & quatenus confinia lucis & umbræ percipiuntur.

## PROBLEMA I.

Fig. 7. 37. *Data altitudine corporis opaci TS, & altitudine solis supra horizontem SVT; invenire longitudinem umbræ TV.*

## RESOLUTIO.

Cum in triangulo STV ad T rectangulo, detur angulus V utpote qui est mensura altitudinis solis, etiam tertius innotescet (§. 77. *Geom.*). Invenietur adeo longitudo umbræ TV (§. 20 *Trigon.*). Q. E. F & D.

Sit altitudo Solis SVT  $37^{\circ} 45'$ , TS 187 pedum

Log. Sin. V. . . . . 9.7869056

Log. TS. . . . . 2.2718416

Log. Sin S. . . . . 9.8980060

---

12.1698476

Log. TV. . . . . 2.3829420, cui in Tabulis quam proxime respondent 2415".

CO-

## COROLLARIUM I.

38. Si altitudo TS unà cum longitudine umbræ detur, altitudinem solis TVS invenire licet (§. 26. Trigon. )

## COROLLARIUM II.

39. Si umbra TZ brevior quam TV assumatur, angulus TZS duobus angulis ZVS & ZSV simul sumtis æqualis erit (§. 74 Geom. ). Proinde umbra corporis opaci brevior erit, si sol ( vel quodvis luminosum ) altior, longior vero, si humilior fuerit.

## PROBLEMA II.

40. *Data longitudine umbræ duorum corporum opacorum AB & BD, unà cum altitudine unius DE; invenire altitudinem alterius.* Fig. 5.

## RESOLUTIO.

Si corpus DE ita stet pone corpus AC, ut utriusque umbra terminetur in B; erit ob angulos ad D & A rectos, recta DE ipsi AC parallela (§. 73 Geom. ); consequenter ut umbra brevior DB ad altitudinem minorem DE, ita umbra longior AB, ad altitudinem majorem AC (§. 149 Geom.);

Bb

3

quæ

quæ proinde per regulam trium reperietur.

### SCHOLIUM.

41. Quoniam Sol à Terra adeo est remotus, ut integrâ Terræ latitudo respectu distantiae ejus pro lineâ tantum haberi possit, quemadmodum in Astronomia demonstrabitur: angulus B idem manet, etiamsi DE non dicto loco pone corpus AC, sed quocunque alio loco staret.

### COROLLARIUM.

42. Quocirca si in campo, ubicunque libuerit, baculum DE defigas, ipsiusque altitudinem, itemque umbram metiaris; præterea longitudinem umbræ arboris, vel turris, vel alius altitudinis AB investigates; juxta Problema præsens altitudinem definies.

Sit DB 7', DE 5', AB 45'.

$$\begin{array}{r}
 7 \quad 5 \quad 45 \\
 \hline
 5 \\
 225 \\
 228 \left( 32 \frac{1}{7} \text{ AC.} \right.
 \end{array}$$

77

### THEOREMA II.

43. Si corpus opacum minus est luminoso, à quo illuminatur; umbra magis magisque contrahitur, quo longius recedit à corpore opaco. Si corpus opacum

*cum est majus, umbra continuo dilatatur. Si ambo corpora sunt ejusdem magnitudinis; umbra constanter erit ejusdem latitudinis.*

### DEMONSTRATIO.

Axis transit per medium corporis luminosi & illuminati, radiique extremi tangunt corpus luminosum pariter ac illuminatum. Jam si corpus luminosum majus est illuminato, radius extremus axi propior est in hoc quam in illo. Ergo umbræ latitudo magis magisque coarctatur, quo longius à corpore opaco recedit. *Quod erat primum.*

Contra si corpus luminosum minus est illuminato, radii extremi in luminoso, axi viciniore sunt, quam in opaco. Ergo umbra continuo fit latior, quo longius recedit à corpore opaco. *Quod erat secundum.*

Si utrumque corpus eandem magnitudinem habet, radii extremi, atque axis, lineas parallelas constituunt. Ergo umbra perpetuo eandem con-



servat latitudinem ( §. 22 *Geom.* ).  
*Quod erat tertium.*

### T H E O R E M A III.

44. *Si corpus luminosum & illuminatum sunt sphaera ejusdem magnitudinis; umbra cylindrica existit. Si corpus luminosum est illuminato major sphaera; umbrae figura coniformis erit: sin autem minor, calathiformis.*

### D E M O N S T R A T I O.

Radii extremi circumquaque corpus illuminatum tangunt. Idcirco, si corpus illuminatum est sphaera, basis umbrae erit circulus. Quare cum in casu primo umbra eandem conservet latitudinem, in altero magis magisque convergat, & in tertio continuo divergat: figura in casu primo fiat cylindrus ( §. 179. *Geom.* ) in altero conus ( §. 185. *Geom.* ) & in tertio calathus necesse est: Q. E. D.

### C O R O L L A R I U M.

45. Si in omnibus tribus casibus umbra sectur plano basi parallelo, plana sectionum circuli sunt, & quidem in casu primo omnes inter se aequales; in altero vero tanto minores,

res, & in tertio tanto majores, quo à basi sunt remotiores (§. 181. 186 Geom.).

## OBSERVATIO VII.

46. Si radius luminis per foraminulum in conclave obscurum intromissus Prismate vitreo trigono excipiat; in charta alba colores Iridis vivacissimi conspiciuntur, modo vitrum debito modo constitutur. In quacunque à Prismate distantia radii excipiantur, iidem constanter apparebunt colores; imo pulvisculi in aëre natantes eodem colore resplendent, quo imbuti sunt radii ipsos collustrantes. Si speculo excipiantur colores, ad modum luminis reflectentur. Si per vitrum causticum transmittantur, etiam post refractionem tamdiu pone vitrum colores suos retinent, quamdiu satis inter se distant verum prope focum; & in foco ipso, nulli colores sed merum lumen observatur, charta illuc admota. Post focum radii rursus divergunt, & in colores mutantur ordine inverso conspiciuos.

## COROLLARIUM I.

47. Lumen itaque in colores, & colores iterum in lumen transmutari possunt; illud quidem fit radios separando, hoc vero invicem permiscendo. Non autem semper prodeunt colores, radiis luminis qui per angustum spatium dispersi erant, per amplum diffusis.

## SCHOLIUM.

Fig. 3.

48. *Idem radii colorati prodeunt, si radius Solis LM oblique incidat in vitrum conicum aqua plenum HKI, & si experimentum in conclavi obscuro instituat, paritur nonnunquam gemina Iris. Vitrum conicum aqua plenum nunc attollendum, nunc deprimendum: vitrum vero prismaticum positum circa axem lente convertendum est, donec radii sub debito angulo incidant.*

## COROLLARIUM II.

49. Corpora diversos itaque habent colores, quia radios luminis diversimode reflectunt.

## THEOREMA IV.

50. *Idem objectum in longinquitate obscurius videtur, quam in propinquitate.*

DE-

## DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaversum spargit (§. 18): sed continuo magis divergunt, quo longius ab objecto recedunt (§. 9). Ergo plures radii in pupillam oculi propinqui, quam in longinquioris intrare possunt; adeoque objectum in propinquitate clarius, in longinquitate obscurius videtur. Q. E. D.

## SCHOLIUM.

51. Quoniam objecta remota videntur minora (§. 23); in partibus suis magnis confusiora (§. 26) & insuper obscuriora quam vicina (§. 50); in eodem plano objecta varia, alia aliis remotiora exhiberi possunt. Et hoc fundamento, accedente umbra, quam opaca projiciunt, universa Ars Pictoria nititur, quippe quæ in plano objecta representat, qualia in natura oculo apparent.

## THEOREMA V.

52. Objecta quæ sub eodem vel equali angulo videntur, equalia apparent.

Quic-



*Quicquid sub majori apparet, videtur majus; quicquid sub minori, minus.*

D E M O N S T R A T I O.

Si duo vel plura objecta  $A C$  &  $D E$ , sub eodem angulo  $A B C$  videntur, imago eandem in oculo magnitudinem habet. Pari modo intelligitur, imaginem objecti esse majorem, quod sub majori angulo videtur: contra illius minorem, quod sub minore videtur. In casu itaque primo, objecta æqualia apparere debent; in altero vero, objectum prius majus, posterius minus apparebit (§. 23). Q. E. D.

T H E O R E M A VI.

Fig. 5.

§ 3. *Si duæ magnitudines inæquales  $D E$  &  $A C$  æquales videntur; eæ sunt inter se ut distantia ipsorum ab oculo  $D B$  &  $A B$ .*

D E M O N S T R A T I O.

Si duo objecta æqualia videntur, eorundem imagines eandem magnitudinem in oculo habent (§. 23);  
adco-

adeoque duo radii extimj  $AB$  &  $BC$  in oculo  $B$  eundem angulum formant. Jam cum anguli ad  $D$  &  $A$  sint recti,  $DE$  ipsi  $AC$  est parallela (§. 73 *Geom.*), & hinc  $DE : AC = DB : AB$ . (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

## T H E O R E M A VII.

§ 4. *Si imagines duorum objectorum in oculo contiguæ sunt, objecta contigua videntur.*

## D E M O N S T R A T I O.

Si duo objecta contigua sunt, eorundem quoque imagines in oculo contiguæ sunt: id quod methodo exposita (§. 20. 30), facile experiri poteris. Tum vero objecta quoque contigua videntur. Jam, si oculus eo modo quo ab objectis contiguis fit, afficitur, ea necessario contigua videri debent. Ergo si imagines duorum objectorum in oculo contigua sunt, objecta contigua videbuntur. Q. E. D.

S C H O.

55. *Imagines duorum objectorum in oculo contiguæ sunt, quando radii ab aliis ipsis interjacentibus in oculum illabi prohibentur. Hinc fit quod omnes stellæ æque distare à Terra videntur; quod quisquam eminus visus prope sylvam incedere videatur, cum tamen intervallo satis longo ab eadem absit; quod duæ turres ex uno eodemque templo assurgere videantur, cum tamen in diversis sint pagis, & id genus alia.*

## T H E O R E M A V I I I.

56. *Flamma candelæ vel facis accense, longinqua major videtur, quam propinqua.*

## D E M O N S T R A T I O.

Si radium solarem per exiguum foramen in cameram obscuram intromittas, pulvisculos per aërem nantes, lumine collustrari, ac resplendere observabis. Nullum igitur est dubium, imo & ipsis oculis cernere licet, quod aër flammæ circumfusus resplendeat. Cominus splendor à flamma distingui potest. Cum vero

splen-

splendor flammæ magis magisque debilitetur, quo longius ab illa recesseris (§. 9); necesse est ut eminus splendor aëris circumfusi cum splendore flammæ confundatur: unde flamma longinqua major videtur, quam propinqua. Q. E. D.

## C O R O L L A R I U M.

57. Quare, cum aër resplendens flammam undiquaque circumdet, inde fit quod eminus sphaerica appareat, tametsi cominus pyramidis instar sit acuminata.

## T H E O R E M A IX.

58. *Si magnitudo apparens spatii, per quod objectum intra tempus sensibile movetur, est insensibilis; motus sub visum non cadit, sed mobile quiescere videtur.*

## D E M O N S T R A T I O.

Si motum objecti cernere debemus, requiritur ut imago in oculo locum mutet (§. 24). At si magnitudo apparens spatii, per quod objectum intra tempus sensibile fertur, est insensibilis, hoc est, vix quædam  
mi-



minuta prima, imo secunda continet, imago in oculo locum non mutat (§. 25). Ergo in hoc casu motum percipere non possumus. Q.E.D.

### C O R O L L A R I U M I.

59. Ideo objecta vicina, quæ tardissime, ut horologiorum indices, vel etiam valde remota, quæ velocissime moventur, ut coeli sidera, quiescere videntur.

### C O R O L L A R I U M II.

60. Motus objectorum longinquorum licet percipiatur, multo tardior tamen apparet, quam est (§. 25).

### C O R O L L A R I U M III.

61. Unde si duo objecta inæqualiter ab oculo remota æquali celeritate ferantur; illud quod remotius est, tardius moveri videtur.

### C O R O L L A R I U M IV.

62. Hinc objectum longinquius, tardare videtur: vicinius vero velocius progredi, ac revera fit.

### S C H O L I O N.

63. Esto oculus in O, objectum primum in V, alterum in T, & utrumque videbitur in S (§. 55). Si vero objectum V, ex V in u, objectum T, ex T in t progrediatur; V ex S in N, T autem ex S tantum in M progressum esse videbitur.

THEO.

## THEOREMA X.

64. *Objectum V retrocedere videtur, Fig. 6. si cum oculo O versus eandem quidem plagam, sed multo tardius progreditur.*

## DEMONSTRATIO.

Esto oculus in O, & objectum in V, & videbitur in S. Dum vero oculus ex O in P progreditur, objectum ex V in v perlatum, oculus retrospiciens in Q esse judicat. Videtur itaque objectum ex S in Q retrocessisse. Q. E. D.

## THEOREMA XI.

65. *Si oculus respectu nostri corporis, & corpus nostrum respectu alius corporis mobilis, immota manent, utrumque vero, unà cum hoc, celeriter progrediatur; objecta utrinque quieta, nobis obviam venire videntur.*

## DEMONSTRATIO.

Navigantibus littora & arbores in littore obviam venire videntur. Idem usu venit in curru velociter vectis. Hujus Phænomeni quæritur ratio.

*Wolff. Comp. Math. Tom. I. Cc*

Dum in curru vel navi sedentes cito provehimur, situs oculi respectu objectorum lateralium indefinenter mutatur. Proinde locus imaginis in oculo in eodem loco manere non potest; & quia motus corporis est admodum celer, imago ab uno loco ad alterum celeriter progredi, vel verius imagines veteres cito evanescere, & novæ continuo ipsis succedere debent. Unde objecta in oculo delineata, hoc est objecta immota ad latera posita obviam venire & transire videntur (§. 24). Q. E. D.

### S C H O L I O N.

66. *Interdum etiam objectum immobile ex. gr. arbor, sylvæ vicina, obviam procedere videtur venienti. Quia nihil inter ipsam arborem & sylvam percipitur, arbor videtur sylvæ contigua (§. 55). Si autem propius ventum fuerit, radii ab objectis intermediis in oculum illabuntur, earumque imagines in oculo depingunt, & quidem continuo plurius quo propior fit arbor. Ergo imago arboris in oculo continuo longius ab imagine sylvæ discedit, adeoque arbor obviam procedere videtur venienti (§. 24).*

O P T I C Æ F I N I S.

E L E-

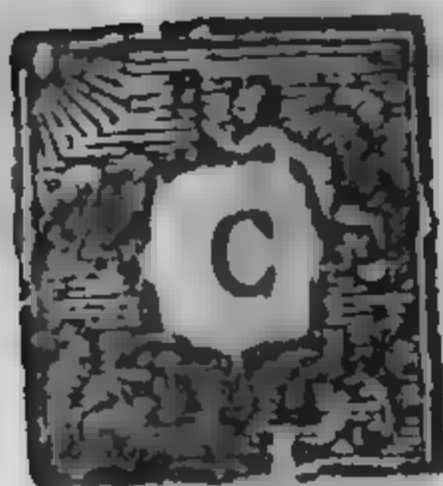


# ELEMENTA CATOPTRICÆ.

---

## DEFINITIO I.

I.



CATOPTRICA est Scientia  
visibilium, quatenus ope  
speculorum videntur.

## DEFINITIO II.

2. Per *Speculum* intelligimus quam-  
vis superficiem, cujus antica facies  
polita est, postica vero nigro, lumi-  
nique impervio fundo gaudet.

## DEFINITIO III.

3. *Superficies speculi, vel plana est  
vel concava, vel convexa.* In casu pri-  
mo est *Speculum planum.* In secundo



*Speculum convexum.* In tertio *Speculum concavum.* Specula secundi generis sunt communiter vel sphaerica, vel cylindrica, vel conica.

### PROBLEMA I.

4. *Tabulam vitream polire.*

### R E S O L U T I O.

1. Tabula vitrea, gypso agglutinetur tabulae lignae immobili, margine nonnihil elevato, circumdatae.

2. Tabulae lignae minori agglutinetur similiter tabula vitrea alia minor. In parte postica lignae affixa sit cista, ut tabula lapidibus onerari possit.

3. Tabula inferior, arena per cribrum succreta, quo grana satis aequalia fiant, & aqua conspergatur.

4. Tabula vitrea minor, super maiore fricetur, donec una alteram complanaverit. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur subtilior: denique tabulae sine arena, aqua tantum affusa, cum pulvere smyridis con-

contriti crassiori confricentur, donec omnino complanatae fuerint, & aliquis splendor appareat.

5. Quando ad polituram apta, super disco ferreo, margines arena laevigentur.

Tandem tabula lignea, cui vitrea agglutinata, ad mensam firmetur, & parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, corio obducatur, coriumque terra Tripolitana vel stanno usto inducatur, hocque fricetur tabula vitrea, donec debitam politiem nacta fuerit.

## PROBLEMA II.

5. *Specula plana vitrea conficere.*

### R E S O L U T I O.

1. Super tabula lignea expandatur charta bibula, & pulvere cretaceo conspergatur. Quo facto, bractea stanni Anglicani, super charta exactissime expandatur, quo nusquam rugae remaneant.

2. Affundatur mercurius, gossy

Cc 3 pio

pio per bracteam æqualiter distribuendus, quo bractea ubique corro-  
datur.

3. Bracteæ imponatur charta munda, & huic rursus tabula vitrea linteo mundo absterfa.

4. Manu sinistra tabula vitrea apprimatur, & dextra charta lente extrahatur. Quo facto, tabula, charta subtiliori & deinde crassiori tecta, pondere oneretur. Quo

5. Superfluius mercurius defluat, & stannum speculo firmitus adhæreat: ubi exsiccatum fuerit, pondus removeatur & factum est quod petebatur.

### OBSERVATIO I.

6. Si ad speculum, sive planum, sive concavum, sive convexum, erigatur stylus ad angulos rectos; imagini suæ in speculo apparenti, in directum jacebit.

### COROLLARIUM I.

7. In speculo, quodlibet objecti punctum videtur in recta, quæ ab eo ad speculum perpendiculariter ducitur.

## COROLLARIUM I.

8. Videtur quoque per radium reflexum retrorsum prolongatum: adeoque eo in loco, ubi radius dictam perpendicularem intersectat.

## THEOREMA I.

9. *Imago objecti A tanto intervallo post speculum planum in F apparet, quanto ipsum objectum ante speculum distat.*

## DEMONSTRATIO.

Ducatur AF ad speculum DE perpendicularis. Demonstrandum est (§. 8.) esse  $AG = FG$ . Anguli ad G sunt recti, & quia  $o = x$  (§. 12. *Optic.*), &  $y = x$  (§. 40. *Geom.*) erit quoque  $y = o$  (§. 22. *Arithm.*). Hinc  $FG = AG$  (§. 50. *Geom.*) Q. E. D.

TAB.  
Catop.  
Fig. I.

## COROLLARIUM I.

10. Hinc imago in speculo plano objecto similis & æqualis apparere debet.

## COROLLARIUM II.

11. Si ergo speculum DE fuerit horizontaliter collocatum, punctum A tanto intervallo infra speculum demersum videbitur, quanto supra ipsum exstat. Erecta igitur, situ inverso in eodem apparent. Idem accidit,



speculo ad laqueat conplavis horizontaliter applicato.

### COROLLARIUM III.

12. Si tergum in speculum convertas, atque huic aliud speculum ita obvertas, ut radii à tuo tergo incidentes, & à primo speculo reflexi ab illo excipiantur, & in oculum reflectantur; faciem & tergum in hoc secundo speculo unà videbis.

### PROBLEMA III.

13. *Speculum vitreum sphericum conficere.*

### RESOLUTIO.

1. Stanni pars una, & Marchasitæ itidem pars una, liquefiant in catino mundo, & massæ liquefactæ addantur mercurii partes duæ.

2. Quamprimum mercurius in fumum abire incipit, materia liquefacta in aquam fontanam præcipitetur: & frigefacta, aqua decantetur.

3. Tum massa per linteum mundum duplicatum urgeatur, &

4. Quod hac ratione à reliqua

se-

secernitur, in sphaeræ vitreæ cavita-  
tem infundatur.

5. Sphaera denique circa axem  
suum lente vertatur, sic materia ubi-  
que sphaeræ adhærebit. Reliquum  
effundatur, & in futuros usus serve-  
tur.

## S C H O L I O N.

14. Quod si sphaeras virides, rubras, fla-  
vas, vel alius coloris accipias; prodibunt quo-  
que specula, quæ objecta viridia, rubra, flava,  
vel alius coloris representabunt.

## T H E O R E M A II.

15. In speculo sphaerico  $E B G$ , quod-  
libet objecti punctum  $A$  inter centrum  
 $C$ , & superficiem sphaeræ videtur.

## D E M O N S T R A T I O.

Ex puncto  $A$  ad speculum sphaeri- Fig. 2.  
cum ducta perpendicularis  $A H$ , per  
centrum sphaeræ  $C$  transit (§. 40.  
*Mech.*). Ducatur recta  $I K$  circum  
 $E B G$  tangens in puncto incidentiæ  
 $B$ , cum qua radius  $C B$  efficit angu-  
lum rectum (§. 40. *Mech.*): quoniam  
vero angulus incidentiæ  $A B I$  acu-  
tus,

tus est, radius reflexus DB efficit quoque cum BK angulum acutum (§. 12. *Optic.*). Jam cum angulus verticalis FBI ei æqualis sit, (§. 40. *Geom.*), radius reflexus BD, ultra punctum B prolongatus, inter latera trianguli rectanguli CBI cadit, & tandem lateri ejus maximo CI in F occurrit. Proinde punctum A intra centrum C, & superficiem EHBG videtur. (§. 8.) Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

16. Quamobrem recta AH, quantumvis magna, recta HF major non apparet (§. 8.); adeoque imago in speculo multo minor objecto est: multo minor quoque semidiametro CH.

### COROLLARIUM II.

17. Quod si radio BO, ex centro O, describatur circulus, rectam AC interfecans in L; evidens est imaginem FL rectæ HA, in speculo minori BL minorem esse, quam in majori BH.

### THEOREMA III.

Fig. 3. 18. In speculo cylindrico verticaliter erecto AB, objecta apparent admodum

*dum longa, sed gracilia. Quod si vero horizontaliter collocetur, objectum in eo apparet latum, sed admodum curvatum.*

## DEMONSTRATIO.

Deorsum juxta longitudinem AD, super speculi cylindrici superficie lineas rectas ducere licet; adeoque juxta longitudinem speculum planum repræsentat. Juxta latitudinem vero omnes peripheriæ sunt circulares (§. 181 *Geom.*); hinc juxta latitudinem speculum sphæricum repræsentat. Jam, cum specula plana objecta non immutent (§. 10.), sphærica vero ea minuant, (§. 16.): objecta in speculo cylindrico longa, sed admodum gracilia videri debent. *Quod erat primum.*

Eodem modo demonstratur, objecta in casu altero debere curta, sed lata apparere. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA IV.

19. *In speculo conico GFH verticaliter erecto objecta apparent longa, sed simul*

Fig. 4.



*simul angusta, inferne latiora, subtus acuminata. Quod si axis conicum horizonti fuerit parallela, vel cum eo efficiat angulum acutum, admodum curta, & in uno latere multo contractiora quam in altero.*

### D E M O N S T R A T I O.

Juxta longitudinem omnes lineæ in superficie conicum ductæ sunt rectæ; juxta latitudinem vero sunt totidem peripheriæ circulorum à basi GH, versus verticem F, continuo decrescentium (§. 186 Geom.). Ergo speculum conicum juxta longitudinem habet proprietatem speculi plani; juxta latitudinem vero diversorum speculorum sphericorum. Quoniam vero specula plana magnitudines non immutant (§. 10.), spherica vero eas eo magis coarctant, quo minor eorum diameter fuerit (§. 17.); in speculo erecto GFH objecta longa, angusta, prope basin lata, sed verticem versus continuo gracilescuntia videri debent.

Q. E. D.

PRO-

PRO-

## PROBLEMA IV.

20. *Speculum vitreum concavum conficere.*

## RESOLUTIO.

Capiatur vitrum in altera superficie plane, in altera convexe politum, & superficies convexa obducatur; & habebitur speculum concavum.

## SCHOLIUM.

21. *Funduntur etiam ex 8 partibus cupri, stanni Anglicani una, Marchasite quinque, & in parte lucida poliuntur. Hæc specula vocari solent Chalybea.*

## THEOREMA V.

22. *Si radius BD, in speculum axi Fig. 5. AX parallelus incidit, & ab illa minus quam 60 gradus abfuerit; post reflexionem in B cum axe in F, concurret, ad distantiam XF, quarta diametri parte minorem.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam semidiameter BC ad speculum perpendicularis (§. 40. Mech.); erit  $x = y$ . Nam  $y$  efficit  
cum

cum angulo reflexionis, &  $\propto$  cum angulo incidentiæ  $90^\circ$  (§. 12. *Optic.*, & §. 25. *Arithm.*). Jam cum BD & AX sint parallelæ, erit  $o = x$  (§. 72. *Geom.*); consequenter quoque  $o = y$  (§. 22. *Arithm.*); ergo  $FC = FB$  (§. 81. *Geom.*). Sed  $CX = BC$  (§. 27. *Geom.*),  $BF + FC$  vero, major est quam  $BC$  (§. 26. *Geom.*) consequenter quoque major quam  $CX$ ; adeoque  $FC$  major quam  $FX$ . Itaque  $FX$  dimidio radio, vel quarta diametri parte minor. Q. E. D.

### COROLLARIUM I.

23. Quoniam  $m = n$ , ut ex demonstratione Theorematis præsentis liquet; erit  $n = 60^\circ$ , existente arcu  $EX$   $60^\circ$  (§. 16. *Geom.*). Ergo radius reflexus  $EX$  radio  $CX$  æqualis (§. 82. *Geom.*), & radius reflexus rursus incidit in speculum in  $X$ .

### COROLLARIUM II.

24. Cum radii solares sint ad sensum paralleli; radii per totam speculi superficiem dispersi in angustum admodum spatium in  $F$  coarctantur. Quoniam vero hoc modo virtus eorum augetur, mirum non est, radios antea tantum calefacientes, nunc accen-



cendere ; immo si speculum majus fuerit, corpora duriora ut lapides & metalla lique fieri.

## S C H O L I O N I.

25. *Specula congrua spherica hinc Caustica sive Ustoria appellari solent. Apud veteres celebrantur specula Archimedis, quibus naves Romanorum incendisse fertur. Nostro ævo nemo majora specula caustica unquam paravit Dn. de Tschirnhausen, quibus momento fere plumbum liquefecit, ferrum candefecit, imo spatium & minorum, cuprum, & argentum in fluxum reduxit, tegulas, testas fictiles, ossa & alias materias in vitrum convertit. Latitudo autem speculi ustorii arcum 18 graduum superare vix debet. (§. 22.).*

## C O R O L L A R I U M III.

26. Quia superficies speculi, quod majoris sphaerae segmentum est, plures radios excipit, & in focum reflectit, quam quod minoris est; specula majora fortius urunt minoribus.

## C O R O L L A R I U M IV.

27. Quia quarta pars diametri majoris, major est quam eadem pars diametri minoris; speculum causticum majus, ad majorem distantiam virtutem suam exerit, quam minus (§. 22.).



## COROLLARIUM V.

28. Cum radii ideo urant, quod multi per reflexionem in angustum spatium coguntur (§. 22.); mirum sane non est, specula ex ligno duriori, vel gypso deaurato & polito, vel etiam stramine obducto, parari posse.

## COROLLARIUM VI.

*Fig. 5.*

29. Quod si lumen in foco F constituitur, radii omnes post reflexionem, tum cum axe, tum inter se paralleli erunt. Est enim tum FB radius incidens, & hinc BD reflexus (§. 12. *Optic.*).

## COROLLARIUM VII.

30. Quod si ergo radii parallele reflexi, alio speculo denuo excipiantur, hi eodem modo urent.

## COROLLARIUM VIII.

31. Si radii sunt paralleli, vis luminis non immutatur. Proinde locus satis longinquus ex. gr. tabula horaria cum indice ad turrim, per fenestram clare illustrari potest, lumen vel lampadem in focum speculi concavi constituendo.

## SCHOLIUM II.

32. Attamen hoc modo lumen per plura miliaria sine decremento projici nequit, nam per resistantiam aëris continuo debilitatur.

THEO.

## THEOREMA VI.

33. Si objectum in foco speculi concavi fuerit collocatum, objectum in eo videri nequit.

## DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum videtur in concursu radii reflexi, cum recta ad speculum perpendiculariter ducta (§. 8.), hoc est, in casu præsentente, cum axe speculi, quoniam in ea est focus, in quo objectum collocatum est (§. 22.). Jam si objectum in foco constituitur, radii post reflexionem sunt paralleli (§. 22.), & cum ea nusquam concurrunt (§. 22. Geom.). Ergo in speculo objectum videri nequit. Q. E. D.

## THEOREMA VII.

34. Si objectum *ab* inter focum *P* Fig. 6. & speculum concavum fuerit constitutum; imago *AE* post speculum apparet ampliata, & situ erecto, & quidem tanto major, quanto objectum foco propius.

## DEMONSTRATIO.

Si  $VO$  axis speculi concavi,  $AM$  &  $NB$  ei parallelæ, & in  $P$  focus; erunt  $aK$  &  $bL$  radii extremi incidentes, &  $KM$  &  $LN$  reflexi. Quoniam vero recta ex  $A$ , ad speculum perpendiculariter ducta, per centrum speculi transit; punctum  $a$  in  $A$  &  $b$  in  $B$  (§. 8.), consequenter imago  $AB$  post speculum situ erecto & major quam  $ab$  videtur. Quoniam vero eodem modo liquet, quod  $CD$  sit imago ipsius  $cd$ ,  $cd$  vero major sit quam  $ab$ , &  $CD = AB$ ; porro evidens est, imaginem ipsius  $cd$  propiorem post speculum, & minus ampliata apparere. Q. E. D.

## THEOREMA VIII.

Fig. 6.

35. Si objectum  $ef$  à speculo fuerit remotius, quam focus  $P$ ; imago ejus situ inverso, in aëre pendula apparet, tanto quidem speculo propior, & minor, quanto à foco objectum remotius.

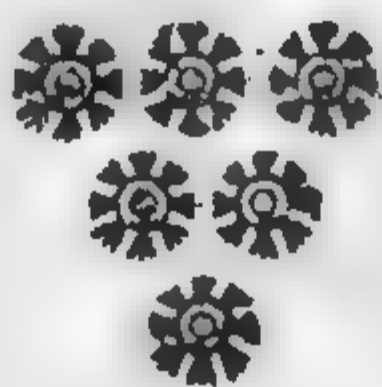
DE-

## DEMONSTRATIO.

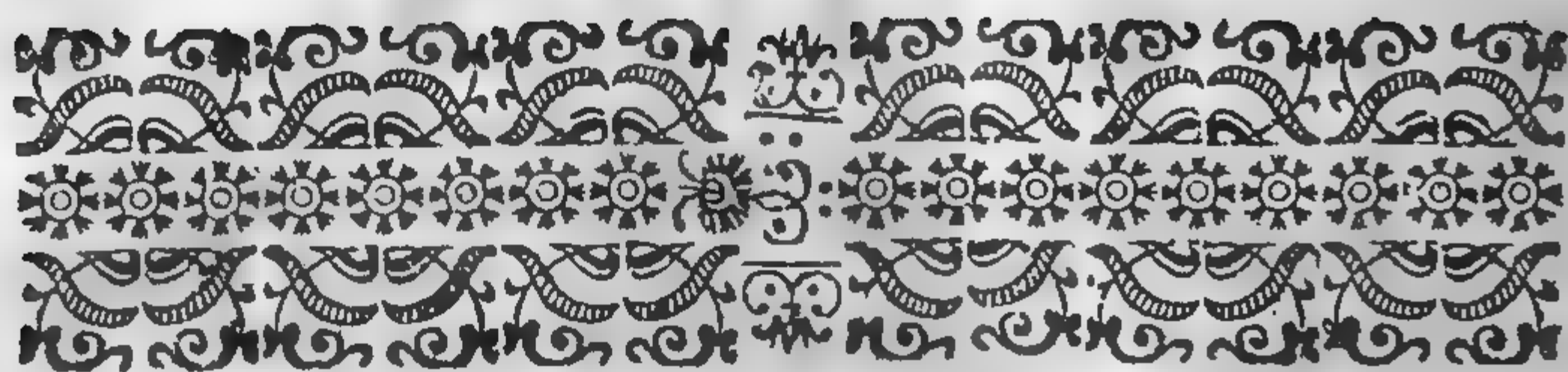
Liquet ut in demonstratione præ- Fig. 6.  
cedente, quod EF sit imago ipsius  
cf, & HG imago ipsius gh; conse-  
quenter quod imagines objectorum  
ef & gh in libero aëre videantur,  
& quidem speculo tanto propiores  
& minores, quo remotiora objecta  
à speculo sunt. Q. E. D.

CATOPTRICÆ

FINIS.








# ELEMENTA DIOPTRICÆ.

---

## DEFINITIO I.

- I.  IOPTRICA est Sientia visibilium, quatenus per radios refractos videntur.

## PROBLEMA I.

2. *Legem refractionis, quam radii ex aëre in vitrum, atque ex vitro in aërem transeuntes subeunt, per experimenta definire.*

## RESOLUTIO.

TAB.  
Dioptr.  
Fig. I.

1. Paretur juxta exemplum *Kepleri* (in *Dioptr. lib. 1. prop. 3.*) cubus vitreus bene politus & æquatus BCDEGFHI.

2. Jun-

2. Jungantur ad angulos rectos duo asserculi  $ABIN$  &  $NIPO$ , ita ut altitudo  $AN$  altitudinem cubi  $CH$  æquet, sed latitudo  $IN$  ipsius latitudinem aliquantum excedat.

3. Ponatur cubus juxta asserculum erectum  $BINA$ , ac soli obvertatur.

Quo facto, observari poterit, umbram extra cubum in  $ML$  terminari, intra illum autem in  $KQ$ .

4. Cum  $CL$  sit radius incidens, *Fig. 2.* &  $CK$  refractus; erit utique  $HCL$  angulus inclinationis,  $HCK$  angulus refractus, &  $KCL$  angulus refractionis (§. 16. *Optic.*). Datis itaque in triangulis  $CHK$  &  $CHL$ , lateribus  $CH$ ,  $HK$ , &  $HL$ , quia accurate mensurari possunt; anguli  $HCK$  &  $HCL$  inveniuntur (§. 26. *Trigon.*), & subtrahendo, angulum  $HCK$  à  $HCL$ , angulus  $KCL$  relinquitur.  $Q. E. F. \& D.$

COROLLARIUM I.

3. Radius  $CL$ , dum ex aëre in vitrum *Fig. 2.* transit, versus perpendicularum  $CH$  in  $CK$  refringitur, ita quidem, ut sinus anguli in-

D d 3

cli.

clinationis  $HCL$  ad sinum refracti  $HCK$  se habeat ut 3 ad 2, & ad perpendicularum fere triente anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor exstiterit, refringatur.

### COROLLARIUM II.

Fig. 2.

4. Contra radius  $CK$ , dum ex vitro in aërem migrat, refringitur à perpendicularo  $CH$  in  $CL$ , ita quidem ut sinus anguli inclinationis ad sinum refracti se habeat, ut 2 ad 3; & à perpendicularo fere dimidio anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor fuerit, refringatur. In utroque casu radius perpendicularis irrefractus transit.

### DEFINITIO II.

5. *Lens convexa* est, cujus utraque, vel altera tantum superficies, est pars superficiei sphaericæ, altera autem plana.

### SCHOLIUM.

6. *Hinc lentem trium pedum dicimus, cum superficies sphaerica, cujus pars superficies lentis est, in diametro tres pedes habet.*

### DEFINITIO III.

7. *Lens concava* dicitur, cujus utraque vel altera tantum superficies,

cies est pars superficiei internæ sphaeræ concavæ, alteraque plana.

SCHOLIION.

8. *Lens concava etiam trium pedum dicitur, si sphaera, cujus internæ superficiei concavitas congruit, in diametro tres pedes habet.*

PROBLEMA II.

9. *Viam radii per lentem transmittentis, in charta delineare.*

RESOLUTIO.

1. Radiis datis describantur arcus concavitatum & convexitatum, sive ducantur lineæ rectæ, si lentes sunt planæ, ut crassities lentis prodeat.

2. Ducatur radius ad lentem eo modo, quo incidere debet.

3. Per punctum incidentiæ ducatur linea recta, ad lentem perpendicularis, ut habeatur angulus inclinationis. Hic

4. Dividatur trifariam: quo facto, radius duci poterit, ut in ingressu refringitur (§. 3.).

Dd 4

5. Pari



5. Pari modo quærat<sup>r</sup> angul<sup>u</sup>s inclinationis in egressu, &

6. Dividatur bifariam: quo facto radium ducere licet, ut in egressu refringitur (§. 4.).

Ex. gr. Esto Lens altera parte convexa, altera plana, & convexa ab objecto aver<sup>s</sup>a; in planam incidant radii axi paralleli.

Fig. 3.

Ducatur recta AB, & in eam demittatur perpendicularis IF; ex C radio lentis CK describatur arcus AKB: prodibit crassities lentis. Quoniam radius DE ad rectam AB perpendicularis est, transibit usque ad E irrefractus (§. 4.). Ducatur ex centro C recta CG per E, erit GEH, angulus inclinationis (§. 16. Optic.). Hic dividatur bifariam, fiatque  $H.E.F = \frac{1}{2} GEH$ ; erit EF radius refractus (§. 4.).

### SCHOLION I.

10. Si delineatio exacte perficitur, deprehendetur (1), vitro existente plano, radium refractum post vitrum incidenti parallelum fore; (2). Radium, si axi parallelus in lentem plano-convexam incidat, cum eodem axe post lentem in distantia diametri conjunctum iri; (3). Ast in distantia semidiametri, cum lens utrinque equaliter convexo-convexa (4) & in distantia quartæ partis diametri, cum vitrum sphaera integra fuerit.

SCHOL.

SCHOLIION II.

II. Cum itaque lentes convexæ, radios solares in angustum spatium cogant, & hinc eorum calorem augeant, mirum non est, quod incendant, quin imo, si sunt majores, ut lentes Dn: à Tschirnhausen, omnia liquefaciant, atque vel in vitrum vel in calcem vertant. Ea-que de causa lentes convexæ, VITRA CAUSTICA seu USTORIA nuncupantur.

THEOREMA I.

12. Ex quocunque puncto in lentem vel plano-convexam, vel convexo-convexam radii lucis incidant; omnes rursus post lentem in uno puncto unientur, quanquam divergentes radii aliquanto remotius post lentem, quam paralleli: & quidem tanto propius, aut remotius, quanto objecta magis vel minus à lente distant.

DEMONSTRATIO.

Objecta in camera obscura post lentem apparent (§. 20. Optic.): oportet igitur ut à pariete, in qua pinguntur, eodem modo reflectantur, quo ab ipso objecto effluunt

Dd 5 (§. 30.

( §. 30. *Optic.* ). Quod fieri haud potest, nisi radii ex uno puncto emanantes in uno rursus uniantur. Proinde clarum est, radios lucis ex uno puncto in vitrum sphæricum incidentes, per refractionem in alio puncto rursus uniri. *Quod erat primum.*

Imago vero longius à lente quam focus distat, & quidem magis minusve, prout objectum magis minusve vicinum est ( §. 22. *Optic.* ). Quare cum radii in loco imaginis concurrant, atque à puncto objecti non nimis remoti emanantes divergant; uniuntur demum post focum, & quidem tanto remotius post ipsum, quanto objectum magis vel minus à lente distat. *Quod erat alterum.*

### C O R O L L A R I U M.

13. Cum itaque radii paralleli, si in lentem plano-convexam incidunt, in distantia diametri, superficiei convexæ conjungantur ( §. 10. ); radii divergentes in hoc casu in puncto concurrant necesse est, cujus distantia diametrum superficiei convexæ superat.

rat. Eodem modo patet, locum imaginis remotiorem fore semidiametro superficiei convexæ, si lens utrinque est convexa; post sphaeram autem imaginem fore remotiorem quarta diametri parte (§. 10.).

THEOREMA II.

14. *Radius lucis in lentem vel plano-concavam vel concavo-concavam incidens, post refractionem ab axe divergit, & quidem tanto magis, quanto longius progreditur.*

DEMONSTRATIO.

Incidat radius FG axi parallelus: quia perpendiculariter in superficiem planam incidit, absque refractione in lentem usque ad H penetrat. Sed per H egrediens à perpendiculo CE ex HI in HK refringitur (§. 4.). *Quod erat primum.* Fig. 4.

Si autem lens utrinque concava est, radius LN ingrediens in N versus perpendiculum IS (§. 3.), & egrediens in O à perpendiculo KP (§. 4.), ac ita ex OR in OQ denuo ab axe AB refringitur. Ergo tanto Fig. 5.  
ma-



magis ab illa diverget, quanto longius progreditur. *Quod erat alterum.*

Eodem modo ostendi potest, radios post refractionem in aliis quoque casibus diuergere debere.

### C O R O L L A R I U M.

15. Quamobrem lumen solare per refractionem in lentibus concavis debilitatur; adeoque neque ad urendum aptæ sunt, neque ad imagines in cameris obscuris repræsentandas, ut lentes convexæ. (§. 20. 30. *Optic.*).

### S C H O L I O N.

16. Hoc experientia quoque docet; si enim radii solis lente concava excipiantur, circulus lucidus pone lentem tanto major erit, quo longius pone eam in chartam albam inciderint. Et observari poterit, quod lentes concavæ eo magis radios dispergant, quo minor earum diameter.

### T H E O R E M A III.

Fig. 6.

17. Oculo inter lentem convexam *AB* & focum *F*, sive in foco *F* constituto; objecta situ erecto, sed ampliata videbit.

### D E M O N S T R A T I O.

Etenim posito oculo inter lentem  
A B

AB & locum imaginis F, punctum C in linea FC conspicitur, quia radius F irrefractus transit tanquam axis, in utramque superficiem convexam perpendiculariter incidens (§. 4.). Punctum D. per radium refractum FE videtur trans lentem in  $dF$ ; cum aliàs CD remota lente sub angulo CFD videretur.

Cum itaque angulus CF $d$  angulo CFD major sit, objecta per lentem majora videri debent quam nudis oculis cernuntur (§. 52. *Optic.*) Imo cum radius à puncto D emanans ad dextram in oculum incidat, perinde ac lente remota, objectum recto situ, non inverso apparere debet. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

18. Quo propius punctum F apud lentem est, tanto major evadit angulus CF $d$ , tantoque major apparet trans lentem CD. Quare, cum decrescente semidiametro superficiæ convexæ, continuo decrescat puncti F distantia à lente, lentes convexæ eo magis diametrum objecti amplificant, quo minorum spherarum segmenta sunt.

CO-

## COROLLARIUM II.

19. Ad Microscopia igitur adhibentur minimæ sphaerulæ vitreæ, quæ haberi possunt, imo tam exiguæ, ut magnitudinem milii vix æquent.

## THEOREMA IV.

20. *Per lentem concavam objecta situ erecto apparent, sed imminuta.*

## DEMONSTRATIO.

Fig. 7.

Est oculus in  $F$ , videatque lente remota objectum  $AB$ , sub angulo  $AFB$ . Quoniam in lente concava radii per refractionem disperguntur (§. 14.), non radius  $BD$ , sed alius  $BE$ , per quem punctum  $B$  in  $G$  remota lente conspiceretur, ad  $F$  pertingit. Ex  $F$  igitur punctum  $B$  in  $b$  apparet. Quare cum punctum  $A$  per radium directum  $AF$  in  $A$  videatur, objectum  $AB$  sub angulo  $AFb$ , in oculum incurrit, qui cum angulo  $AFB$  minor sit; necesse est, ut objectum per lentem imminutum appareat (§. 52. *Optic.*). *Quod erat primum.*

Quia

Quia vero radii per lentem concavam refracti, nullam imaginem effingunt (§. 15.) ; rem ipsam trans lentem oculus intuetur, consequenter situ erecto. Q. E. D.

SCHOLIION.

21. *Quo minoris globi igitur, cavitas lentis est, eo magis species objecti minuitur. Et jucundum est, altero oculo aperto, altero objectum per ejusmodi lentem intueri; bis enim quodvis objectum semel magnum, semel parvum apparet; ex. gr. juxta virum parvus puer apparet, viro in omnibus similis.*

DEFINITIO IV.

22. *Telescopium seu Tabus est instrumentum opticum, qua ope lentium, remota tanquam vicina distincte videri possunt.*

DEFINITIO V.

23. *Lens objecto obversa nomen Objectivæ habet; reliquæ omnes oculo viciniore lentes oculares vocantur.*

PROBLEMA V.

24. *Telescopium Galilæanum seu Hollandicum construere.* R E-



1. Cylindro ligneo, cujus diameter latitudinem lentis objectivæ fere adæquat, charta nigra circumducatur, & conglutinetur: huic super agglutinetur alia, donec prodeat fistula satis firma, quæ tandem charta Turcica obducatur. Fistula una exsiccata, eodem artificio super hac paretur secunda, super secunda tertia &c. donec diductæ exhibeant tubum longitudinis desideratæ. Fistulæ ex laminis quoque parari poterunt, aliis super alias afferruminatis; vel loco chartæ mediæ, nigræ superglutinatæ adhiberi poterunt, segmina, à lignis dedolando rescissa, locoque chartæ Turcicæ, charta pergamena vestiri.

2. Fistulis, juxta primum & secundum artificium constructis, annuli lignei tornati singularum extremis exterioribus aptentur, quo fistulæ angustiores nunquam totæ in ampliores ingrediantur, & tædium afferant extracturo.

3. Una

3. Una tubi extremitate, inferatur cochleæ fæminæ ibidem agglutinata lens objectiva, annulo ligneo inclusa: quæ sit majoris sphæræ segmentum, sive plano-convexum, sive utrinque convexum, hincque imaginem longe post se rejiciens (§. 10.).

4. Altera tubi extremitate inferatur eodem modo lens ocularis, plano-concava, quæ sit minoris sphæræ segmentum.

Quod si tubus ita diducatur, ut lens ocularis, ante imaginem lentis objectivæ in distantia puncti dispersionis collocetur, remota objecta, & vicina & ampliata videbuntur.

### DEMONSTRATIO.

Demonstratio completa invenitur in *Elementis meis Diopt.* (§. 340); difficilior autem est, quam ut à Tyronibus concipi queat, quia in antecedentibus principia necessaria demonstrari non potuerunt.

SCHO.

Wolff. Comp. Math. Tom. I. E e

## SCHOLION I.

25. Hevelius ( in Prolegom. Selenogr. c. 2. f. 12. ) commendat sequentes proportiones.

DIAMETER.	
<i>Lentis objectivæ utrinque convexæ</i>	<i>Lentis ocularis utrinque concavæ</i>
4 pedum	$4\frac{1}{2}$ digit.
5	$5\frac{1}{2}$
8	$5\frac{1}{2}$
10	$5\frac{1}{2}$
12	$5\frac{1}{2}$

## SCHOLION.

26. Quamvis per ejusmodi Telescopia objecta  
situ erecto , distincta & ampliata videntur ,  
quia tamen nimis angustum campum uno obtutu  
in-

*intuendum exhibent, in usum observationum  
cælestium alia constructa fuere.*

PROBLEMA IV.

27. *Tubum Astronomicum construere.*

RESOLUTIO.

1. Construatur tubus ductitius, ut in *Problemate precedente* (§. 24.) factum. Cui

2. Inferatur lens objectiva convexa, sive plano-convexa, sive utrinque convexa, modo sit majoris sphaeræ segmentum.

3. In altera extremitate, inferatur lens ocularis utrinque convexa, quæ sit minoris sphaeræ segmentum.

Quod si tubus ita diducatur, ut lentium foci confundantur, objectum situ inverso ampliatur, & distinctum videbitur.

SCHOLION I.

28. Nonnulli lentem ocularem geminant :  
*ast cum vitrum non omnes radios transmittat,*

Ee 2

sed



*Sed haud paucos reflectat, plures lentes imaginem obscuram reddunt.*

### SCHOLIUM II.

29. *Quasdam bonas proportionales exhibet tabella sequens, in cujus prima columna diameter lentis objectivæ, in altera diameter lentis ocularis reperitur.*

Pedes	Digiti
$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
10	$4\frac{1}{2}$
12	3
30	$3\frac{3}{10}$

### PROBLEMA V.

30. *Telescopium, quod objecta situ erecto representet, construere.*

### RESOLUTIO.

1. *Construatur tubus, ut in Problemate 3. factum. (§. 24.).*

2. In-

2. Inferatur lens objectiva, vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ sit majoris sphaeræ segmentum.

3. Porro inferantur tres lentes oculares utrinque convexæ, & æqualium sphaerarum segmenta.

SCHOLIUM.

31. Quod si tubum 4 lentium aptare volueris; primo duæ fistulæ, continentés primum oculare, & lentem objectivam diducantur, quoad objectum petitus distincte appareat. Idem fiat cum altera parte, in qua duo oculares sunt. Tum binæ tubi partēs rursus altera in alteram inferantur, & promoveatur angustior in ampliore, quo usque objectum denuo distinctum appareat.

COROLLARIUM.

32. Si duæ lentes mediæ auferantur, prodit Telescopium Astronomicum.

PROBLEMA VI.

33. Quantum Tubus Astronomicus objecta ampliet, inquirere.

RESOLUTIO.

Dirigatur tubus versus seriem te-

E c 3 gu-

gularum in tecto, & quot tegulae; per Telescopium tantae appareant, quanta integra series est, observe-  
tur; sic innotescet, quoties Telesco-  
pium diametrum objecti ampliet.

### C O R O L L A R I U M.

34. Quia circuli sunt inter se, ut quadra-  
ta, & sphaerae ut cubi diametrorum (§. 131.  
212. *Geom.*) facile invenitur, quoties su-  
perficies, & quoties corpus amplietur.

### D E F I N I T I O VI.

35. Per *Operturam* intelligimus  
annulum, qui in lente objectiva  
operitur, ne radii per eum in tu-  
bum incidant. *Apertura* vero est cir-  
culus, qui in medio lentis objectivae  
apertus manet, ut radii per eum in  
tubum incidere possint.

### P R O B L E M A VII.

36. *Fusam aperturam lentis objecti-  
vae in Telescopio definire.*

### R E S O L U T I O.

i. Ex charta compacta & nigra  
conficiantur plures orbes, quorum  
dia-

diameter latitudini lentis objectivæ æqualis sit.

2. Hinc excindendo orbiculos , fiant annuli diverfarum aperturarum, ita ut diameter minimæ , diametrum pifi majoris vel  $\frac{1}{4}$  digiti Rhenani adæquet.

3. Lenti objectivæ annuli omnes fucceffive imponantur , & notetur, per quemnam eorum objectum maxime distinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientiffimam pro omni casu deprehendes.

PROBLEMA VIII.

37. *Quoties Microscopium objecta augeat , experientia definire.*

RESOLUTIO.

1. In charta alba subtilis brevifque lincola describatur, quam uno obtutu per lenticulam complecti liceat.

2. Tum altero oculo lenticulæ admoto, altero aperto, imago in aëre pendula non procul ab oculo comparebit.

Ec 4

3.



3. Tum circino magnitudo lineæ apparentis capiatur, ac in charta designetur; magnitudo lineolæ quoque circino capiatur, & quoties in linea reperta contineatur, investigetur.

4. Invenitur, quoties diametrum objecti Microscopia amplificent, consequenter etiam quoties superficiem atque corpus (§. 34.).

### SCHOLIUM.

38. *Singulari dexteritate opus est, ad rite peragendum, quod in hac resolutione præscribitur.*

### PROBLEMA IX.

39. *Microscopium ex duabus lentibus componere.*

### RESOLUTIO.

Eodem fere modo, quo Telescopia Astronomica conficiuntur, nisi quod lens objectiva est parvæ, & lens ocularis majoris sphæræ segmentum. Justam earum distantiam inter se experientia commodissime docet. Hanc ob causam Telescopium Astro-  
no-

nomicum inversum, est Microscopium compositum.

SCHOLIION I.

40. Commendatur proportio lentis objectivæ ad ocularem ut 1 ad 2, itemque ut  $2\frac{1}{2}$  ad 3; distantie autem lentis objectivæ à foco, conceduntur ad summum  $\frac{2}{3}$  aut  $\frac{1}{2}$  digiti, distantia vero ocularis à foco ad summum 1 vel  $\frac{1}{2}$  dig.

SCHOLIION II.

41. Construuntur quoque Microscopia ex tribus lentibus. Dechaies (Dioptr. lib. 2. Prop. 30. fol. 705. Mund. Math.) laudat Microscopium Monconisii, in quo objectum distabat à lente objectiva 7. dig. 4 lin., distantia foci à lente objectiva erat 1. dig. 1. lin., distantia lentis objectivæ, à media lente oculari 15 dig., distantia foci ejus 1 dig., distantia lentis ocularis mediæ ab extrema 1 dig. 5. lin., distantia oculi ab illa 6 lin. Aperturæ diameter erat tantum  $1\frac{1}{2}$  lineæ.

PROBLEMA X.

42. Laternam magicam construere, quæ exiguas imagines in opposito albo pariete valde auctas depingit in conclavi obscurato.

Ec

5

RE-

## RESOLUTIO.

*Fig. 9.*

1. Laterna ex lamina ferrea stannobducta construatur, in ejusque pariete postico speculum concavum *H* collocetur, cujus diameter in majoribus laternis, ad summum pedis 1, in mediocribus ped.  $\frac{1}{2}$ , in parvis 4 vel 5 digit.

2. In foco speculi concavi lampas *QL* collocetur, ellychnio gossypino spissiore instructa.

3. Januæ laternæ tubus ductitius duarum vel trium fistularum *IKG* afferruminetur, quo pro lubitu deduci possit.

4. Hujus tubi pars extrema quadrata efficiatur, crenam utrinque latiore macta, per quam asserculus quadratus atque oblongus trajici potest, in quo rotundi vitrei orbes *PN*, in diametro fere  $\frac{5}{4}$  ped. vel etiam minores inferuntur, in quibus imagines aqueis ac pellucidis coloribus pictæ sunt.

5. Eidem tubo immittuntur duæ  
len-

lentes convexæ, vel etiam plano-convexæ. Harum lentium latitudo, altitudinem imaginis P N æquat.

Lentis in I diameter  $\frac{90}{100}$  ped. alterius K vero  $1\frac{20}{100}$  ped. habere potest: aut diameter prioris  $1\frac{75}{100}$  ped. posterioris  $2\frac{25}{100}$  ped. *Dechales* primam 5. digit., secundam 10 dig. facit.

Quod si vitra picta inverse per crenam in tubum inferantur, & tubus ita diducatur, ut pictura à lente longius quam focus absit; erectam & ampliata in adverso pariete conspicias. Nam quemadmodum imago, minor est objecto, cum hoc à lente valde remotum est; ita imago ampliatur, cum objectum lenti æque vicinum est ac aliàs imago: hæcque tantum à lente distat, ac aliàs objectum, cui parva imago est.

THEO-



## THEOREMA V.

44. *Oculus per Polyedrum toties videt objectum, quot sunt hedrae.*

## DEMONSTRATIO.

Fig. 8.

Etenim à puncto C. incidunt radii in singula plana DA, AB & BE. Quare, cum versus oculum O refringantur; oculus non solum per radium CO. objectum in C videt, sed & per radios FO & GO in c & c., consequenter toties, quot sunt hedrae. Q. E. D.

## SCHOLIUM.

44. *Ut objectum verum digito attingere possis, ita quidem dirigendus, ut ad singulas imagines, digiti singuli tendere videantur; ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non observant frustra objectum attingere conantur. Polyedrum in gyrum quoque moveri potest ac observari, quenam imago maneat inmutata: ea enim ipsius objecti est; mutant enim apparentia loca, cum plana refringentia loca mutant.*

P. R. O.

PROBLEMA XI.

45. *Vitru ad poliendum apta seligere.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ, ita enim videbis, quoniam colore inficiatur, & eodem tinctum esse vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuscus. Et quoniam vitrum candidissimum venas plerumque habet, & in aëre humescens sua sponte post aliquot annos polituram omnem amittit; *Hugenius* (in *Commentariis deformandis vitris* p. 173.) optimum cæteris paribus judicat, quod subflavum, leviter rufum aut subviride apparet. *Hevelius* (in *Prolegom. Selenogr.* 14.) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum à vesiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac spiris nocivis immunc deprehendes, si lumen solare per id transmissum charta alba ex-

excipiatur : singuli enim nævi per umbras respondentes deteguntur ; quia enim huiusmodi nævi refractionem valde turbant , sedulo cavendum , ne tales in medio lentis extra operturam sint.

P R O B L E M A XII.

46. *Vitra atterere & polire.*

R E S O L U T I O.

1. Catinus arena minuta & madefacta conspergatur , & panno crassiori aliquoties complicato imponatur , in eoque vitrum capulo ligneo agglutinatum teratur.

2. Ubi vitrum figuram catini assumsit , ipsum cum capulo & catino mundetur , ne quid arenæ pristinæ ullibi adhæreat ; deinde adhibeatur loco arenæ pulvis smiridis.

3. Deletis arenularum vestigiis , adhibeatur arena clepsydralis rubra  
per

per fecnriculum coacta, ut grana omnia sint æqualia, & tamdiu vitrum in catino teratur, donec aliquem nitorem induerit.

4. Vitro ad polituram præparato, cavitati catini superglutinetur fascia chartæ tenuis, ejusdem ubique crassitiei, absque asperitatibus. Glutinis loco esse potest Gummi in aqua solutum, vel pulvicula ex amylo vel farina tritica, nec non ex hostiis, quibus in sacra cœna utimur, confecta. Chartæ exsiccatae affricetur pulvis Terræ Tripolitanæ, & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam crassiora adsint sulcos datura. Tandem super hac charta vitrum tamdiu teratur, donec ejus politura censeatur perfecta.

D I O P T R I C Æ

F I N I S.

E L E-

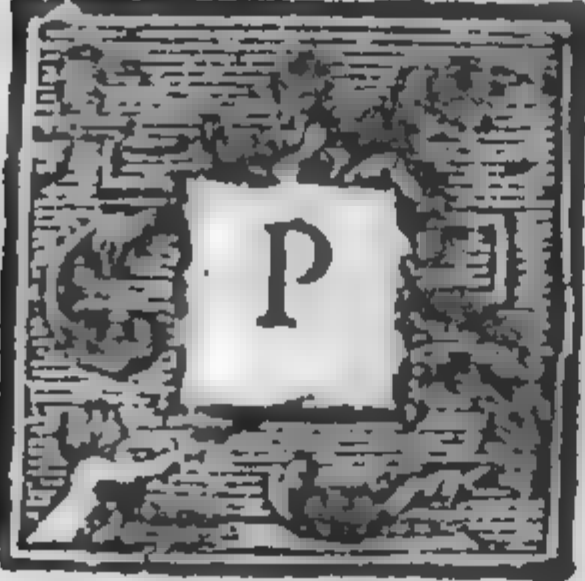




# ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

---

## DEFINITIO I.

- I.  PERSPECTIVA est Scientia delineandi objectum, quale in data distantia, & in data altitudine oculo apparet.

## COROLLARIUM.

2. Est itaque necesse, ut radii ab imagine reflexi, in oculum eodem modo incidant, quo ab objecto ipso, in data distantia & altitudine, inciderent.

## SCHOLIUM.

TAB.  
Persp.  
Fig. 1.

3. Esto  $O$  oculus; videbitur Triangulum  $ABC$ , per radios  $OA$ ,  $OC$ ,  $OB$ , & quoad  
hi

bi radii eosdem angulos in oculo facient, Triangulum eodem modo videbitur. Proinde eodem modo videretur, si radii  $Oa$ ,  $Oc$ ,  $Ob$  à tabula  $HI$  reflecterentur. Quod si concipias  $HI$  tabulam esse transparentem, quam radii à Triangulo  $ABC$  exeuntes, non mutati tamen trahant; eosque oculum  $O$  adeuntes, tabulam  $HI$ , in  $a$ ,  $b$ ,  $c$  perforare: habebis imaginem, quæ oculo in  $O$  eodem modo, ac Triangulum  $ABC$  ipsum apparebit. Perspectiva vero docet, quo pacto puncta  $a$ ,  $b$ ,  $c$  geometricè inveniri possint.

## D E F I N I T I O II.

4. Punctum visus seu Oculi est TAB. I.  
punctum  $F$ , in tabula  $HI$ , in quod Fig. 2.  
ex oculo  $O$  recta  $OF$  ad tabulam  
 $HI$  perpendicularis ducitur, vocatur  
etiam Punctum Principale.

## D E F I N I T I O III.

5. Linea  $NI$ , cui tabula insistit,  
Linea fundamentalis, vel etiam Basis  
tabulae dicitur.

## D E F I N I T I O IV.

6. Linea horizontalis est recta  $PQ$ .

per punctum principale  $F$  ducta, lineæ fundamentali  $NI$  parallela.

### DEFINITIO V.

7. *Punctum distantiae* est punctum  $P$  vel  $Q$  in linea horizontali  $PQ$ , tanto intervallo à puncto principali  $F$  distans, quanto oculus  $O$  ab eodem distat.

### PROBLEMA I.

8. *Quodvis planum horizontale ichnographice delineare.*

### RESOLUTIO.

TAB. I.

Fig. 3.

1. Describatur planum : ex. gr. triangulum  $ABC$ , quemadmodum in Geometria traditum fuit.

2. Ducatur linea fundamentalis  $DE$ , in distantia trianguli à tabula.

3. Huic linea horizontalis  $HK$  parallela ducatur in distantia altitudinis oculi.

4. Ex singulis angulis plani Geome-

metrici demittantur perpendicularcs  $A_1$ ,  $C_2$ ,  $B_3$ , in lineam fundamentalem  $DE$ .

5. In horizontali  $HK$ , assumatur punctum principale  $V$ , & transferatur ex illo, in quam partem libuerit, punctum distantiae  $K$ , in data oculi distantia.

6. Transferantur ex 1 in  $A$ , ex 2 in  $C$ , ex 3 in  $B$ , perpendiculares  $A_1$ ,  $C_2$ ,  $B_3$ .

7. Ex puncto principali  $V$  ducantur rectæ versus 1, 2, 3, & ex puncto distantiae  $K$  versus  $B$ ,  $A$ , &  $C$  aliæ rectæ.

8. Ubi hæ rectæ sc interfecabunt, sc. in  $b$ ,  $a$ , &  $c$ , apparebunt puncta  $B$ ,  $A$ , &  $C$ . Proinde ductis rectis  $ba$ ,  $ac$ ,  $cb$ , delineatio ichnographica perfecta crit.

### S C H O L I O N.

9. Hæc regula generalis est, poteruntque pro lubitu figuræ eligi, ac ita ichnographice delineari, si cui in hujusmodi ichnographicis delineationibus se exercere volupe fuerit. Demonstratio exhibetur in nostris Element. Perspect.



§. 23. In casibus particularibus interdum compendia adhiberi possunt, quem in finem sequentia problemata addo.

## PROBLEMA II.

Fig. 4.

10. Quadratum  $ABDC$ , cui aliud  $IMGH$  inscriptum, ichnographice delineare.

## RESOLUTIO.

1. Ductis horizontali  $LK$  & fundamentalis  $DE$ , ex puncto principali  $V$  transferatur utrinque in lineam horizontalem distantia oculi  $VL$  &  $VK$ .

2. Ducantur  $VA$  &  $VB$ , itemque  $KA$  &  $LB$ ; erit  $Ac d B$  ichnographia quadrati  $ACDB$ .

3. Producaturs latus quadrati inscripti  $IH$ , donec lineæ Terræ in  $I$  occurrat, ducanturque rectæ  $KI$  &  $KM$ ; erit  $ihgM$  repræsentatio quadrati inscripti  $IHGM$ .

## P R O B L E M A III.

II. *Circulum ichnographice delineare.*

## R E S O L U T I O.

1. Super linea terræ AB descri- TAB. II.  
Fig. 5.  
batur semicirculus, & ex quotlibet  
punctis peripheriæ C, F, G, H, I  
&c. demittantur ad lineam terræ per-  
pendiculares C 1, F 2, G 3, H 4, I 5  
&c.

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5,  
B, ducantur rectæ ad punctum prin-  
cipale V, item recta ex B ad punc-  
tum distantiae L, & alia ex A ad  
punctum distantiae K.

3. Per communes intersectiones  
agantur rectæ: ita nimirum habe-  
buntur punctorum A, C, F, G, H,  
I, B repræsentationes in *a, c, f, g, h,*  
*i, b;*

4. Tandem puncta ista arcubus  
connectantur, ut habeatur projectio  
circuli *a c f g h i b i h g f c a.*

## SCHOLIION.

12. *Hoc modo quælibet alia linea curva projici poterit.*

## PROBLEMA IV.

13. *Scenographiam solidi cujuscunque exhibere.*

## RESOLUTIO.

TAB. I.  
Fig. 6.

1. Ichnographia perspectiva baseos solidi delineetur (§. 8 ).

2. Super linea fundamentali DE, ex quolibet puncto H, altitudo solidi HI perpendiculariter erigatur, & in quodlibet punctum V, in linea horizontali HR assumptum, ex punctis H & I, ducantur rectæ VI & VH.

3. Ex angulis *b*, *a*, & *c*, erigantur perpendiculares *bg*, *ah* & *ce*.

4. Ex angulis baseos, lineæ *br*, *d2*, fundamentali DE parallelæ ducantur.

5. Su-

5. Super eadem ex punctis 1, 2, perpendiculares 1 L, 2 M erigantur.

6. Fiat tandem  $af = HI$ ,  $bg = ce = 1 L$ , &  $dh = 2 M$ , superficies superior  $gh ef$  delineari poterit.

### S C H O L I O N.

14. Demonstratio videre est in nostris Element. Perspect. (§. 35). Consultum vero erit, generalem regulam, nonnullis exemplis illustrare.

### P R O B L E M A V.

15. Pyramidem truncatam delineare.

### R E S O L U T I O.

1. Si à singulis angulis in basi superiori concipiantur demissa perpendicularia in inferiorem; prodibit pentagonum, pentagono basis inscriptum, cujus latera, lateribus hujus parallela. Quamobrem sic duplex pentagonum  $lmnop$ ,  $abcde$  ichnographice delineabitur.

TAB. II.  
Fig. 7.

Ff 4

2. Eri-



2. Erigatur in  $H$  altitudo Pyramidis truncatæ  $HI$ , ducanturque ex puncto  $V$ , lineæ  $HV$  &  $VI$ , & determinentur (§. 13.), ut figura ostendit, altitudines, super angulis internis *abcde* erigendæ.

3. Puncta superna *f, g, h, i, k*, lineis rectis jungantur.

4. Tandem rectæ *lk, fm, gn*, ducantur, & scenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta.

### COROLLARIUM.

16. Quod si in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici, & reliqua deinde fiant, ut in problematis resolutione; scenographia coni truncati perficietur.

### PROBLEMA VI.

17. *Super Pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*

### RESOLUTIO.

TAB. III. 1. Repræsentetur pavimento  $A FH_3$   
 Fig. 8. in tabula, unâ cum basibus columna-  
 rum

rum atque pilarum, si quæ adfuerint (§. 8. 11.).

2. In fundamentalem transferatur crassities muri BA, & 3. 1.

3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1, erigantur perpendiculares AD & BC, item 3. 6, & 1. 7. (§. 70. 89 *Geom.*).

4. Puneta D & 6 connectantur cum principali V, rectis DV & 6 V.

5. Ex F & H erigantur perpendiculares FE, & HG.

Ita parietes omnes ADEF, EGHF, & G 6 H, cum laqueari DE G 6, delineati erunt.

6. Quod si pilæ aut columnæ super pavimento AFH 3 erigendæ; non alia re opus est, quam ut ex earum basibus, vel quadratis vel circularibus ichnographicè delineatis, excitentur perpendiculares indefinitæ, & in linea fundamentali, ad quam pertingit radius FA, per basin transiens, erigatur altitudo vera AD: ducta enim ut ante DV, altitudines scenographice determinabuntur.

18. *Ichnographia pavimenti geometrica, unà cum pilarum columnarumque basibus, secundum regulas Architectonicas delineatur.*

### PROBLEMA VII.

19. *Januam scenographice repræsentare.*

### RESOLUTIO.

TAB. III. Sit janua delineanda in parietē  
Fig. 8. D E F A.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus distantia  $AN$ , ab angulo  $A$ , unà cum latitudinibus postium  $NI$  &  $LM$ , atque latitudine ipsius januæ  $LI$ .

2. Ad punctum distantia  $K$ , ex singulis punctis,  $N$ ,  $I$ ,  $L$ ,  $M$ , ducantur rectæ  $KN$ ,  $KI$ ,  $KL$ ,  $KM$ , quæ latitudinem januæ  $li$ , atque postium latitudines  $in$  &  $lm$  determinabunt.

3. Ex  $A$  in  $O$  transferatur altitudo januæ  $AO$ , & ex  $A$  in  $P$ , altitudo pos-

postium A P, aut ex O in P latitudo postis transversi.

4. Jungantur O & P cum puncto principali V rectis P V & O V.

5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares, pertingentes ad P V & O V: atque sic janua determinata erit.

6. Crassities muri in *l*, per crassitiem muri in A B determinatur, ducta recta ex B in punctum principale V.

II. Si janua delineanda in pariete E F H G, eodem fere modo singula peragenda sunt. Nam.

1. In lineam terræ transferatur ex A in R distantia januæ ab angulo in plano geometrico, & inde ulterius latitudo januæ ex R in T.

2. Ex R & T ducantur ad punctum principale V lineæ R V & T V, ut habeatur latitudo *r t* in plano perspective.

3. Ex *r* & *t*, erigantur perpendiculares indefinitæ ad F H.

4. Ex



4. Ex A in P transferatur ut ante altitudo AP vera.

5. Denique ex P ducatur ad punctum principale V recta PV; erit Fz altitudo ichnographica.

6. Fiant *rr* atque *tt* ipsi Fz æquales.

Ita janua *rr tt* erit delineata; nec difficulter adduntur postes.

### PROBLEMA VIII.

20. *Fenestras scenographice representare.*

### RESOLUTIO.

TAB. III.

Fig. 8.

1. Ex 1 in 2 transferatur crassities muri ante fenestram, ex 3 in 4 ejus distantia ab angulo, & ex 4 in 5 ejus latitudo.

2. Ex 4 & 5, ducantur ad punctum distantiae L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem fenestræ perfectivam 10. 9 designabunt.

3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavementum perpendiculares, hoc est, du-

ducantur ipsi 63 parallelæ indefinitæ.

4. Ex 3 in 11 transferatur distantia fenestræ à pavimento, & ex 11 in 12 ejus altitudo.

5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V. 11 & V. 12; quæ perpendiculares 10.13, & 9.14, in 13 & 14, itemque in 15 & 16 intersecantes, apparentiam fenestræ exhibebunt.

6. Crassities muri ante fenestram, ut in problemate præcedente reperiri poterit.

## P R O B L E M A IX.

21. *Januam apertam scenographice representare.*

## R E S O L U T I O.

Quoniam janua, dum aperitur, TAB. II. semicirculum describit; scenographia januæ (§. 19.) delineetur. Fig. 9.

1. Repræsentetur in tabula semicir-

circulus  $ecd$ , cujus centrum  $a$ , semidiameter vero latitudo januæ,  $ad$  (§. 11.).

2. In eo notetur punctum  $c$ , ubi janua definit, & inde ducatur  $fc$ , ad fundamentalem perpendicularis.

3. Per  $c$  &  $a$  agatur  $ca$ , quæ continuata horizontalem  $VO$  in  $O$  secat.

4. Denique ex puncto  $O$  per  $b$  ducatur recta  $bf$ ; & janua aperta  $bfc$  delineata habetur.

## S C H O L I O N.

22. Eodem modo fenestræ apertæ delineantur. Neque necesse est, integrum semicirculum ichnographicè describi; sufficit punctum  $c$ , secundum regulam generalem, problemate I (§. 8.) exhibitam determinari.

## P R O B L E M A X.

23. Data apparentia corporis opaci & luminosi, per radios divergentes radiantis, ex gr. lampadis, candelæ aut facis accensæ, invenire apparentiam umbræ.

R E-

## R E S O L U T I O.

1. Quæratur punctum M, in de- TAB. II.  
lineatione ichnographica, in quod Fig. 11.  
incidit linea ex centro luminis L in  
pavimentum, cui corpus insistit per-  
pendiculariter demissa (§. 8. )

2. A singulis angulis corporis seu  
punctis sublimibus, demittantur iti-  
dem perpendiculares ad pavimen-  
tum: quod in nostro casu non ne-  
cesse est, cum lineæ AD, BE, CF,  
sint hæ lineæ desideratæ.

3. Per extremitates infernas hæ-  
rum perpendicularium F, E, D, du-  
cantur ex M rectæ MG & MH, per  
supernas A, C, B autem, ex L  
aliæ lineæ LG, LH, priores in G  
& H, intersecantes, umbramque  
DEHG terminantes.

## P R O B L E M A XI.

24. Determinare umbram solidi in TAB. I.  
parietem RQ, aut aliud solidum ca- Fig. 12.  
dentem.

R E-



TAB. I.  
Fig. 12.

1. Quærat<sup>r</sup> umbra in pavimen-  
tum projecta B M C (§. 23.).
2. Ex puncto T, ubi recta N M,  
transiens per N & punctum E, in  
quod perpendicularis à vertice soli-  
di demissa incidit, parietem R Q  
secat, erigatur T O, ad pavimen-  
tum cui solidum insistit perpendicu-  
laris, secans L M in O; & habetur  
longitudo umbræ, in parietem ca-  
dentis. Latitudo se ipsam inferne ex-  
hibet.

## PROBLEMA XII.

25. *Data altitudine solis supra ho-  
rizontem; umbram solidi delineare ra-  
diis solaribus, pavimento, cui solidum  
insistit, parallelis incidentibus.*

## RESOLUTIO.

TAB. II.  
Fig. 13.

1. Quoniam sol radiat per radios  
parallelcos, radii autem pavimento  
paralleli existunt, per angulos solidi  
singulos, agantur rectæ inter se, &  
linæ fundamentali parallelæ H L,  
E K & F I.

2. Per

2. Per angulos superiores, aut puncta sublimia  $A, B, D$  agantur rectæ  $AK, BL, DI$ , quæ cum perpendicularibus  $AG, BH, DF$  angulos constituent, complemento altitudinis solis, seu distantiae ejus à vertice æquales, atque priores in  $L, K$  &  $I$  intersecent; determinabitur itaque umbra  $FIKL$ .

P R O B L E M A XIII.

26. *Sole ultra tabulam constituto, data ejus distantia à plano verticali, & altitudine super pavimento, in quo corpus constituitur; exhibere apparentiam umbræ ejusdem corporis.*

R E S O L U T I O.

1. Ex puncto principali  $V$  erigatur  $VA$ , ad lineam horizontalem  $HR$  perpendicularis, fiatque distantia oculi  $VL$  æqualis. TAB. III.  
Fig. 14.

2. Fiat in  $A$  angulus  $VAB$ , distantiae solis à plano verticali æqualis.

3. In  $B$  erigatur perpendicularis indefinita  $BD$ , factaque  $BC = BA$ , fiat angulus  $DCB$ , altitu-

dini solis æqualis, ut habeatur punctum D.

4. Quod si jam quærat appa-  
rentia umbræ, quam projicit punc-  
tum sublime H; demissa perpendi-  
culari HI ad planum perspectivum,  
ducatur per I recta KIB & per H  
recta DHK, erit IK umbra quæsitæ.

### SCHOLIUM.

27. Planum verticale dicitur, quod pavimento,  
aut plano geometrico perpendiculariter insistit.

### PROBLEMA XIV.

28. Sole ante tabulam constituto,  
data ejus distantia à plano verticali,  
& altitudine super horizonte seu pavi-  
mento, in quo corpus constituitur; exhibe-  
re apparentiam umbræ ejusdem corporis.

### RESOLUTIO.

TAB. III.  
Fig. 15.

1. Ex puncto principali V eriga-  
tur VA, ad lineam horizontalem  
HR perpendicularis, & distantia  
oculi æqualis.

2. Fiat in A angulus VAB, dis-  
tantia solis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis  
indefinita BD factaque  $BC = BA$ ,  
fiat

fiat angulus  $BCD$  datæ altitudini  
solis æqualis; poteritque ut in pro-  
blemate antecedente, ex datis punc-  
tis  $B$  &  $D$ , umbra corporis reperiri.

## P R O B L E M A X V.

29. *Umbram corporis delineare ,  
quam ad lumen fenestræ projicit.*

## R E S O L U T I O.

1. Ex medio fenestræ  $E$ , itemque T A B. III.  
ex angulis  $A$  &  $B$  demittantur per- Fig. 10.  
pendiculares  $EF$ ,  $AC$ ,  $BG$ .

2. Prolongetur  $EF$  in  $D$ , quo al-  
tudo fenestræ  $ED$  prodeat. Erunt  
 $C$ ,  $F$ ,  $G$ , puncta, ex quibus lineæ  
umbræ, per puncta inferna perpen-  
dicularium ducuntur; contra  $E$  &  
 $D$  puncta, ex quibus lineæ per su-  
pernos angulos describuntur.

Nempe puncta  $C$ ,  $F$ , &  $G$ , hic T A B. II.  
idem sunt, quod supra (§. 23.) Fig. 11.  
punctum  $M$ ; & duo  $E$  &  $D$ , quod  
ibi centrum  $L$ .

## S C H O L I O N.

30. Omnium quæ hætenus docuimus, ac-  
curatæ demonstrationes in nostris Element.  
Perspect. exhibentur.

G g 2 PRO-



31. *Objectum quodcunque datum accurate delineare.*

## R E S O L U T I O .

T A B. II.  
Fig. 16.

1. E quatuor subcudibus paretur quadratum DE per fila iisdem parallela in areolas quadratas inter se aequales divisum.

2. Super tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut sit quadrato parallela.

3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum DE divisum.

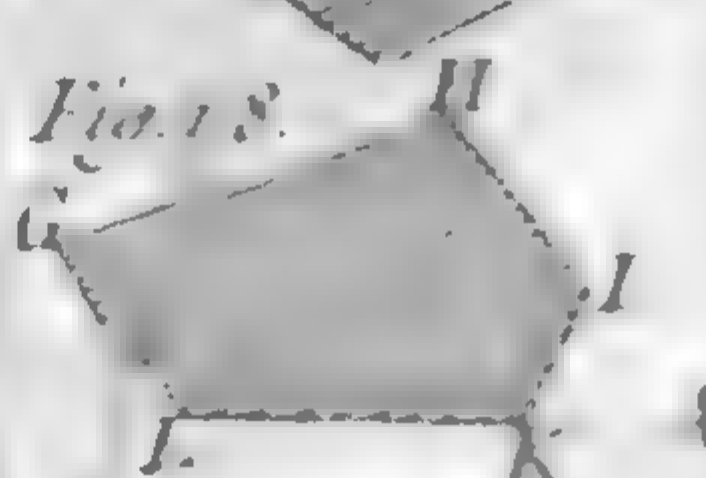
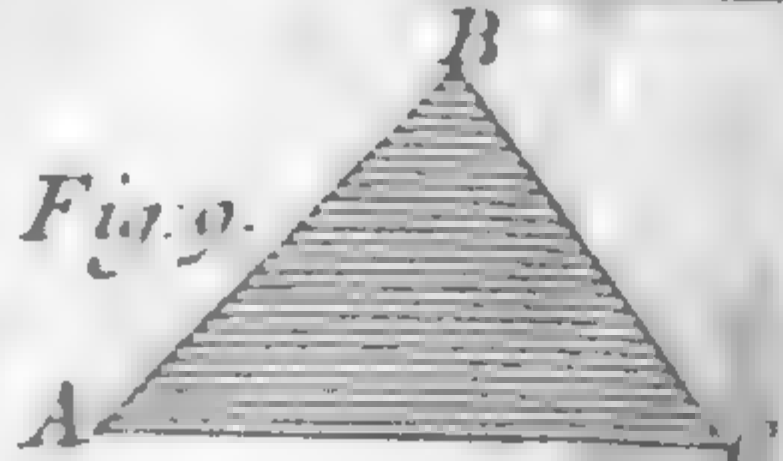
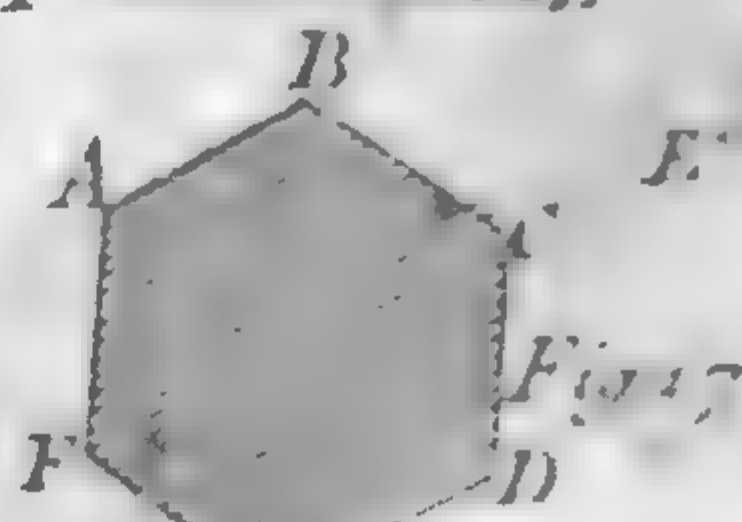
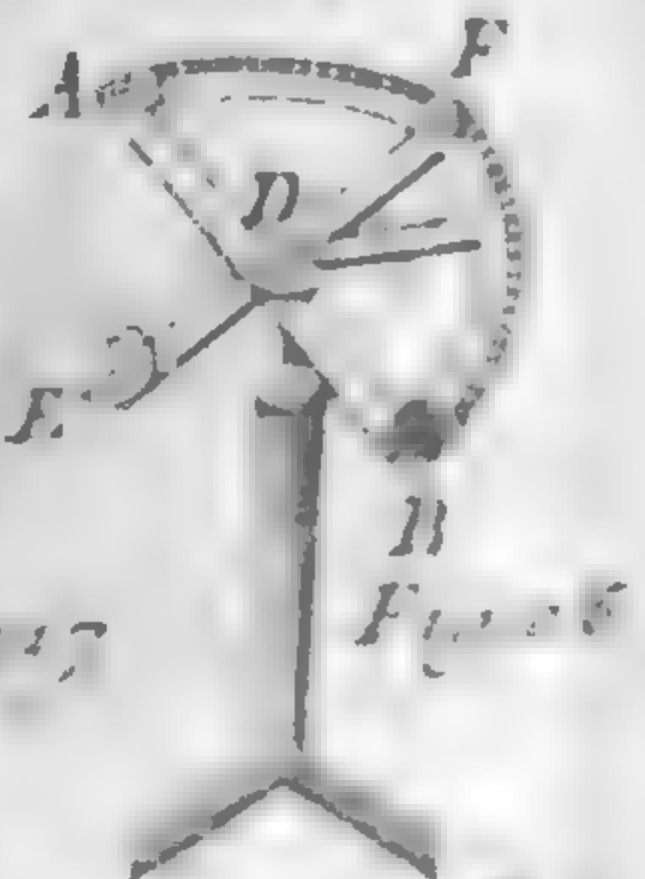
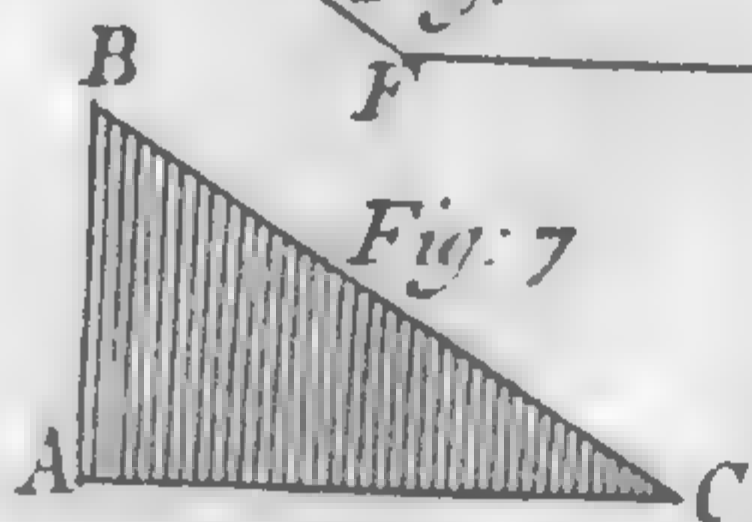
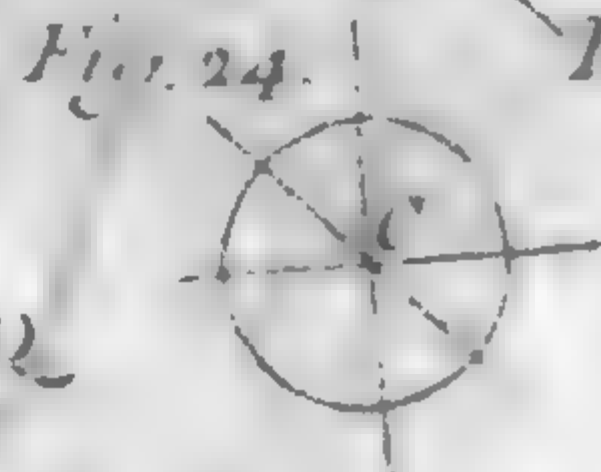
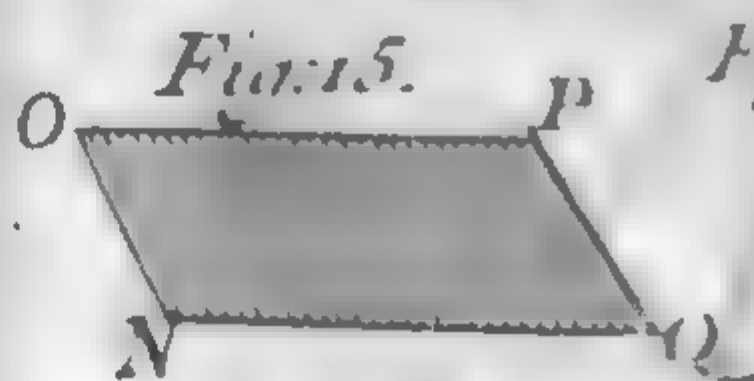
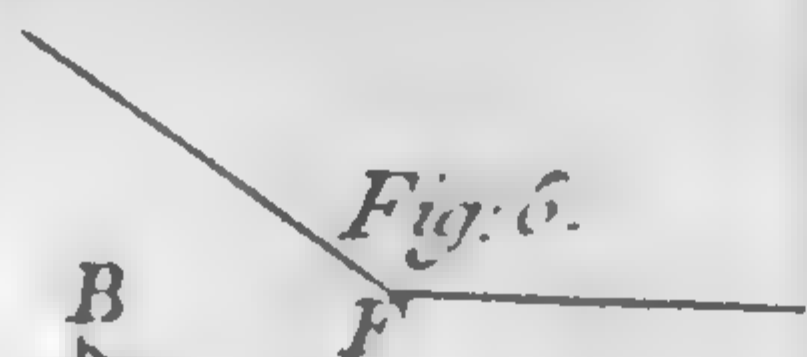
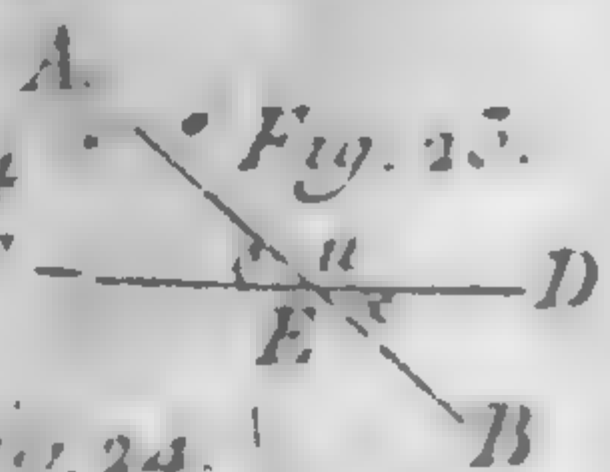
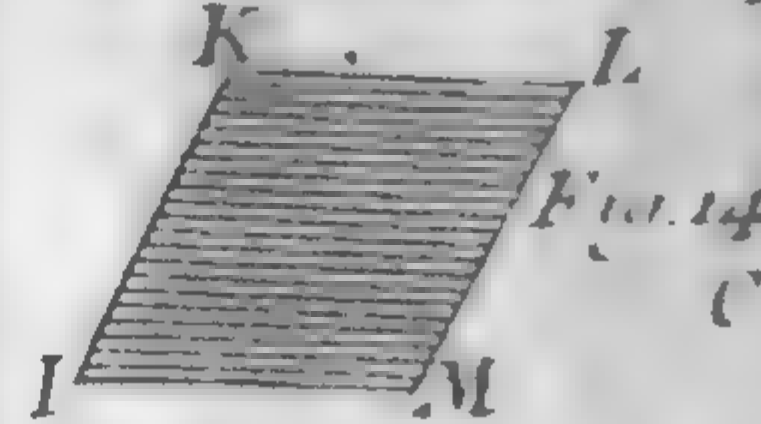
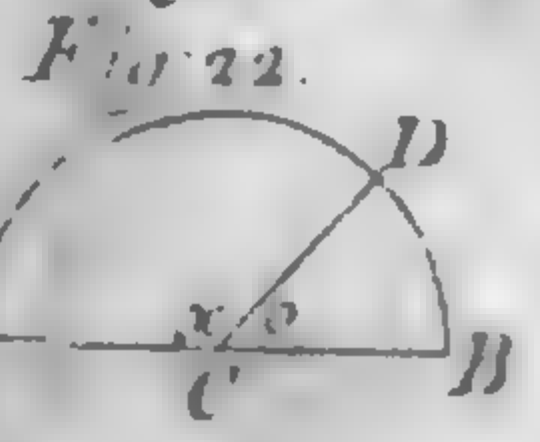
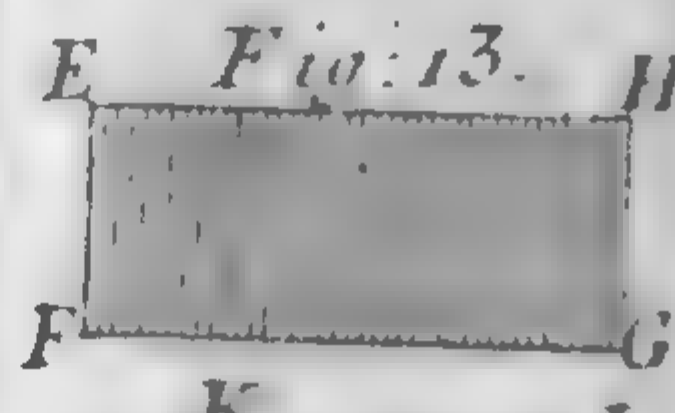
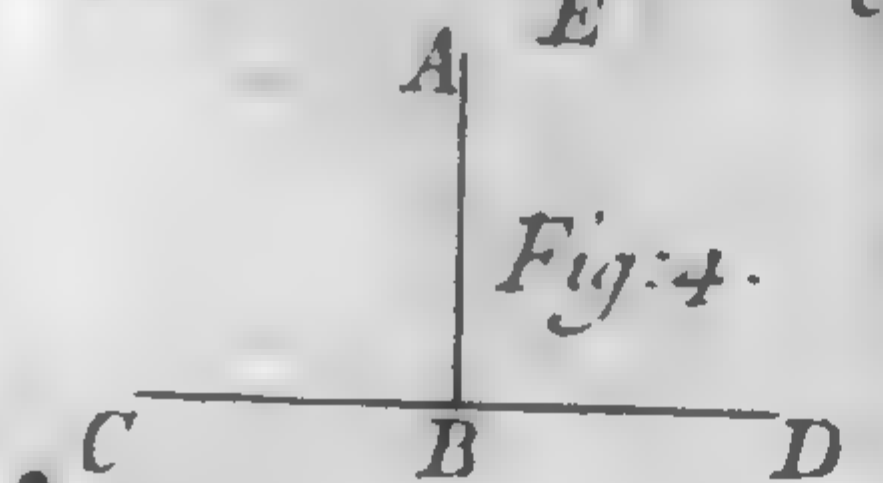
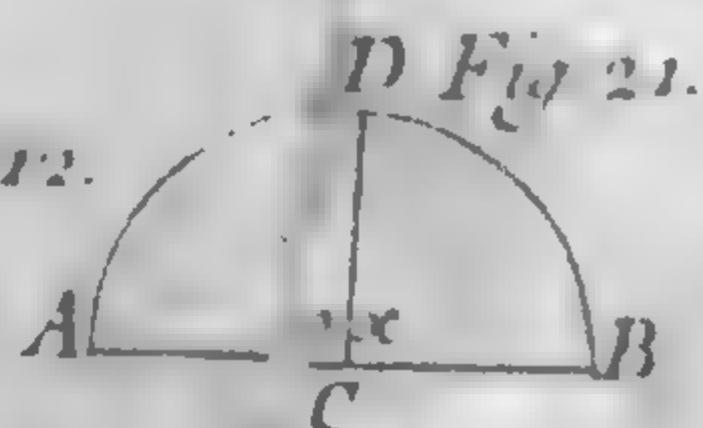
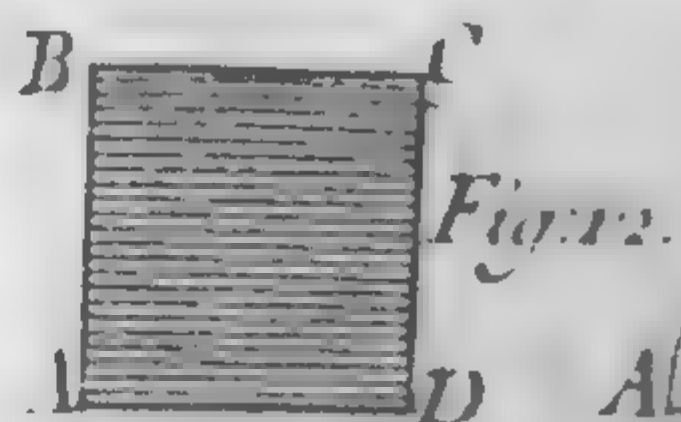
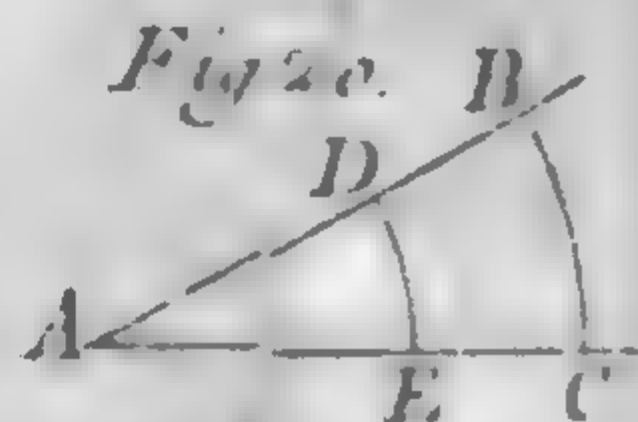
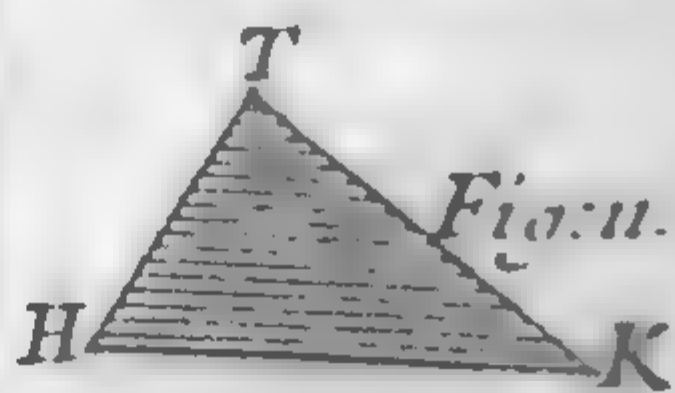
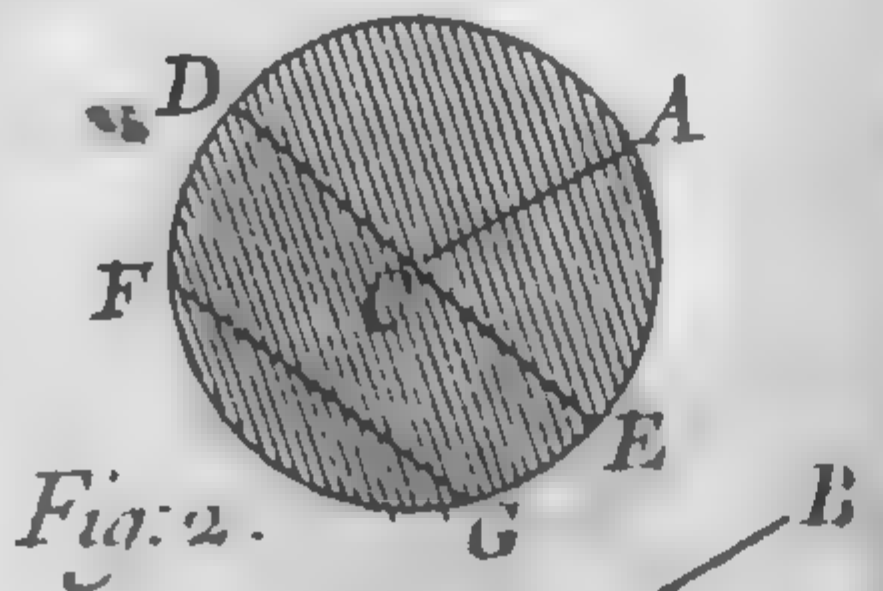
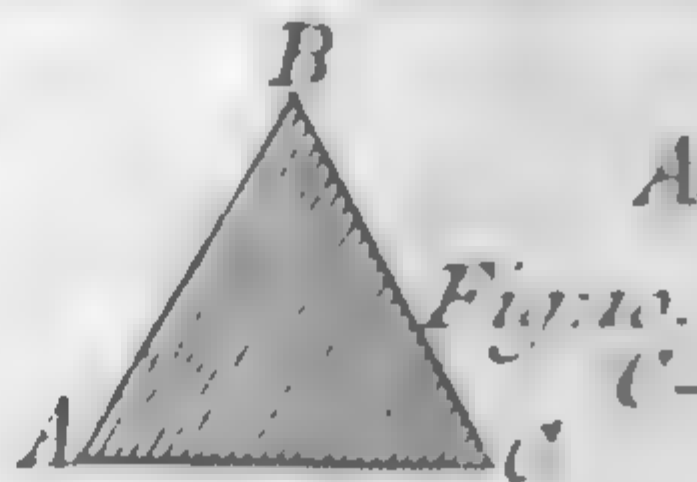
4. Per dioptram H, oculo in objectum directo, quod ultra tabulam DE debito intervallo remotum, observetur, in quibus areolis DE singulae partes appareant, & eadem delineentur, in quadratulis, quae super charta iisdem respondent.

Ita artis delineandi peritus satis accurate apparentiam objecti exhibebit.

F I N I S P E R S P E C T I V A E .

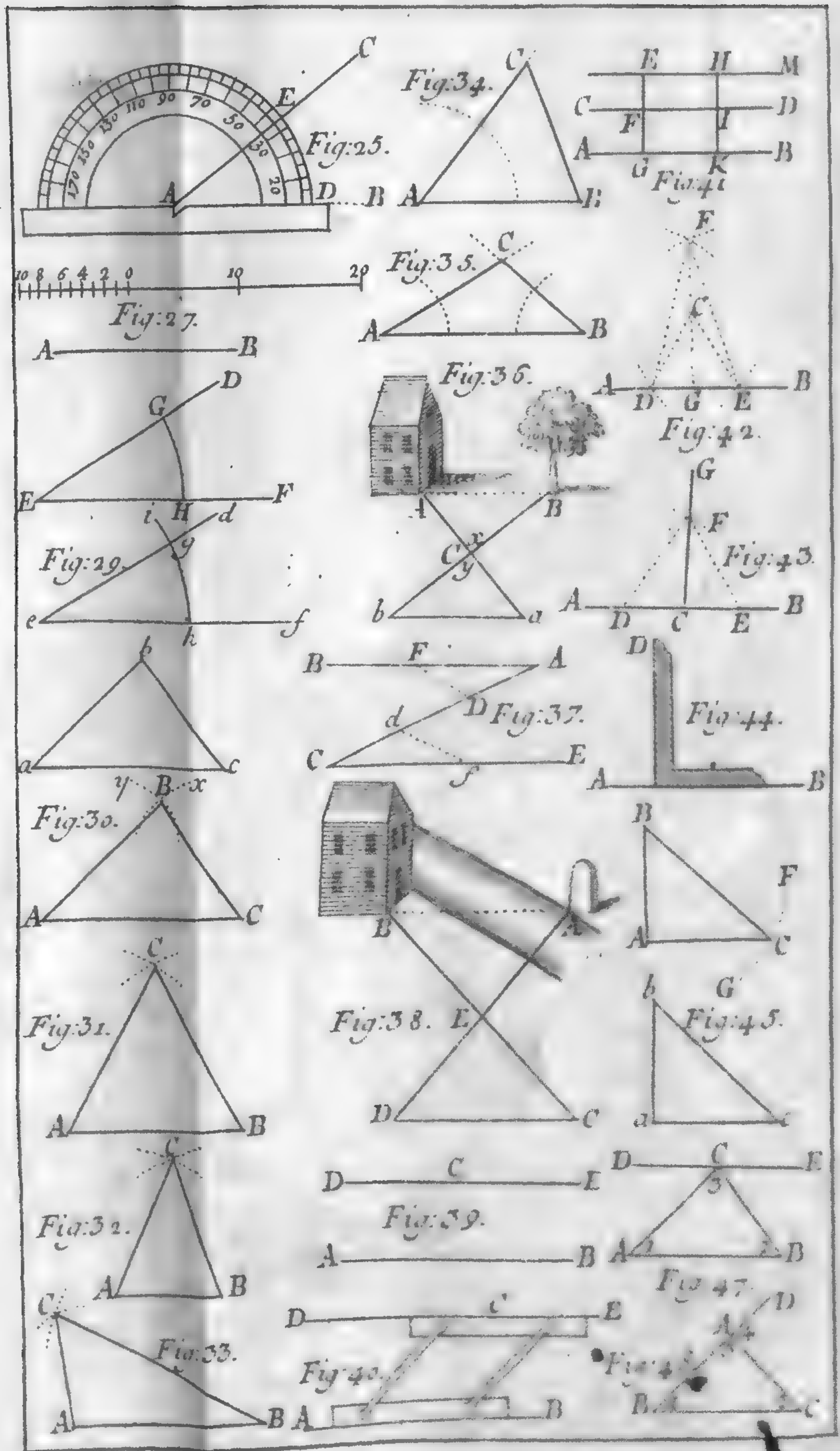
E T T O M I P R I M I .

# FIG: GEOM: TAB: I.





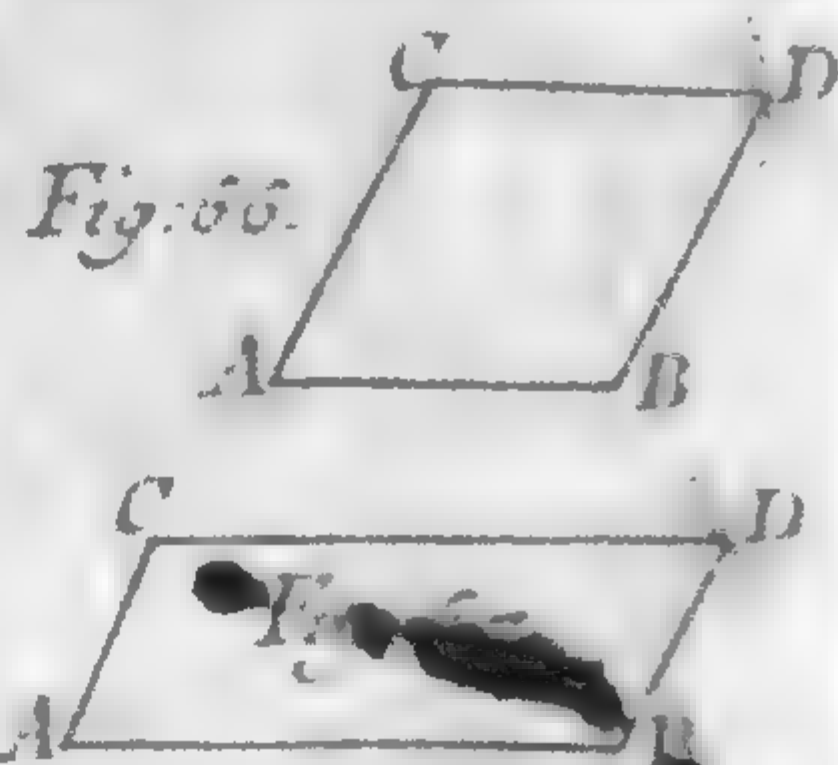
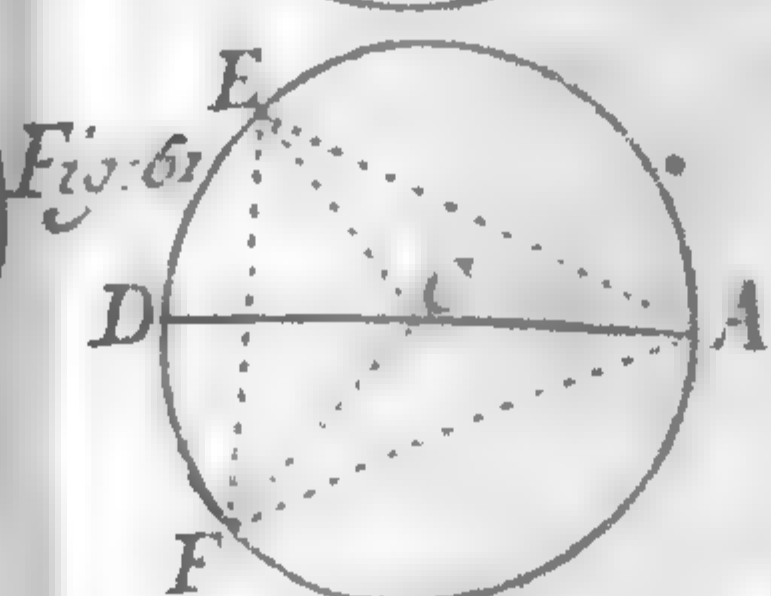
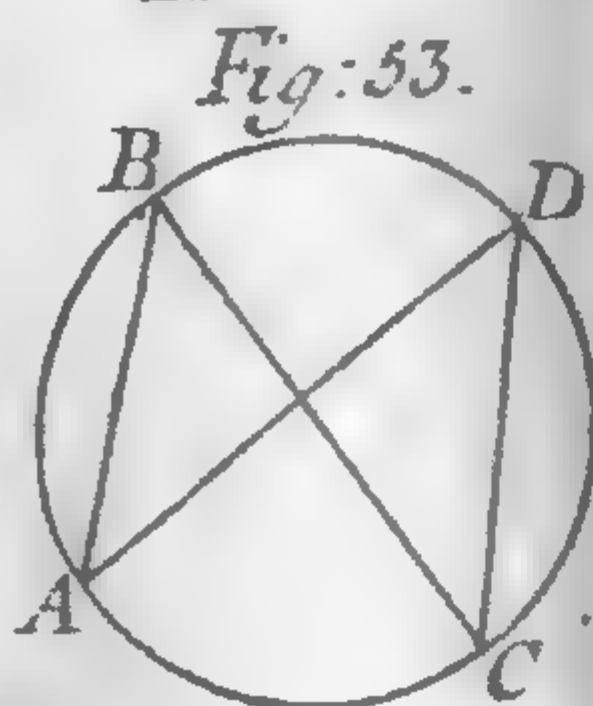
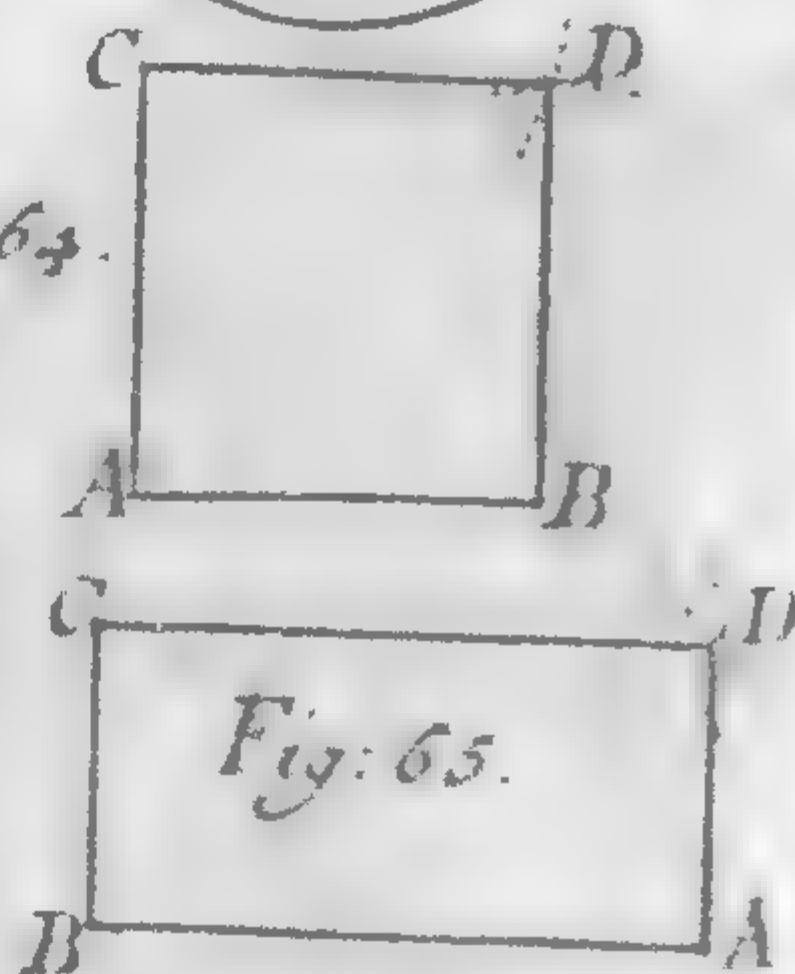
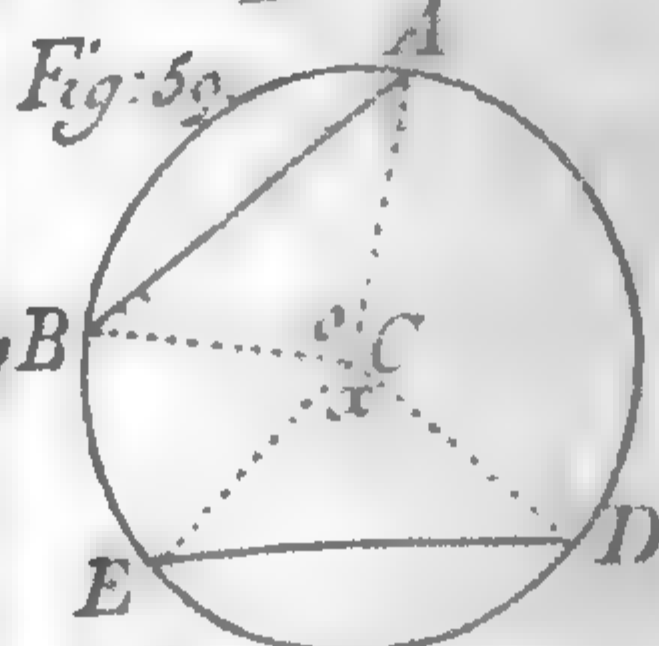
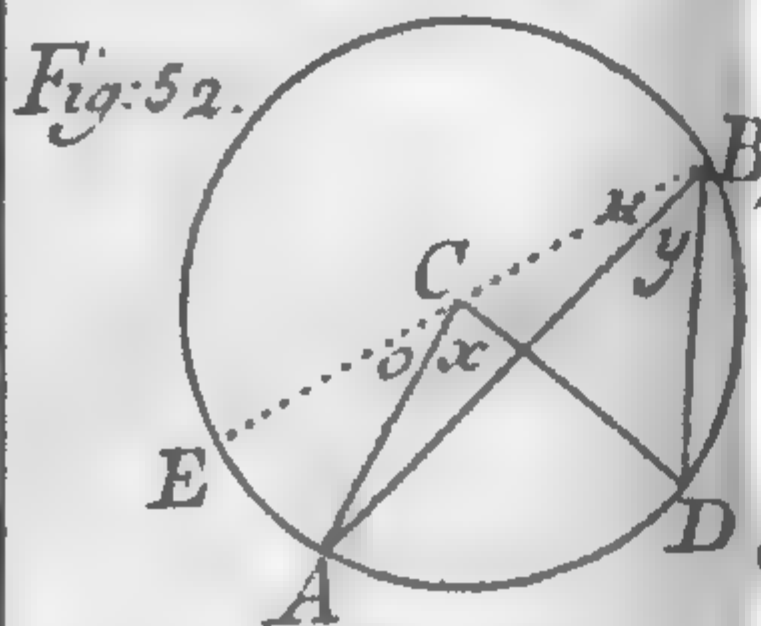
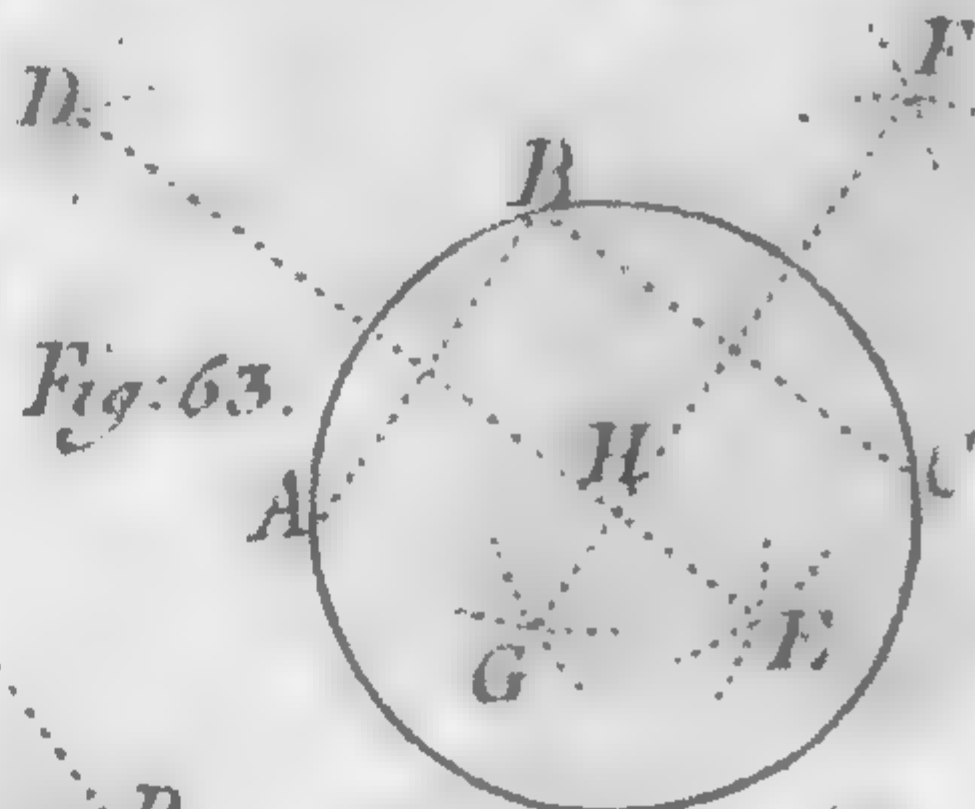
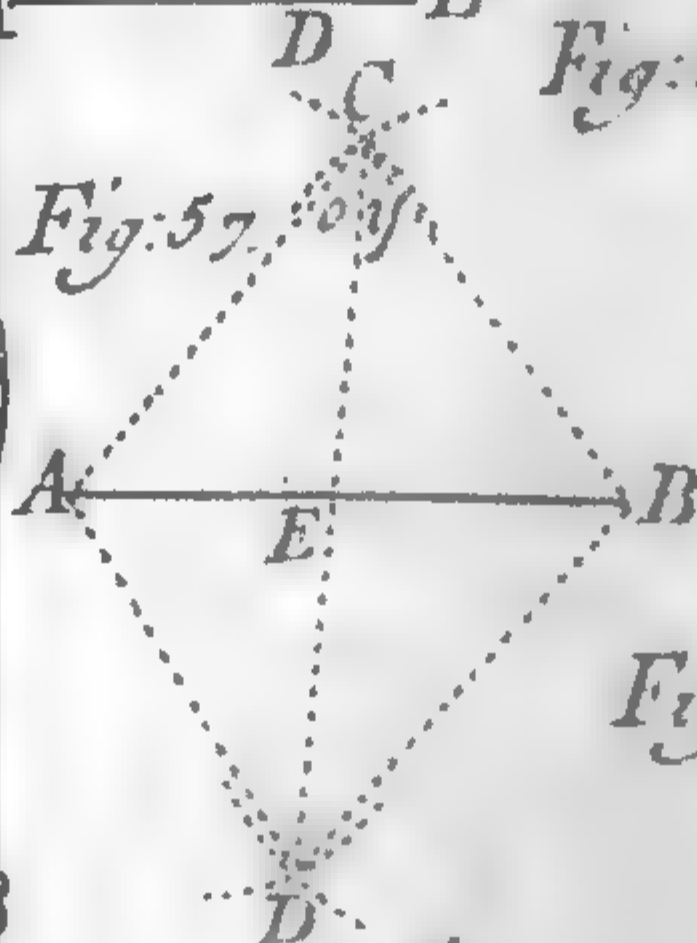
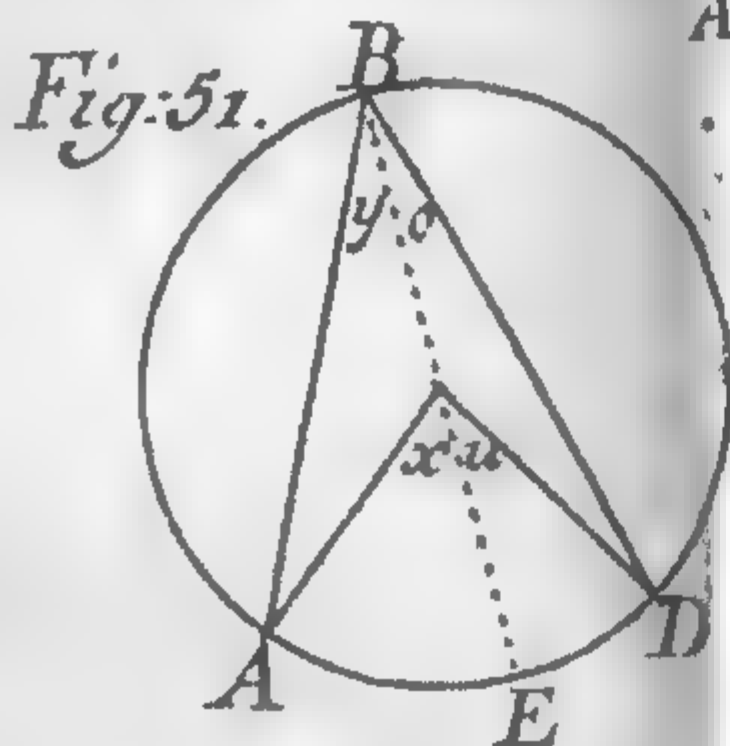
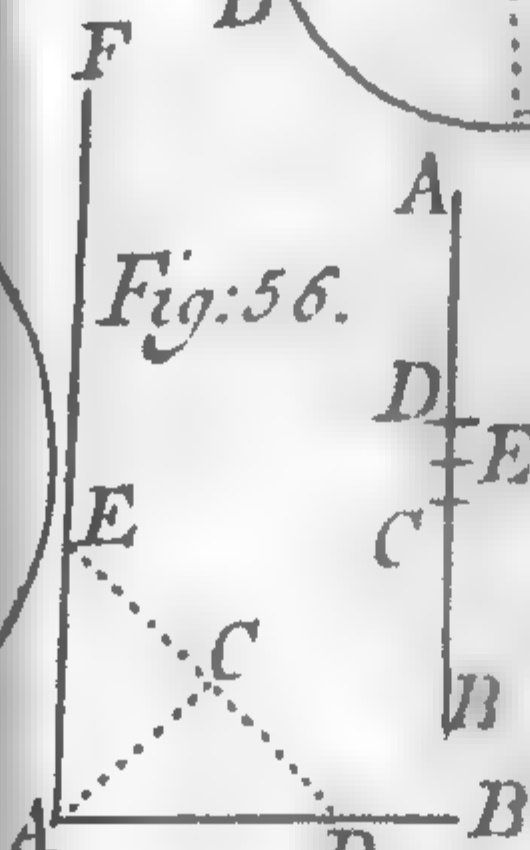
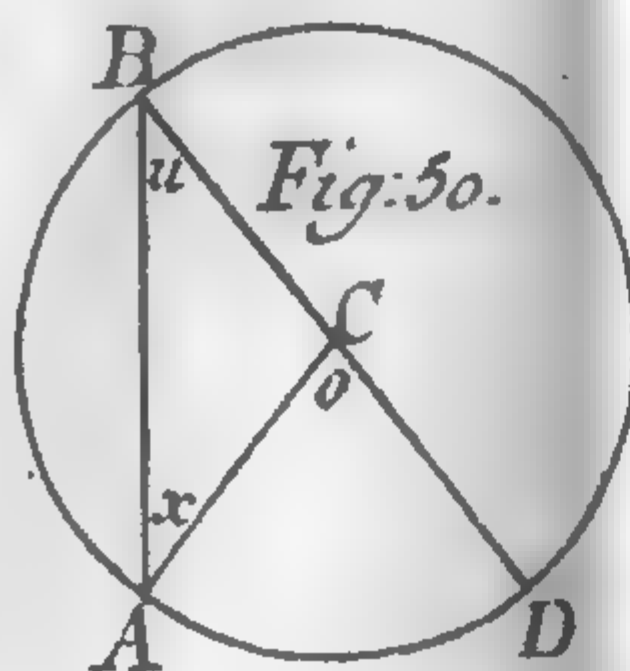
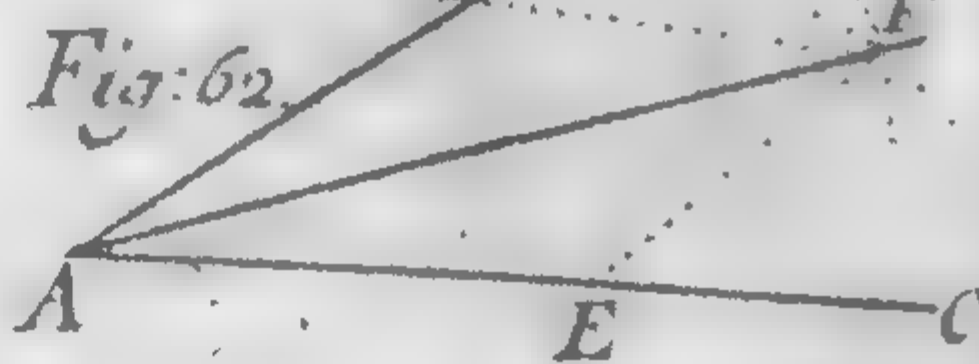
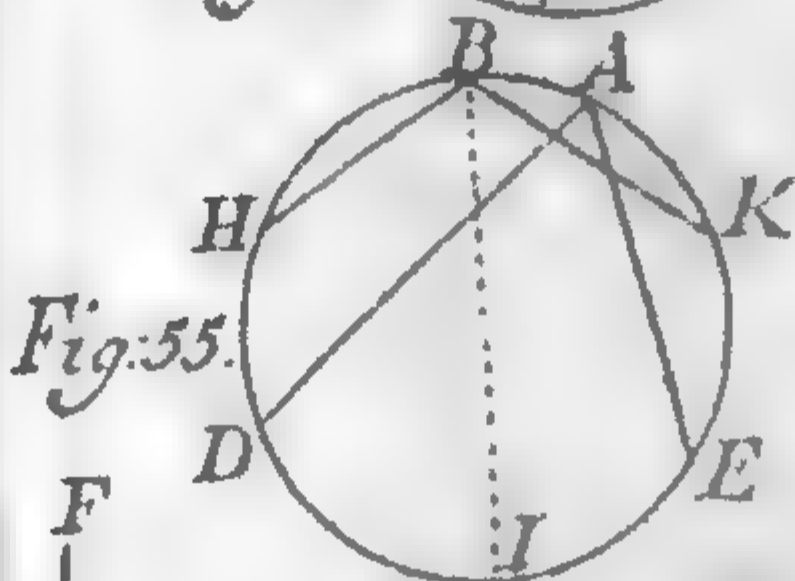
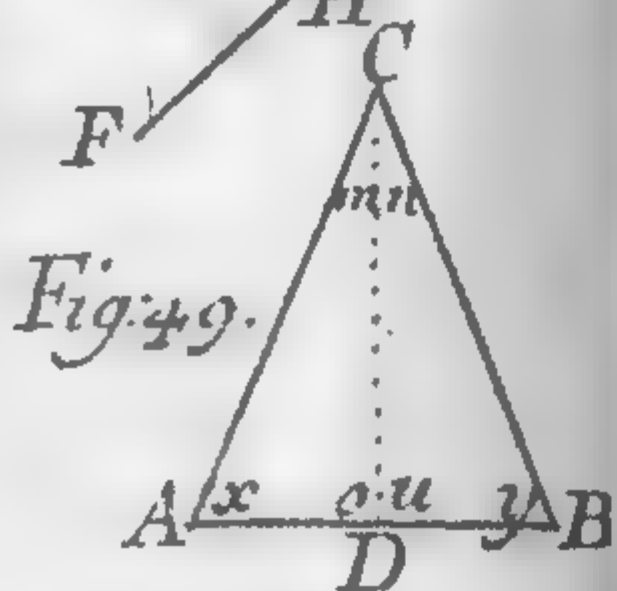
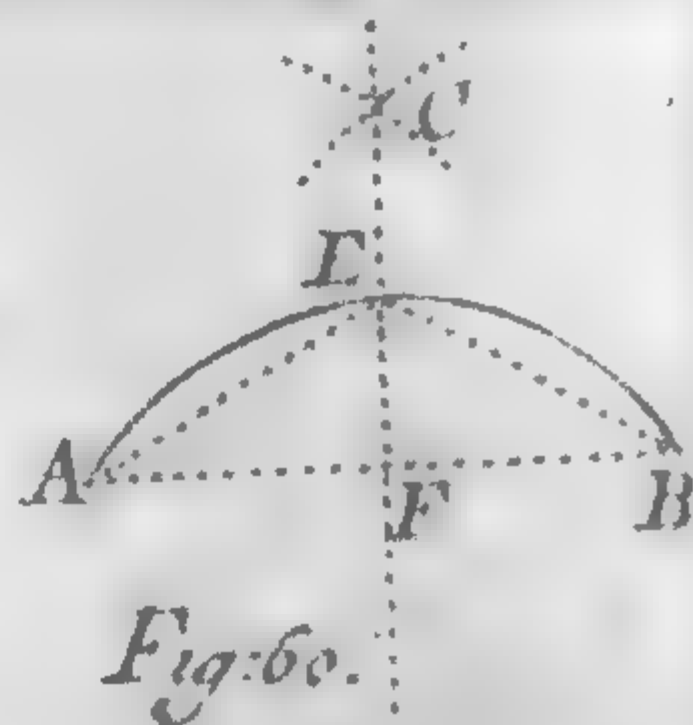
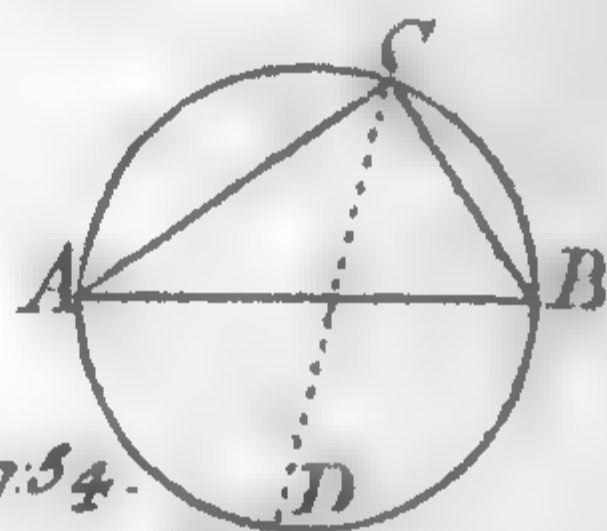
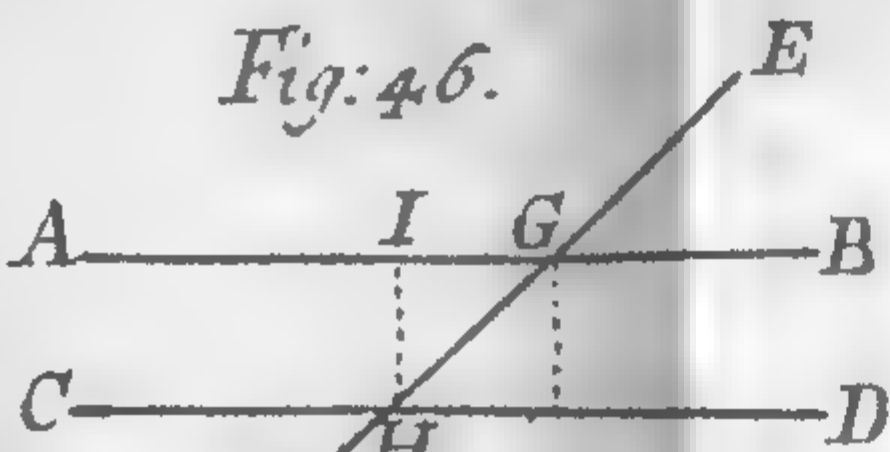
# FIG: GEOM: TAB: II.





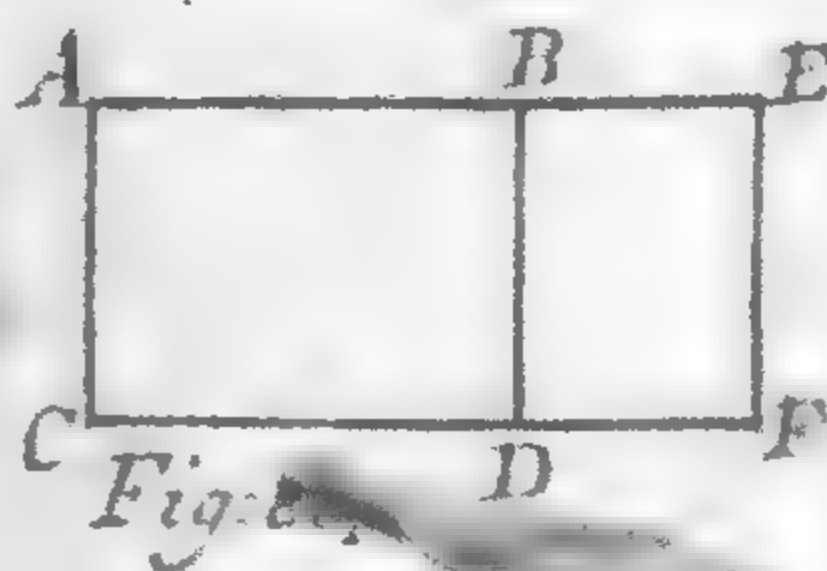
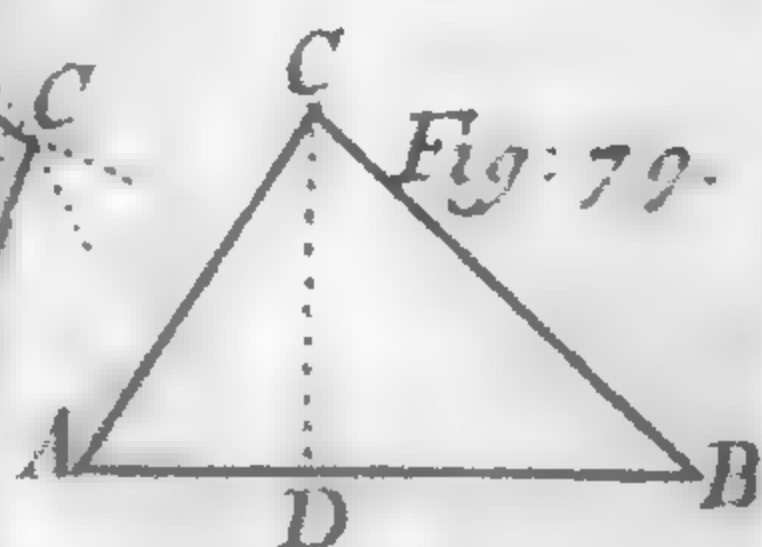
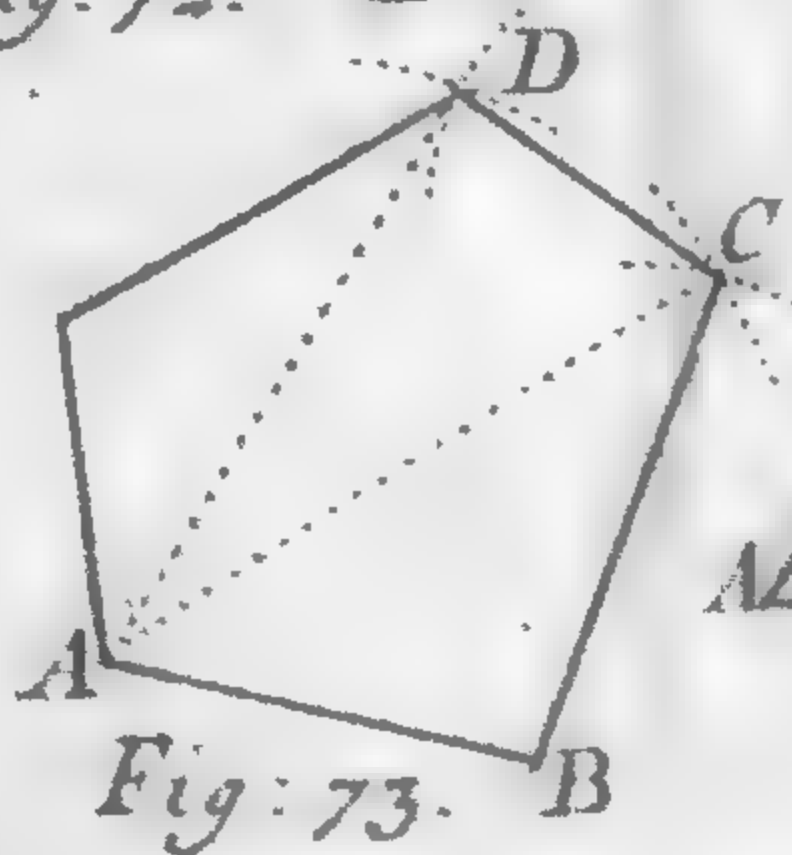
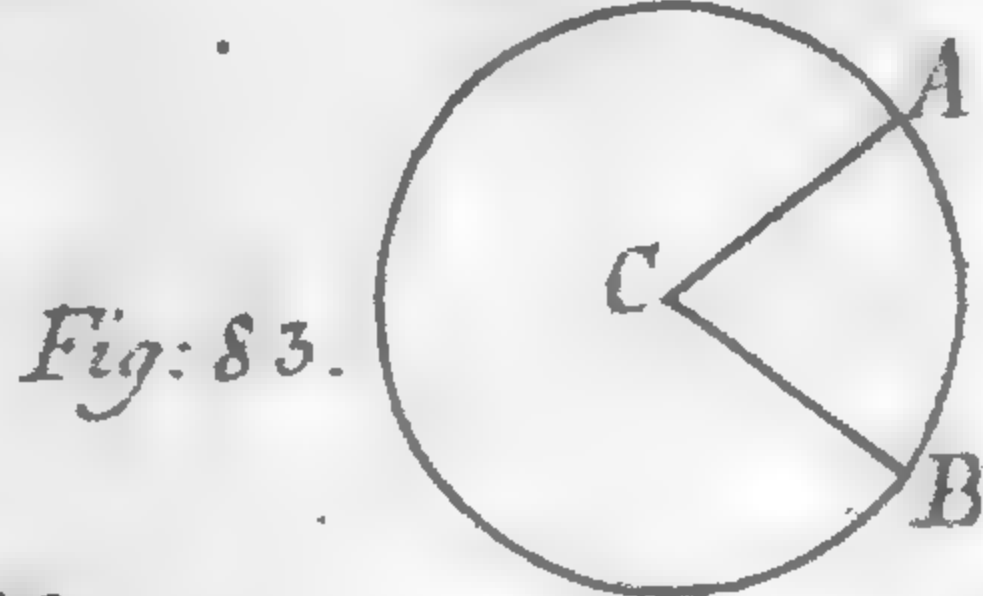
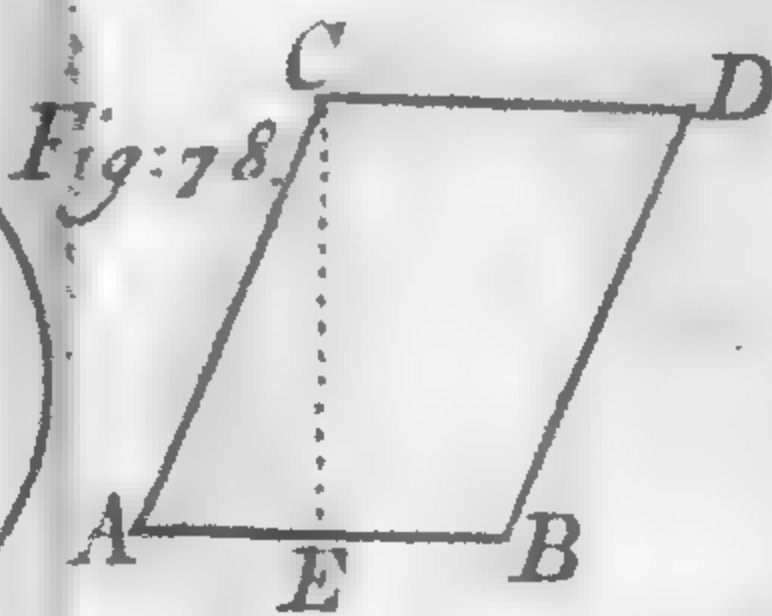
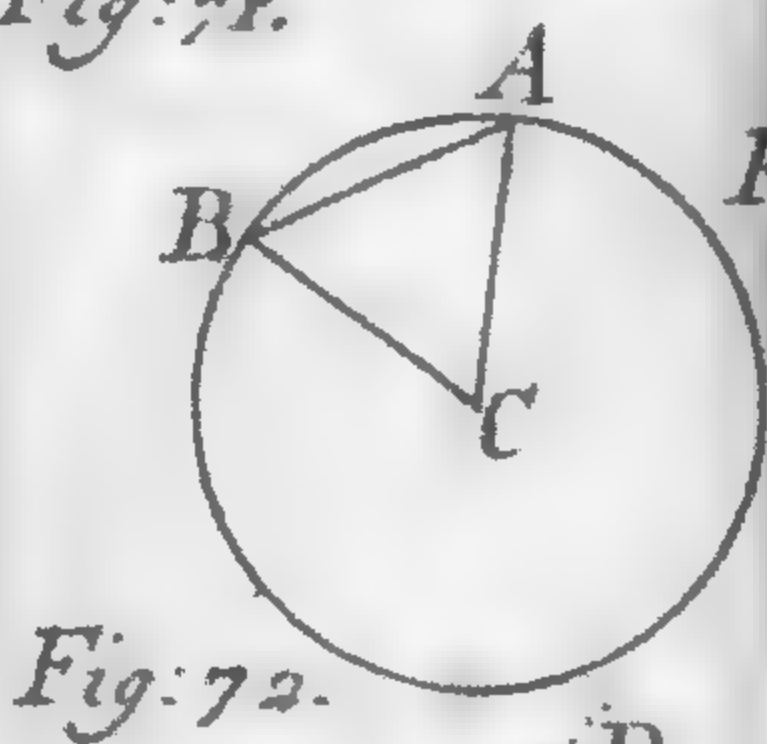
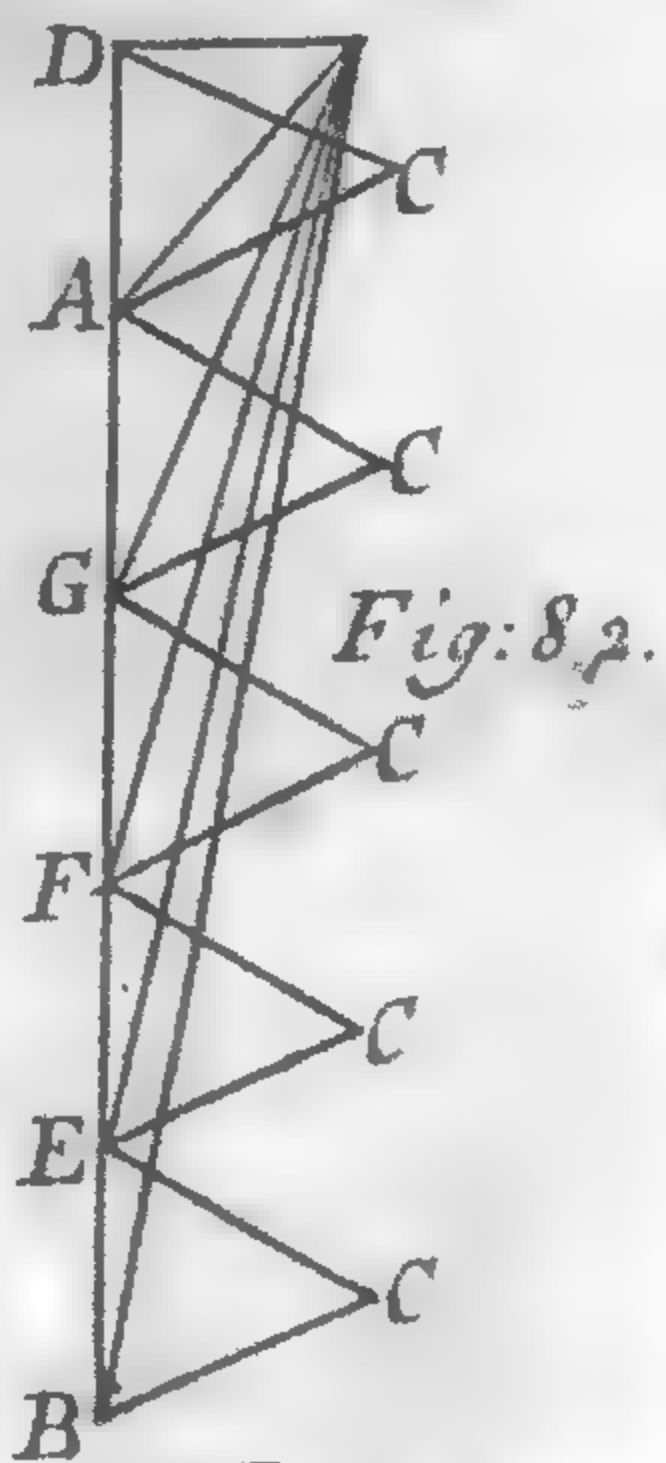
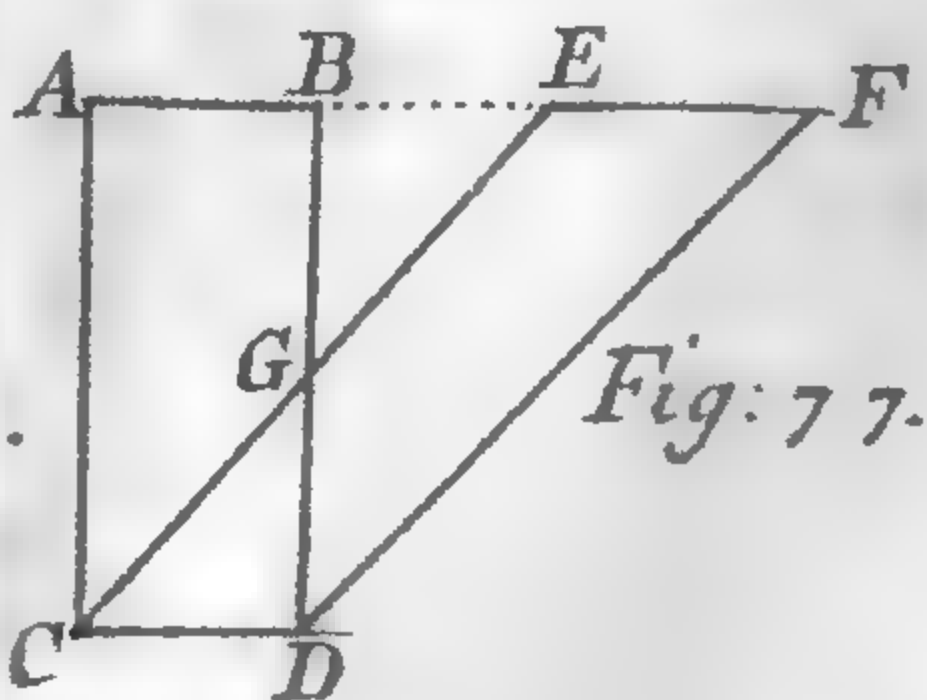
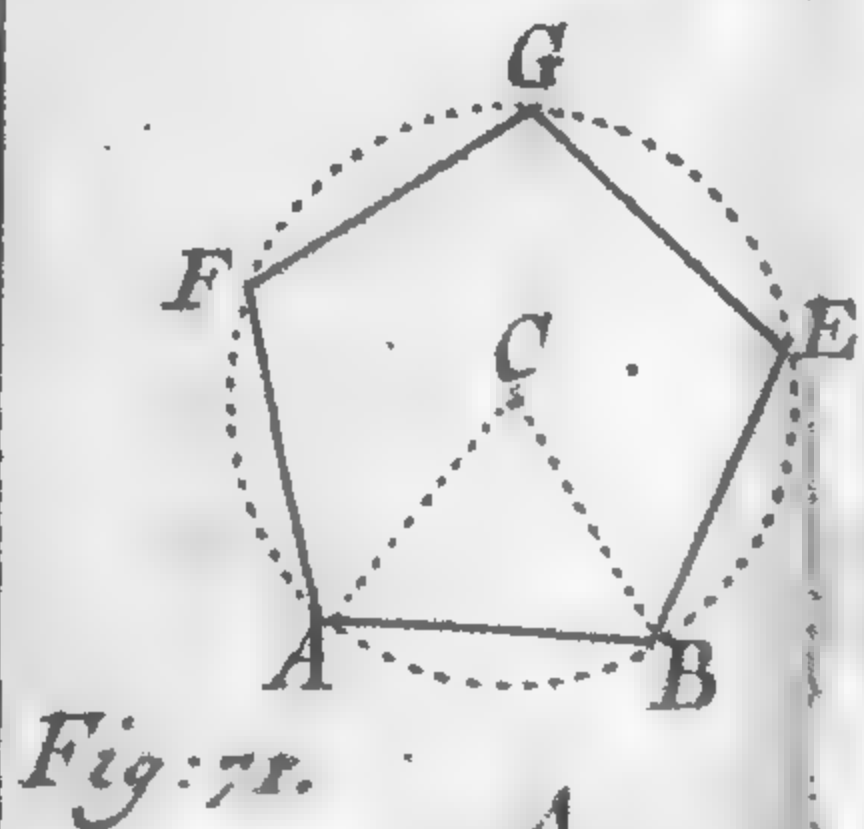
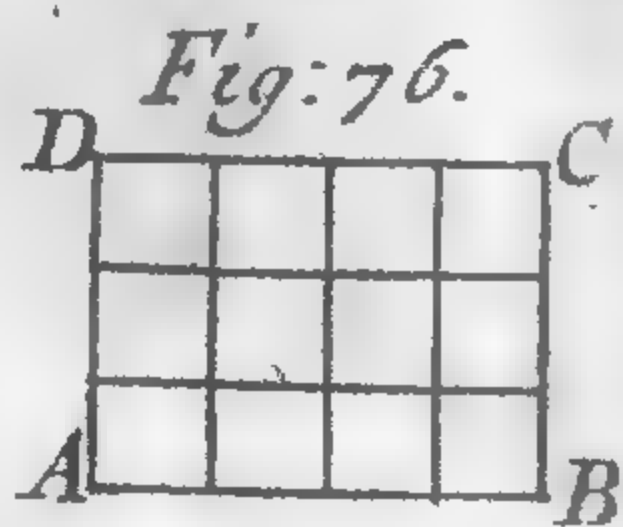
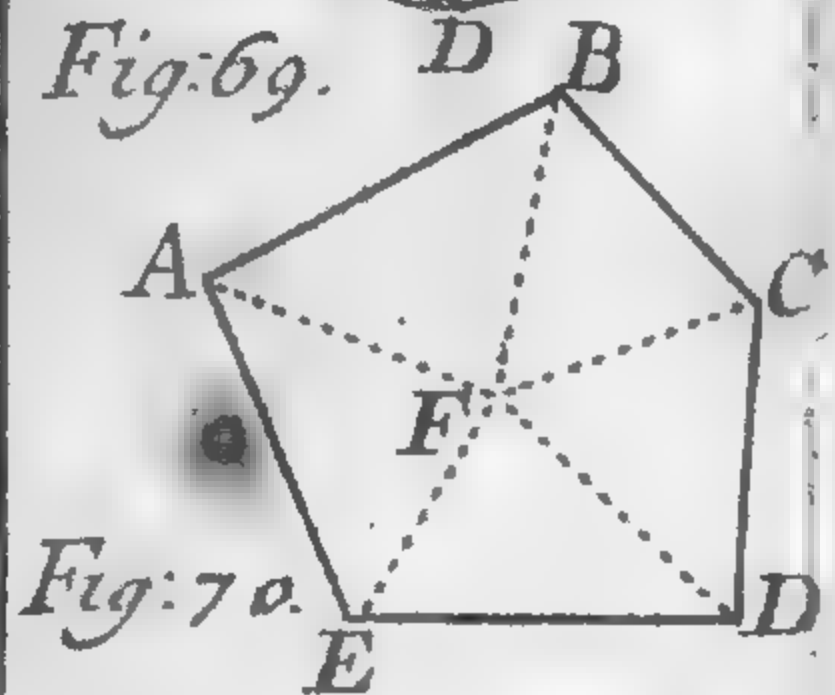
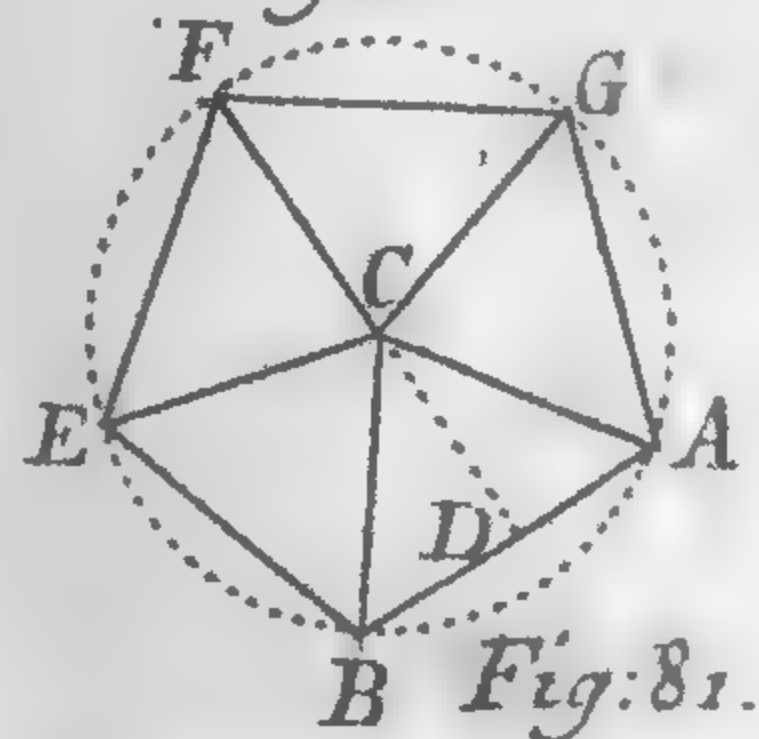
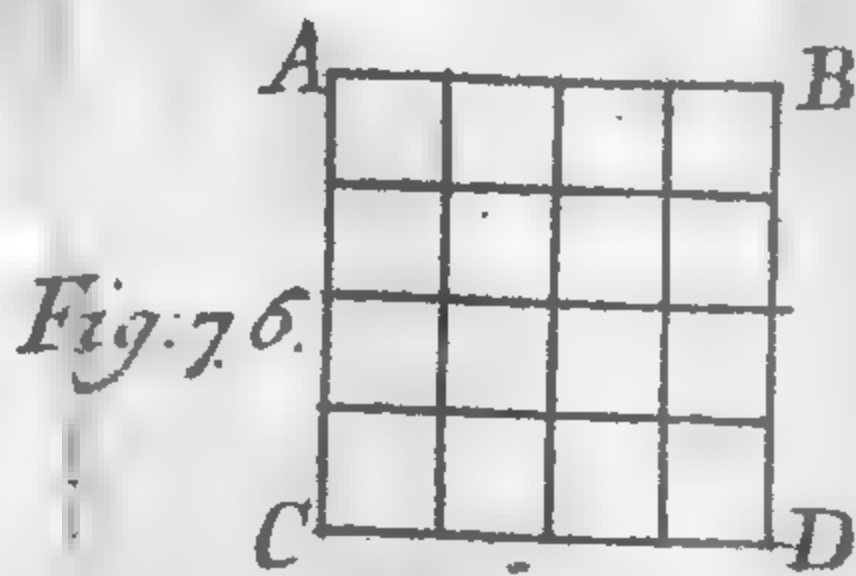
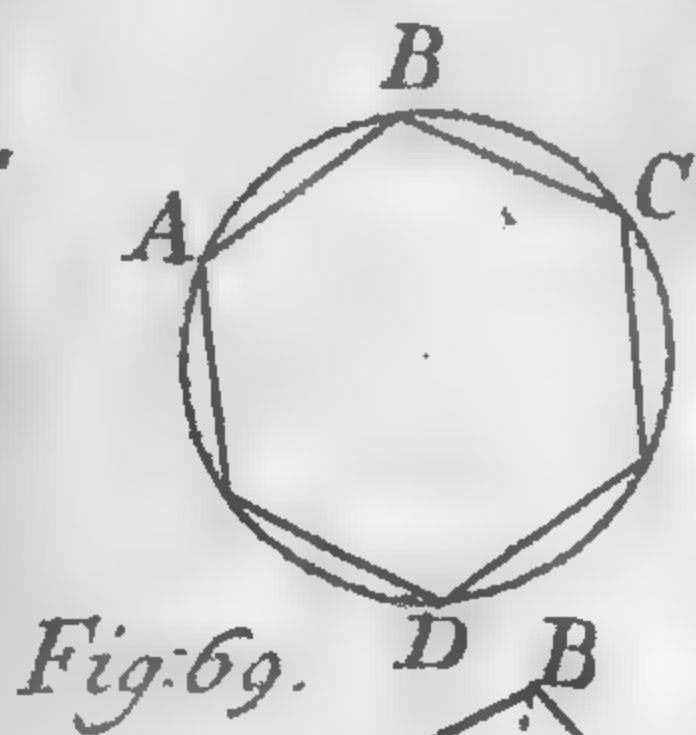
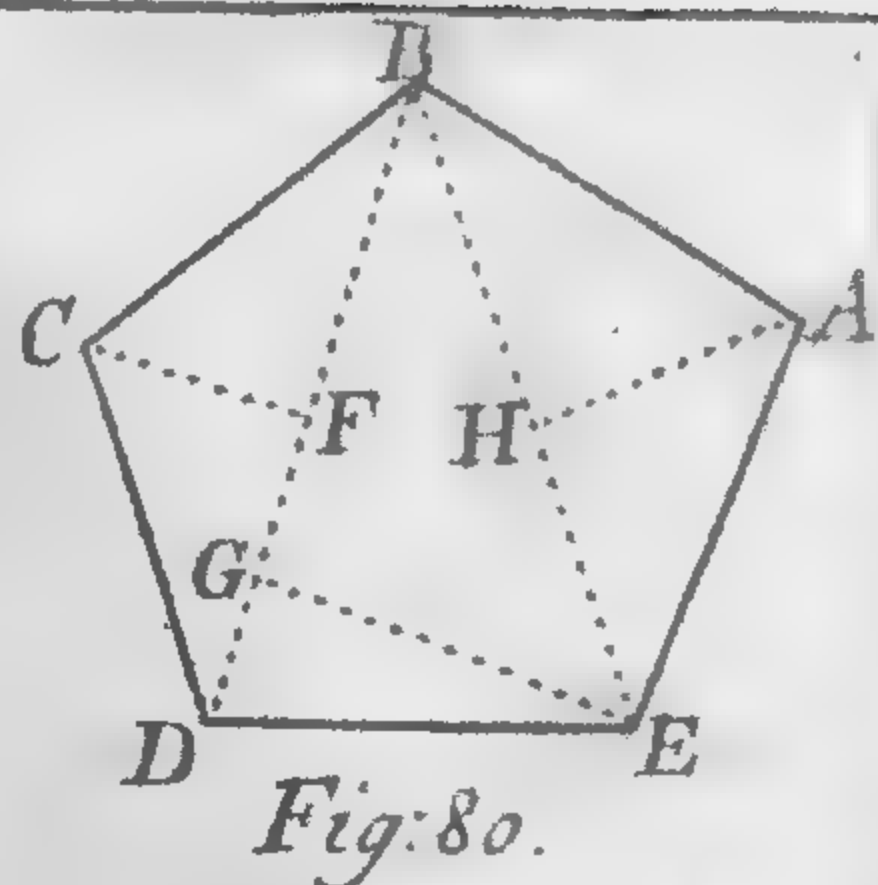
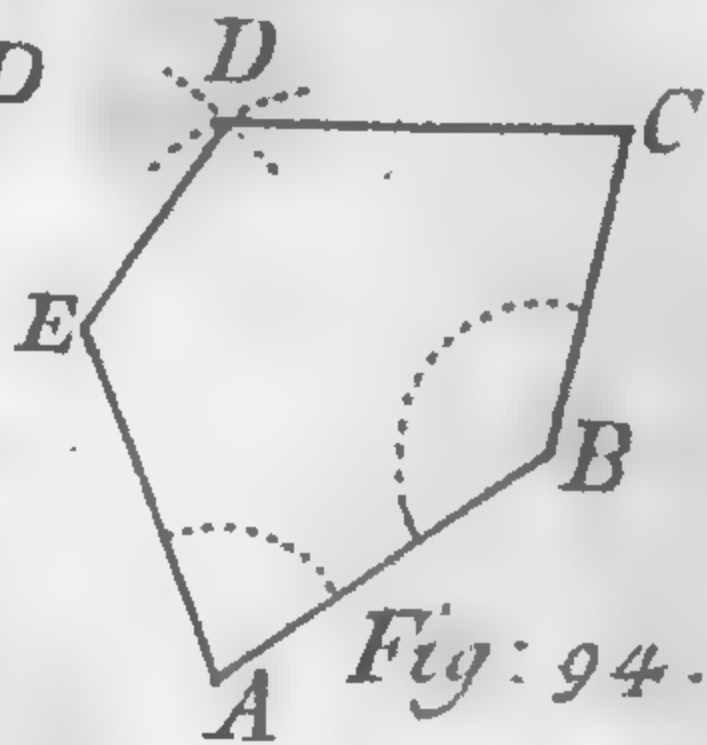
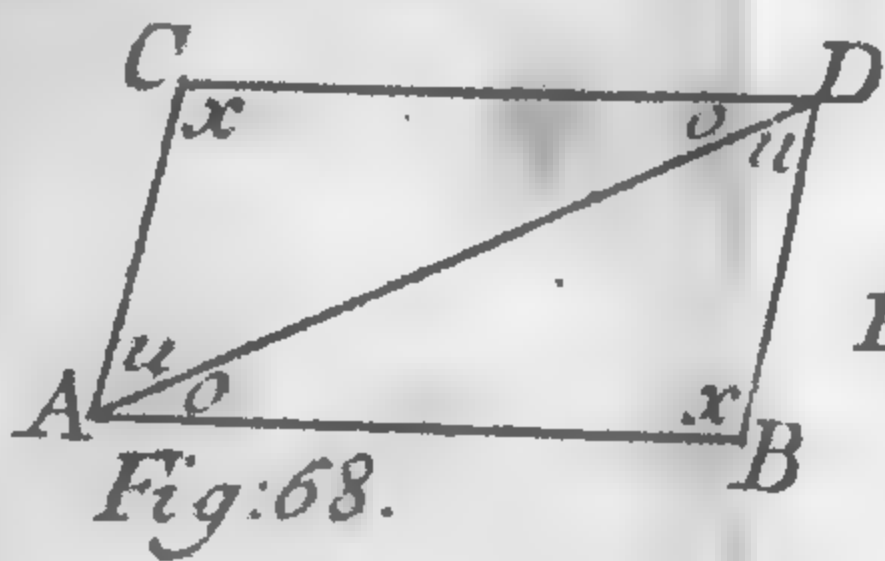


# FIG:GEOM:TAB:III.





# FIG: GEOM: TAB: IV.







# Fig. Geom. Tab. V.

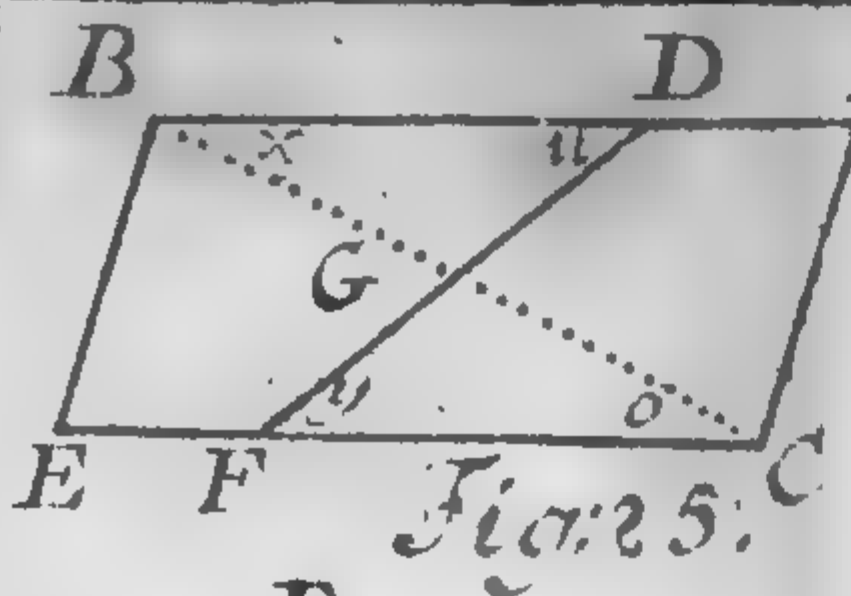


Fig. 25.

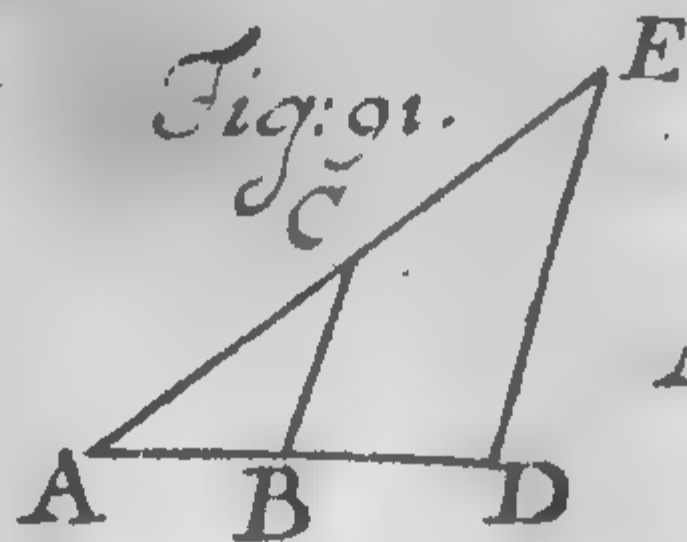


Fig. 91.

Fig. 95.

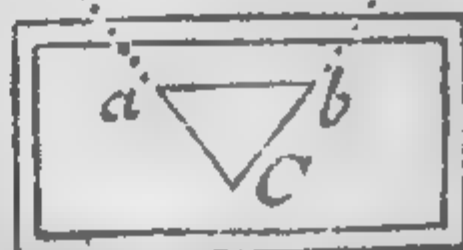
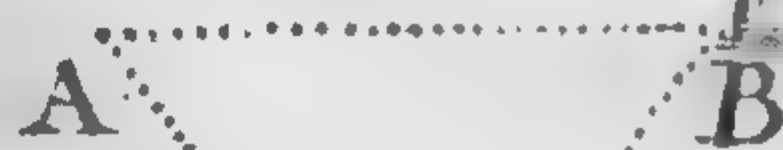


Fig. 92.

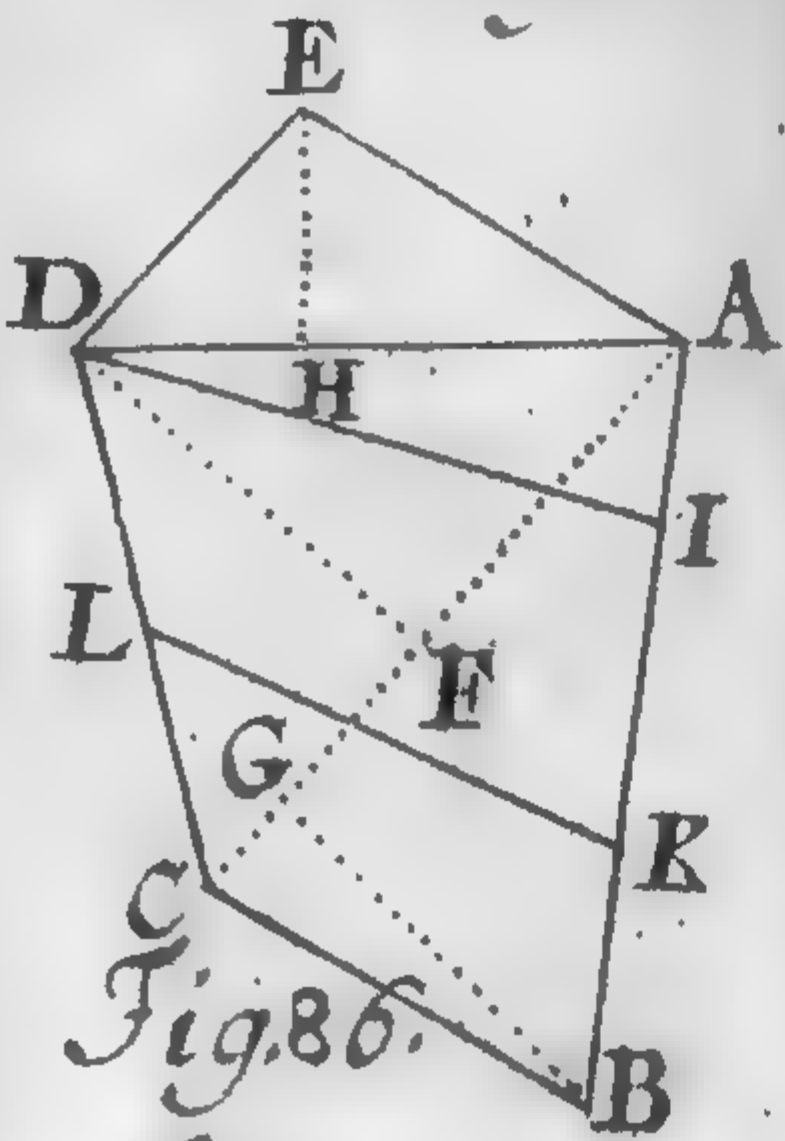


Fig. 86.

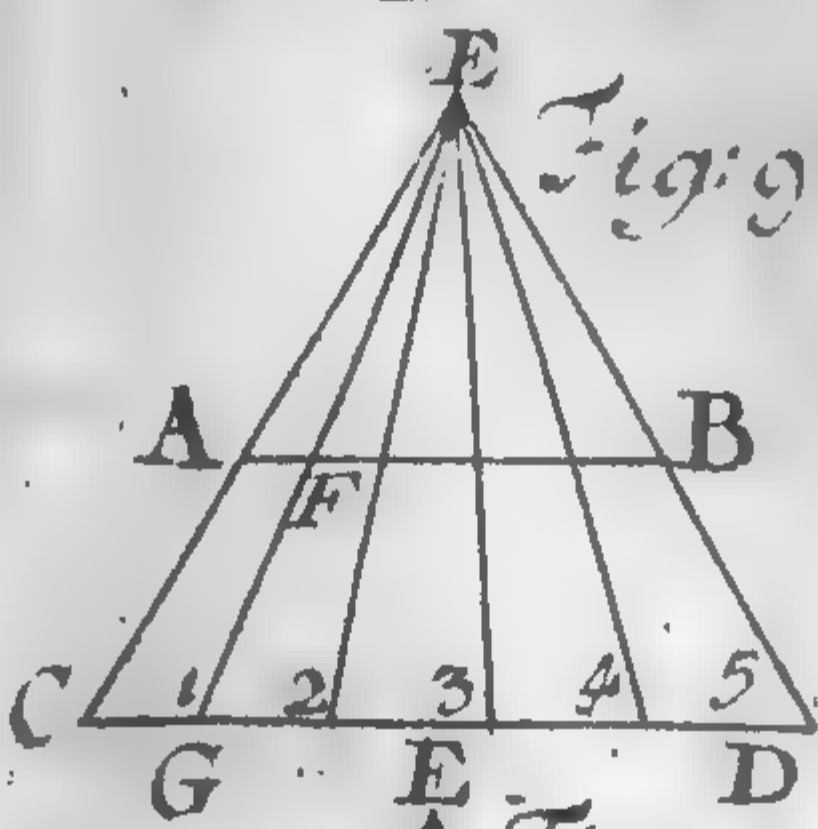


Fig. 92.

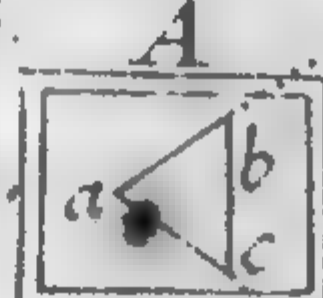


Fig. 93.

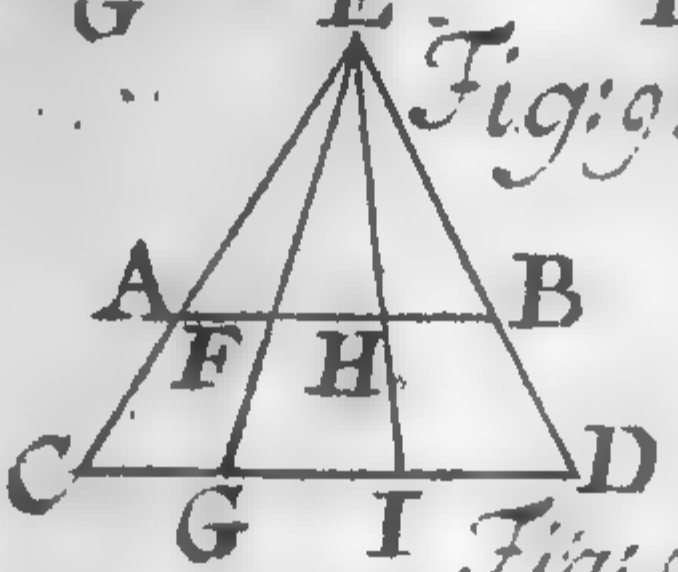


Fig. 94.

Fig. 96.

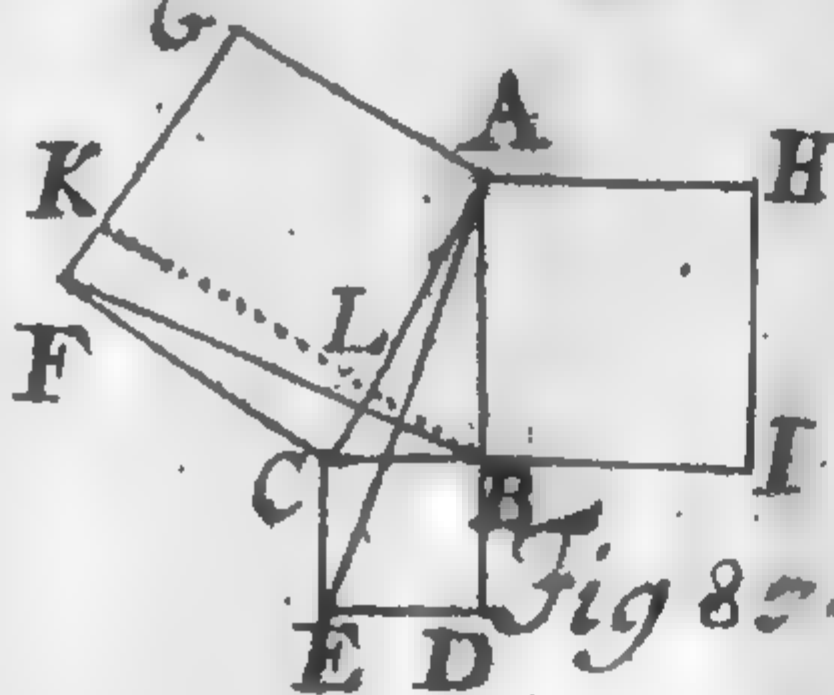
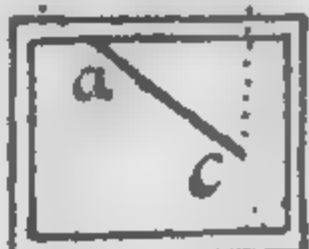


Fig. 87.



Fig. 97.

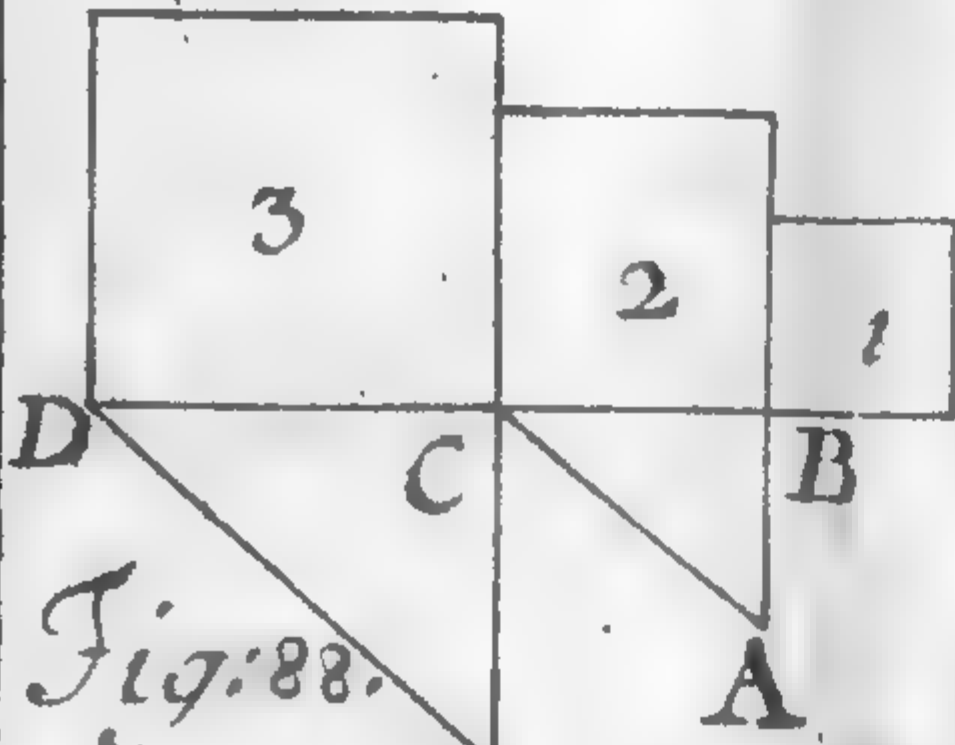


Fig. 88.

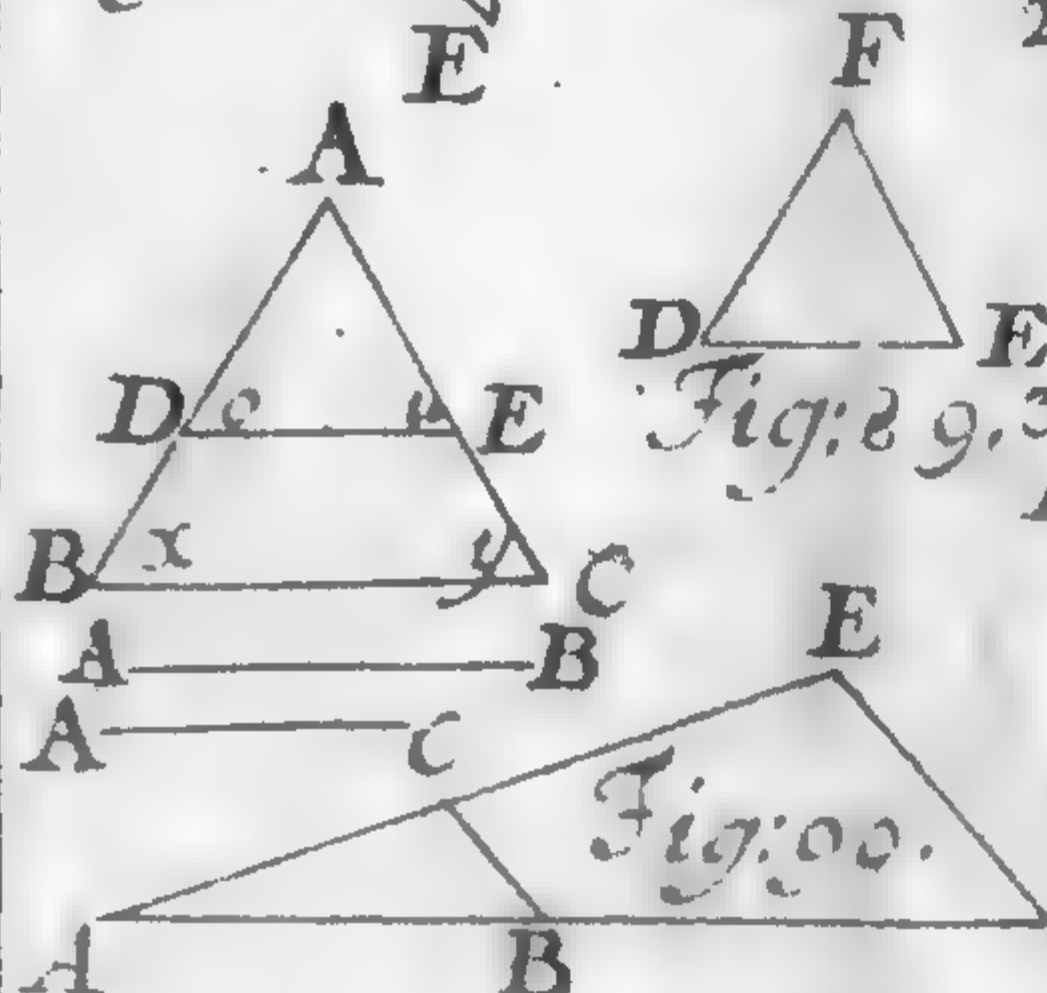


Fig. 89.

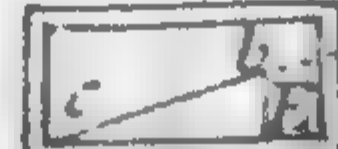
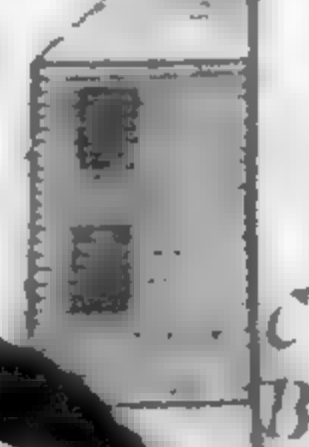
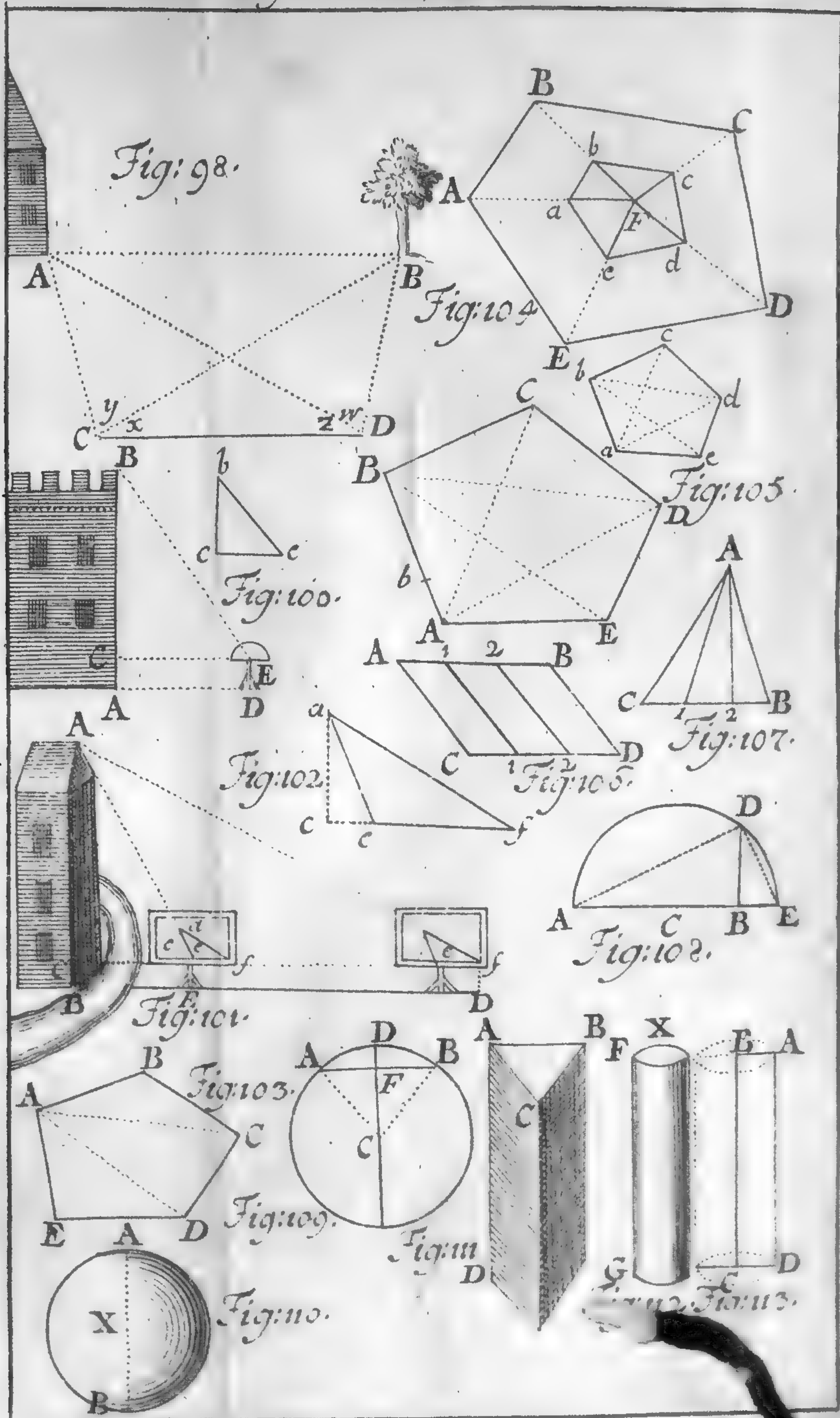


Fig. 90.



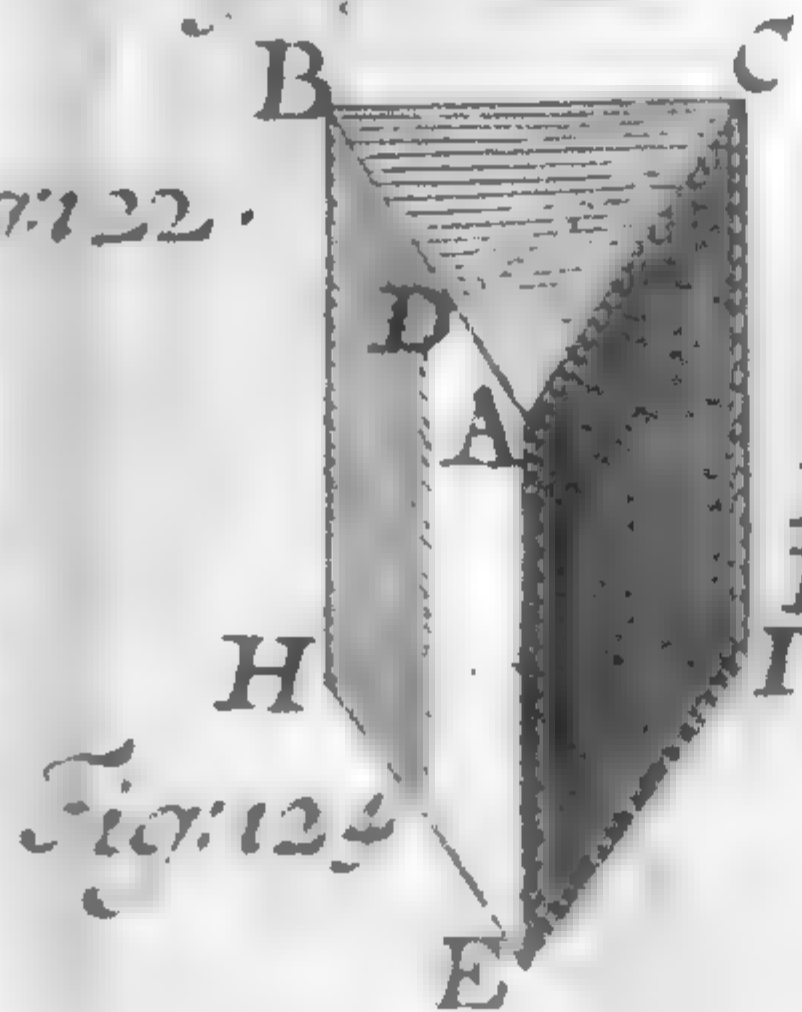
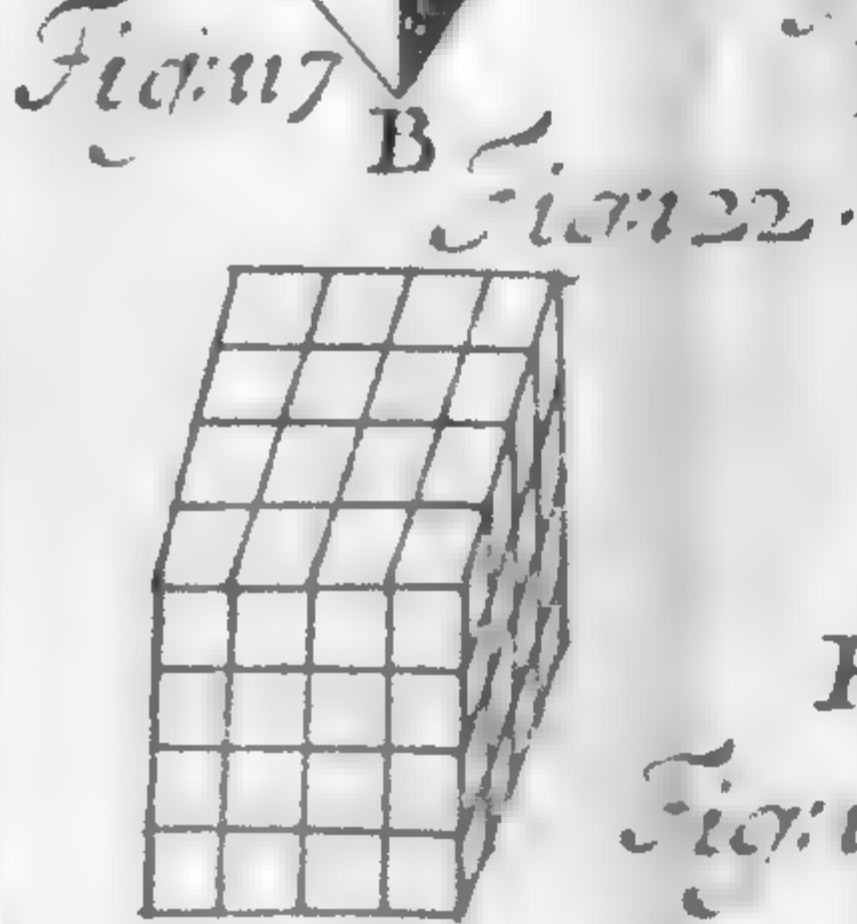
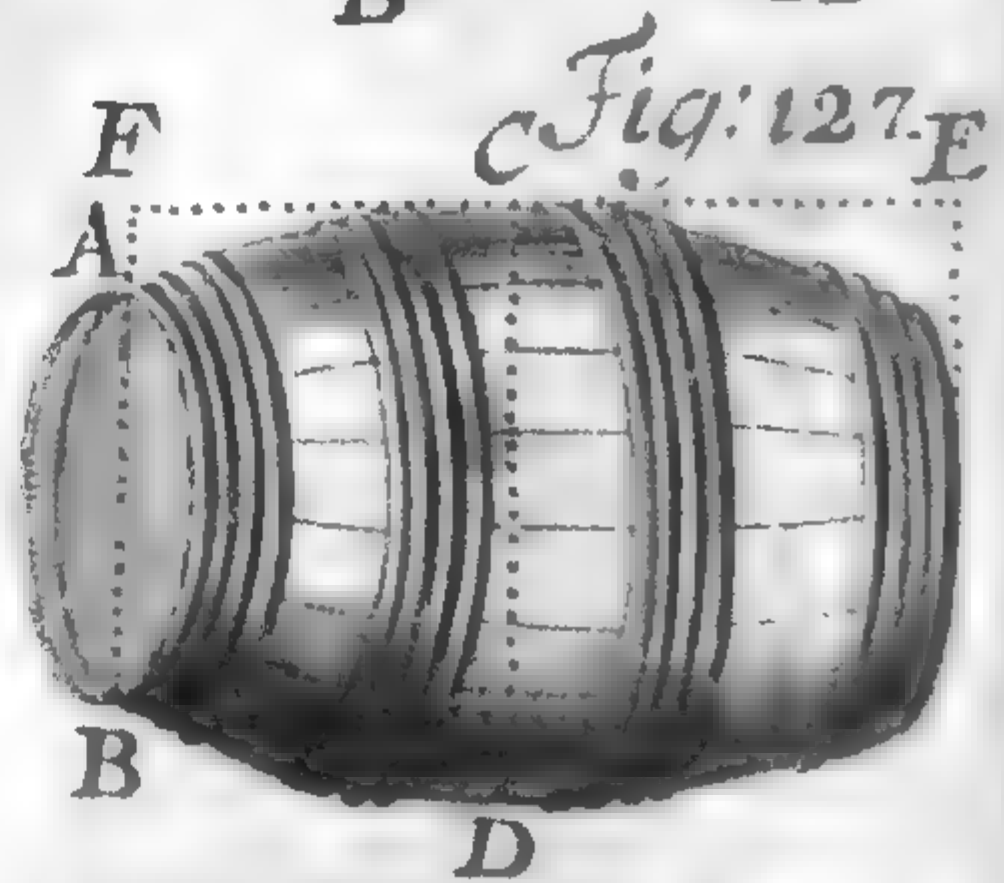
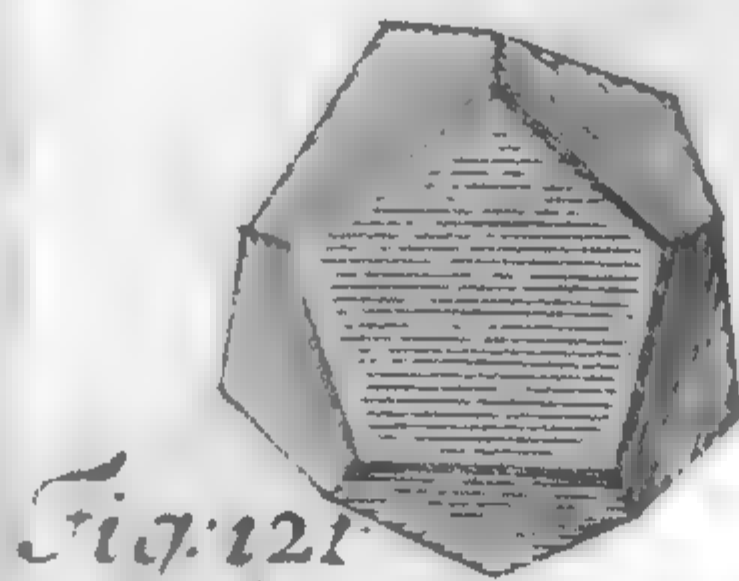
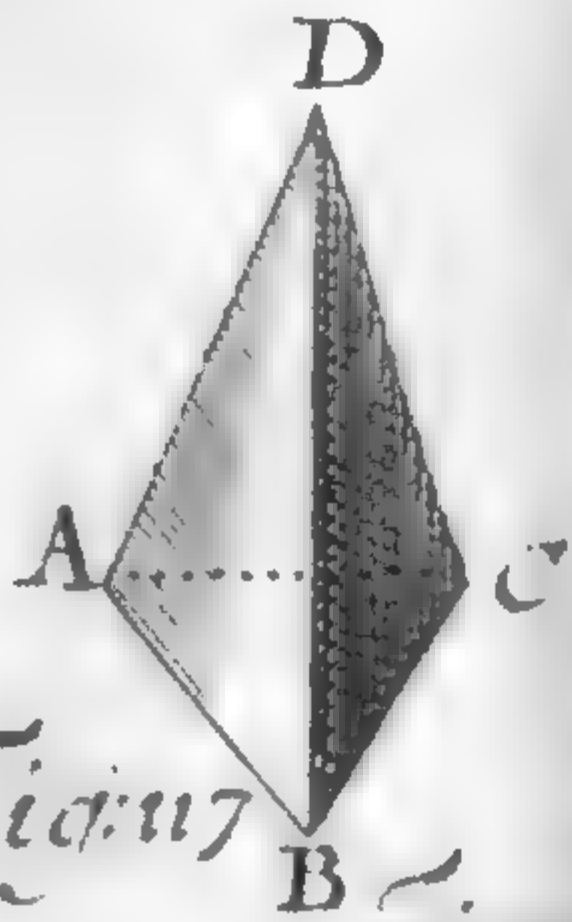
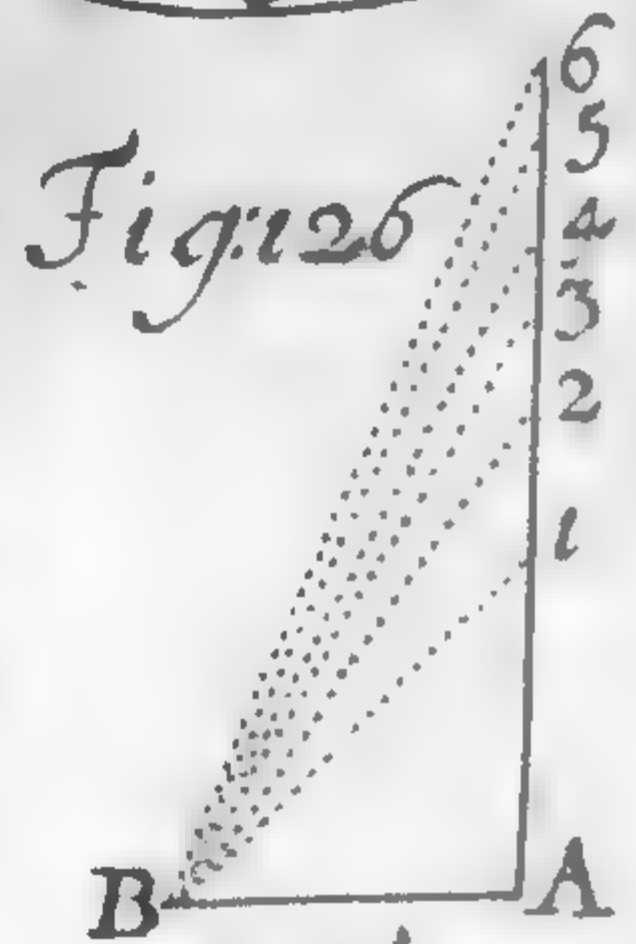
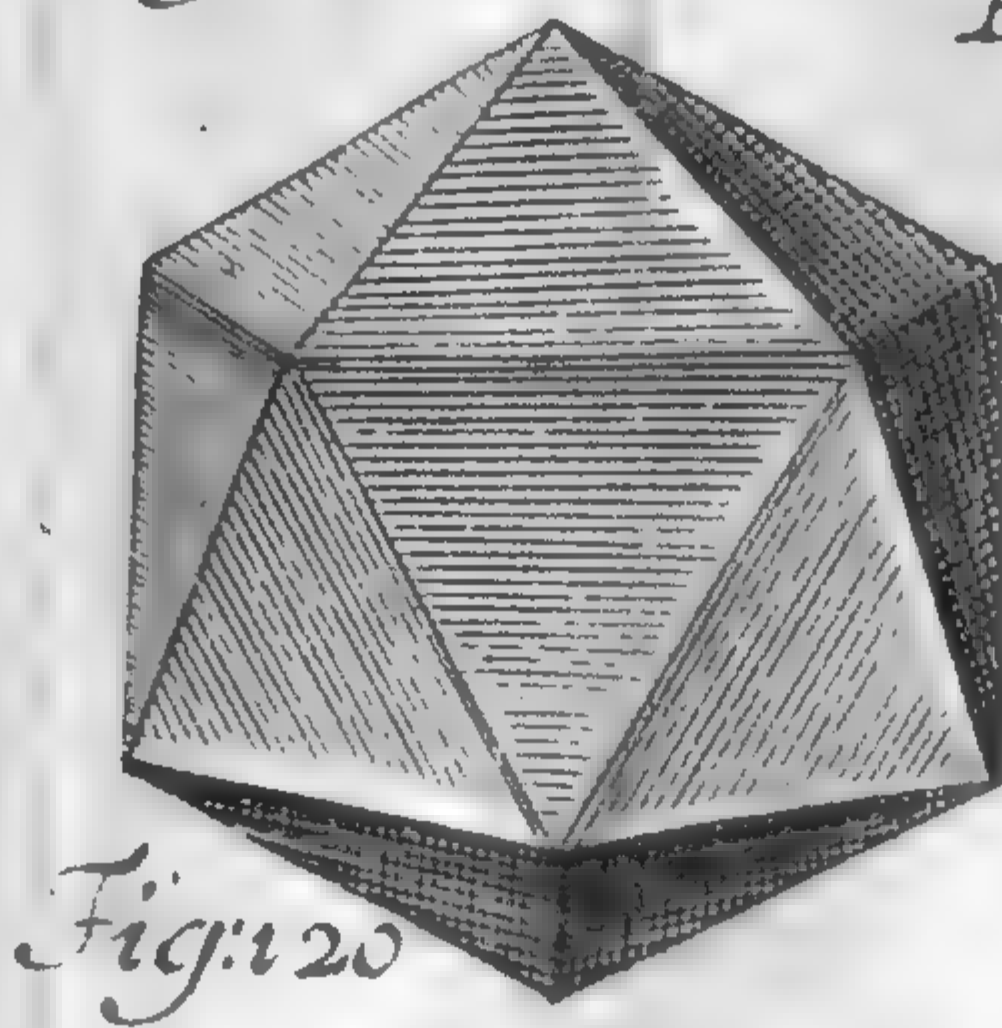
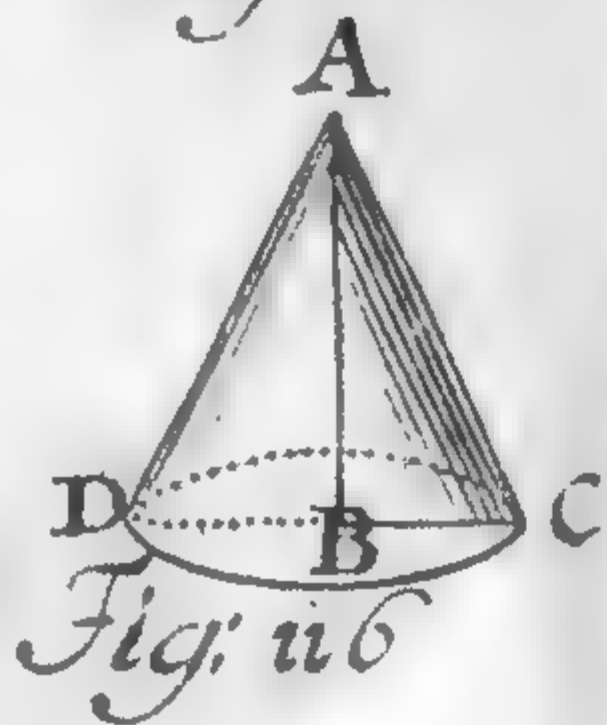
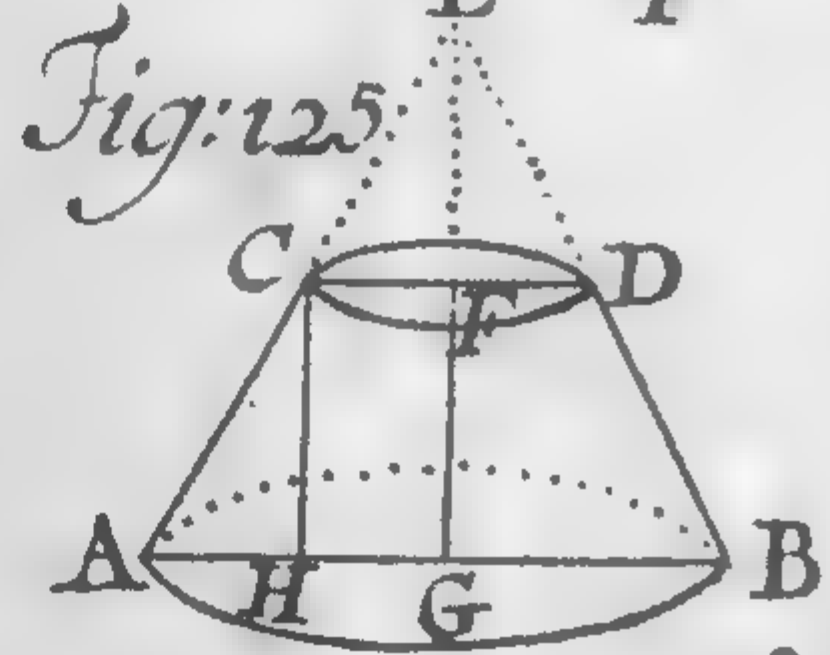
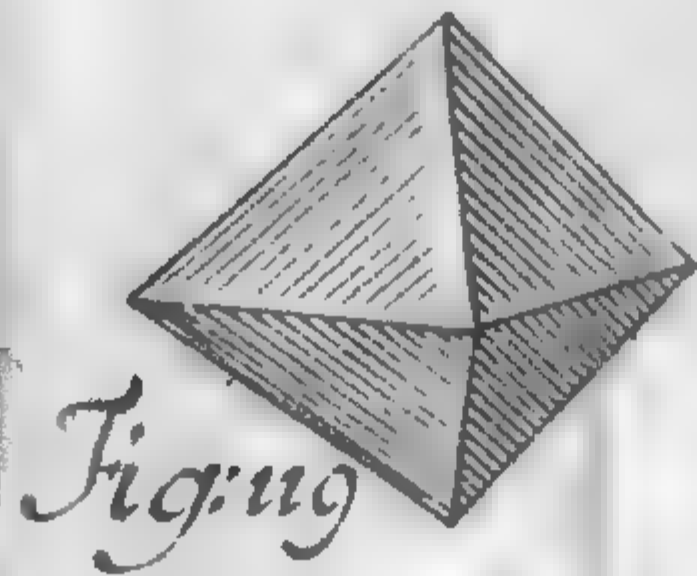
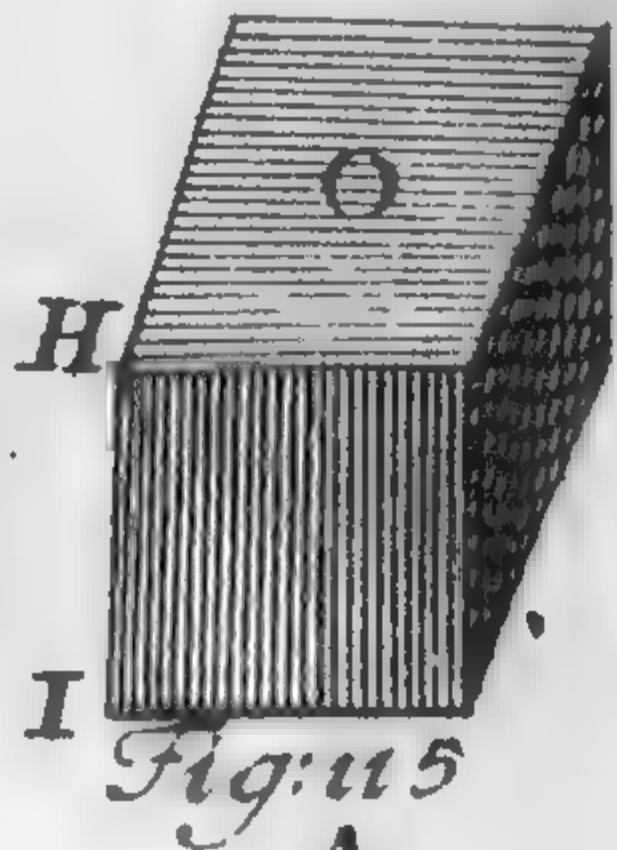
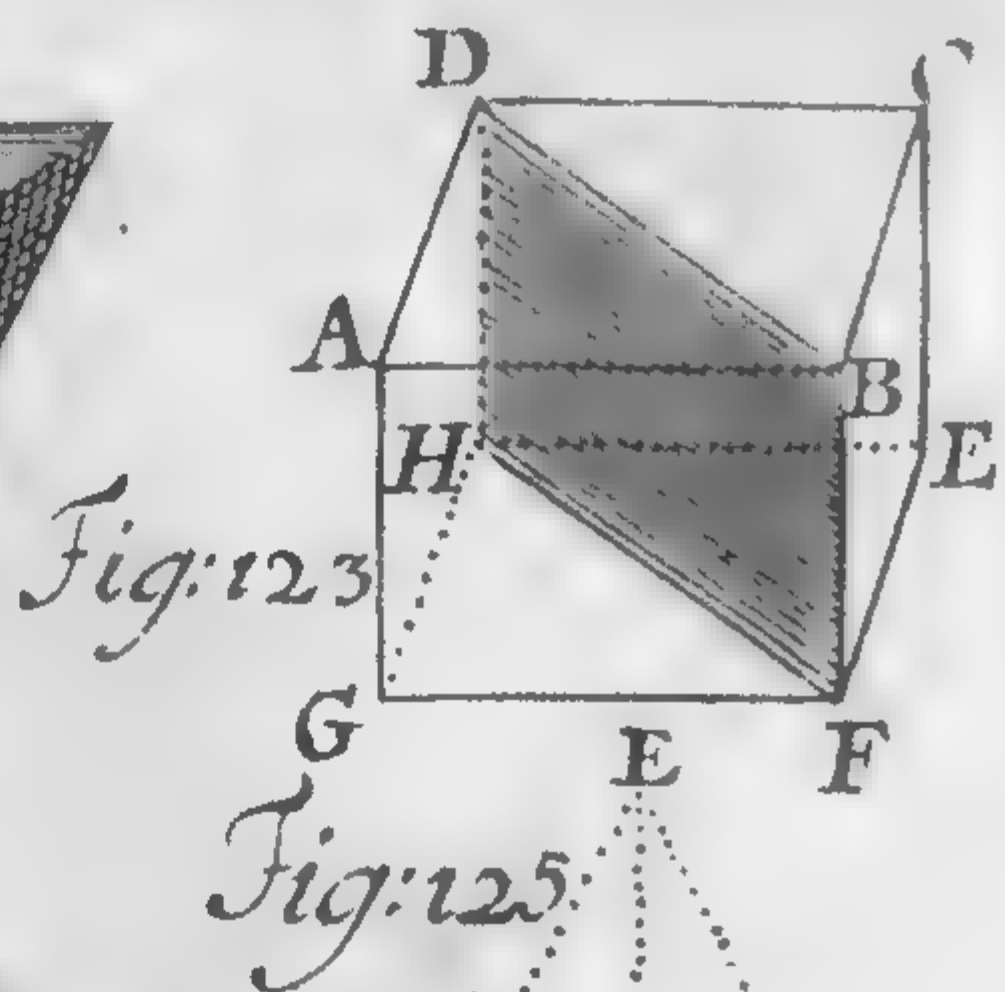
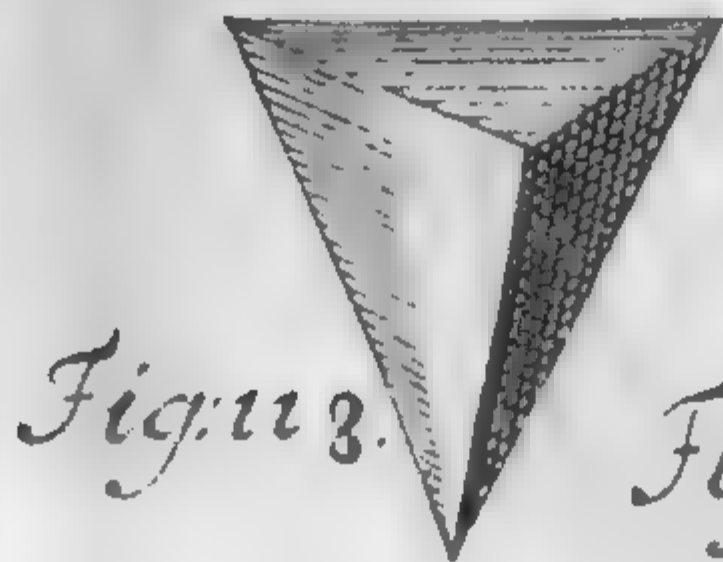
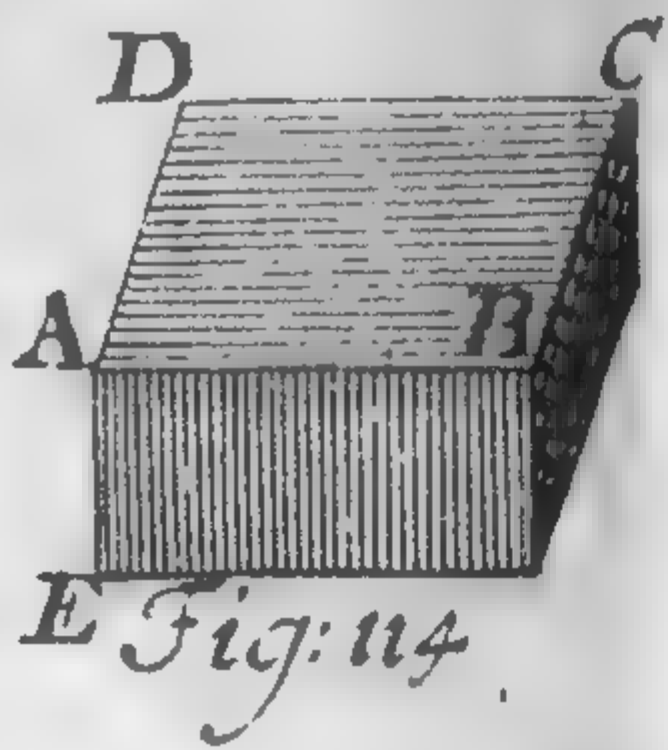






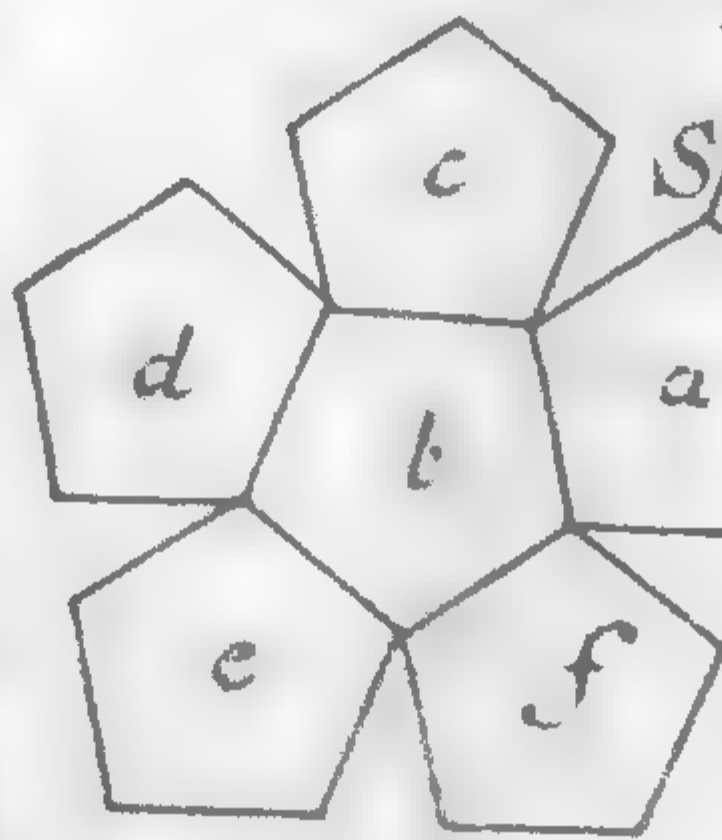
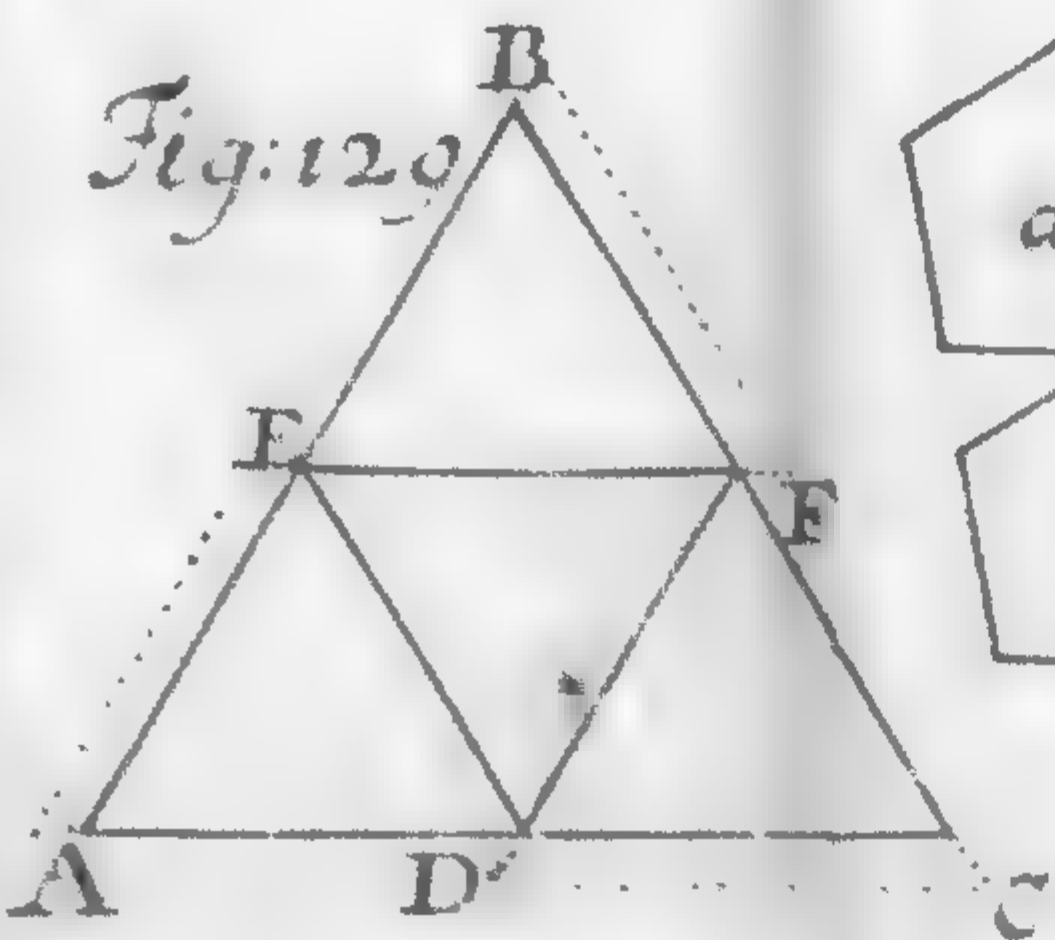
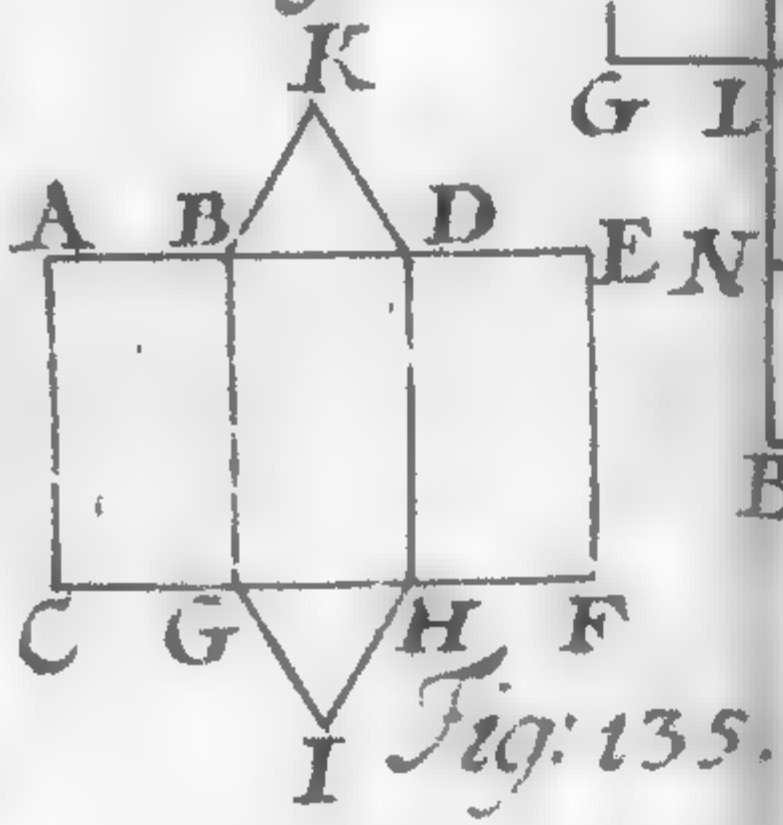
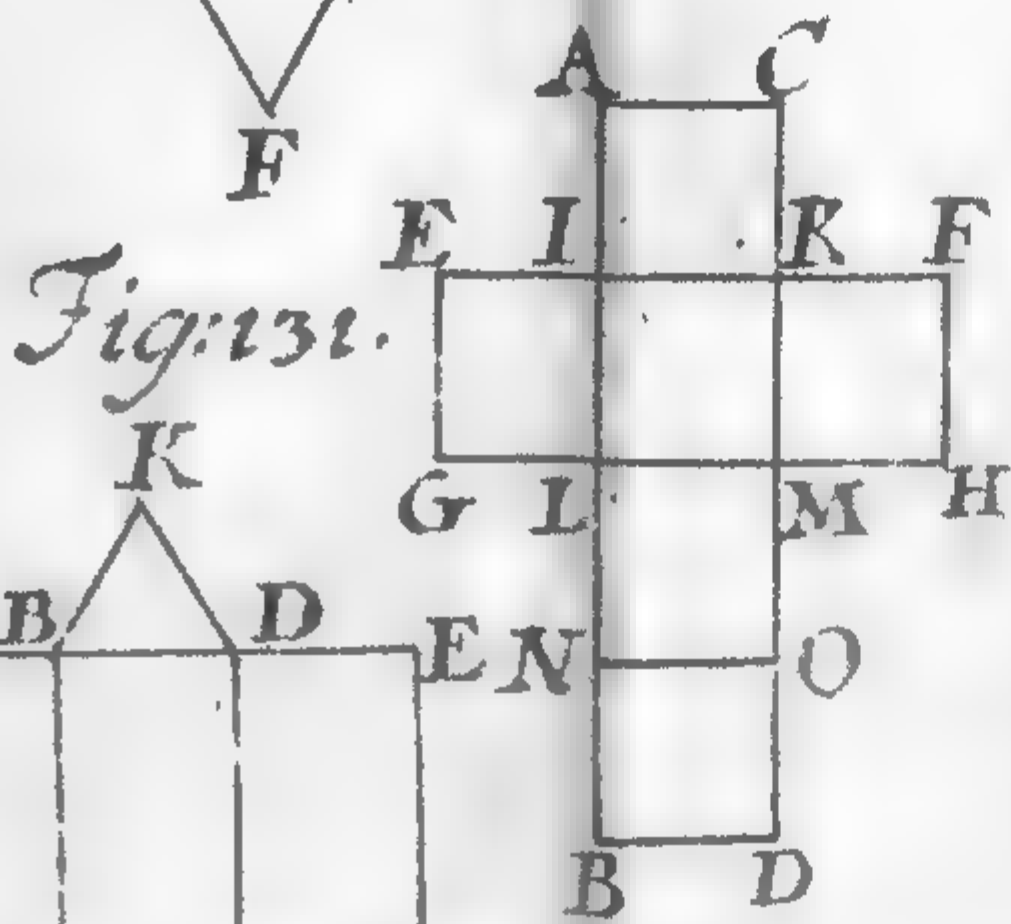
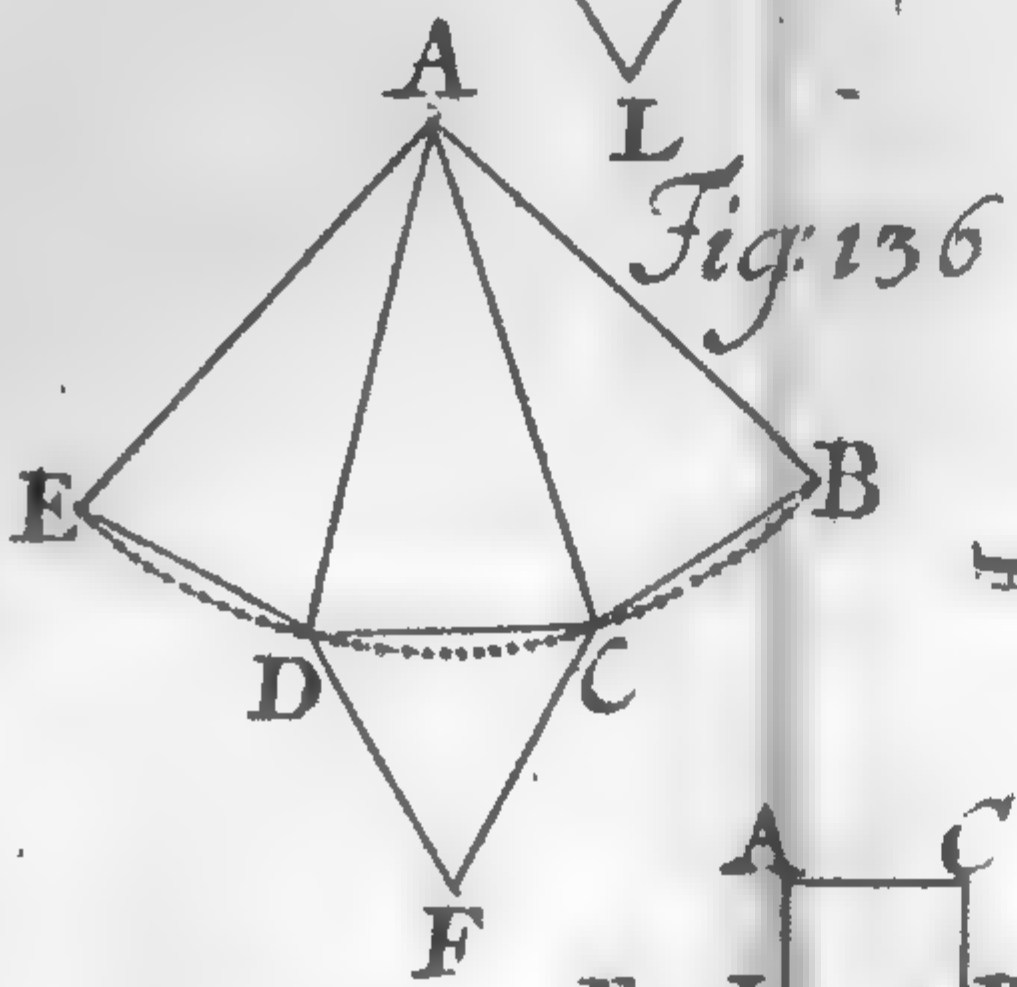
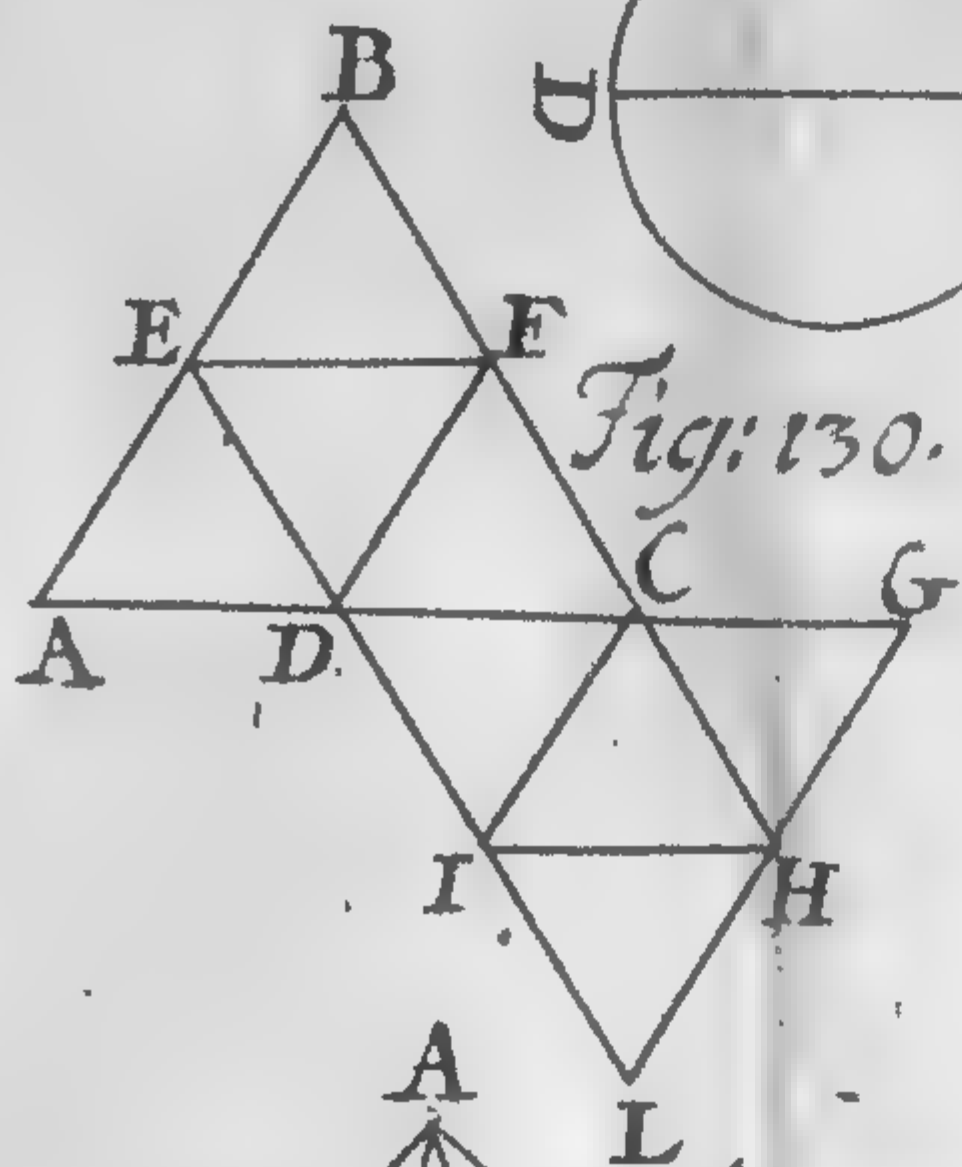


# Fig. Geom. Tab. VII.

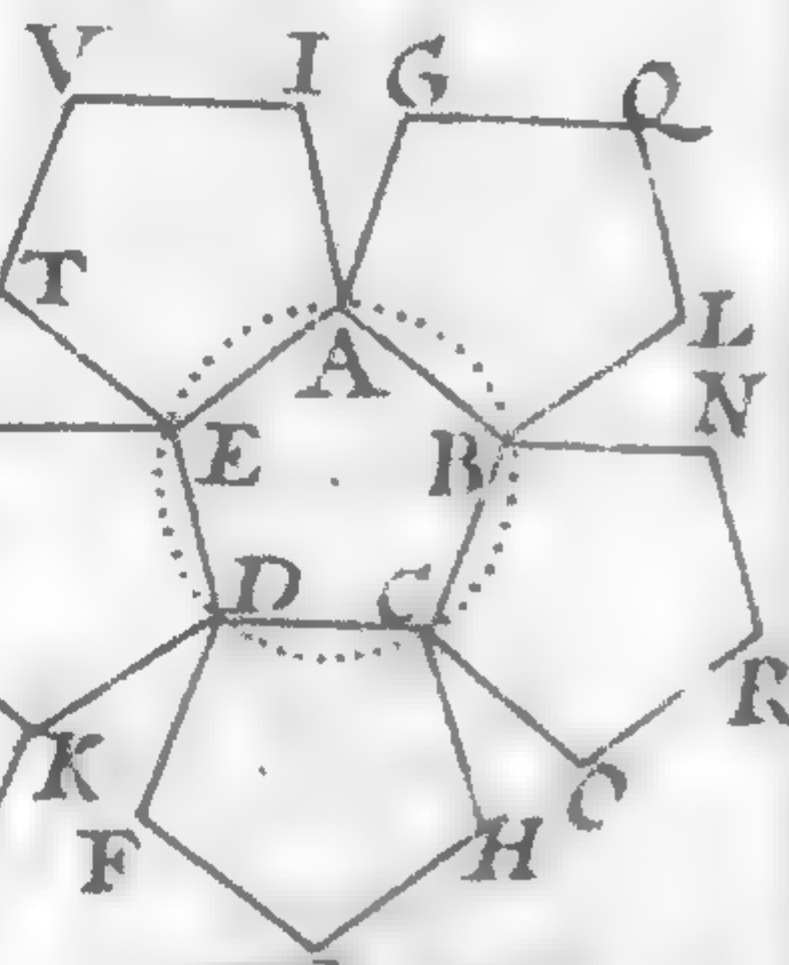
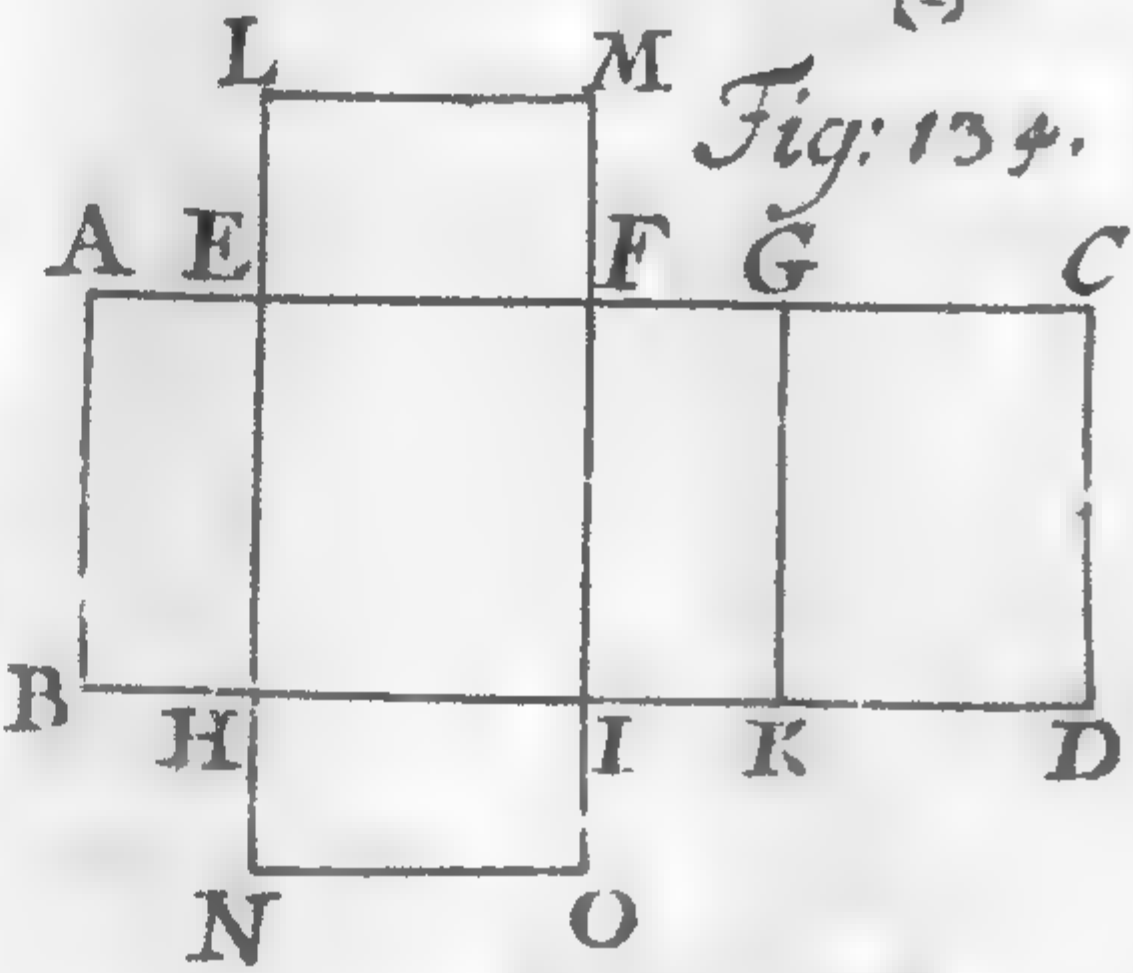
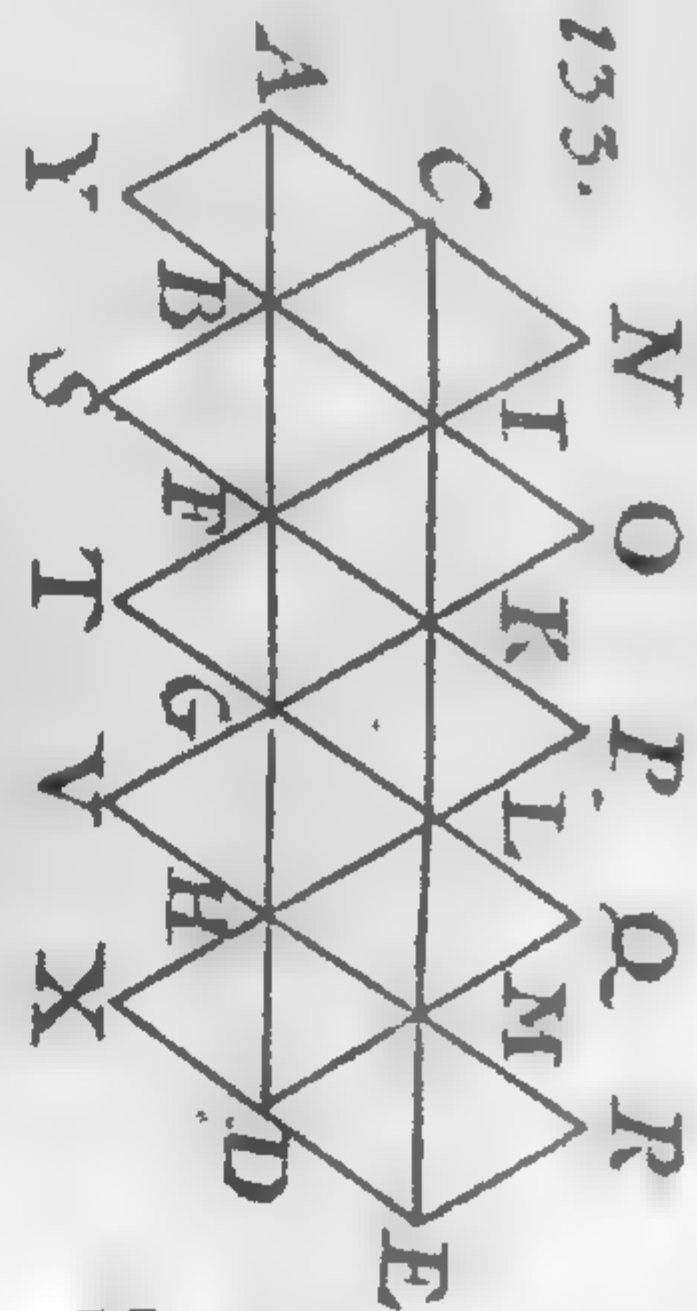




*Fig. Geom. Tab. VIII.*



*Fig: 137.*







# Fig. Trigon Tab. I.

Fig: 1.

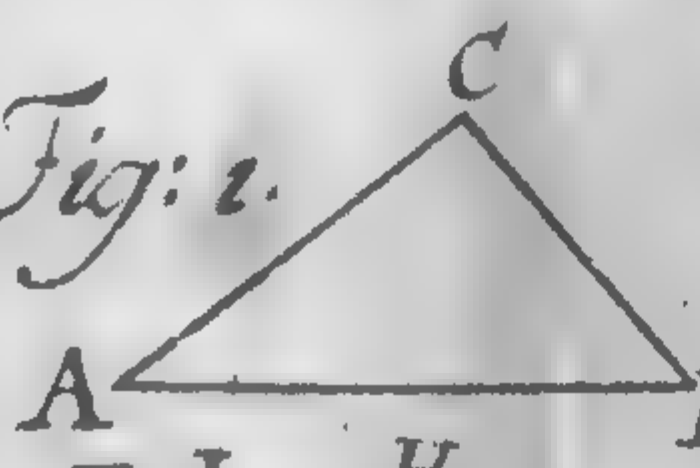


Fig: 5.

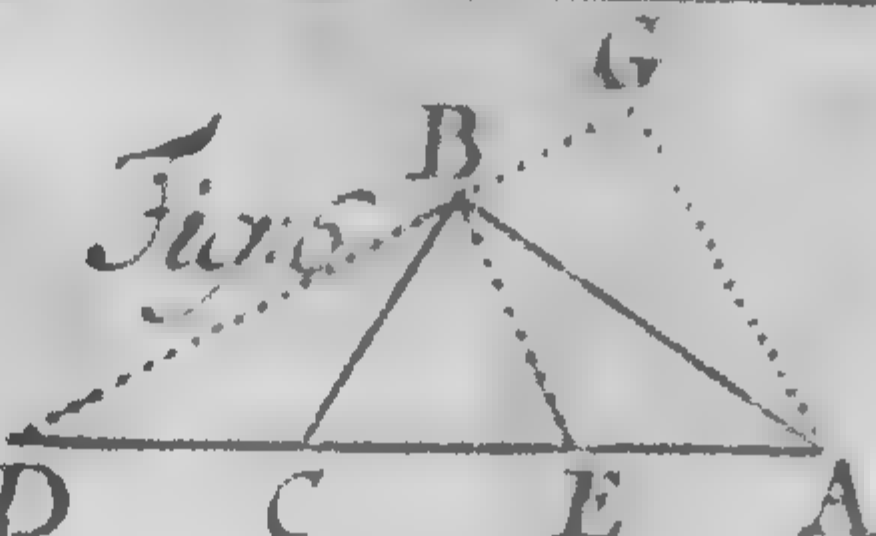


Fig: 2.



Fig: 2.

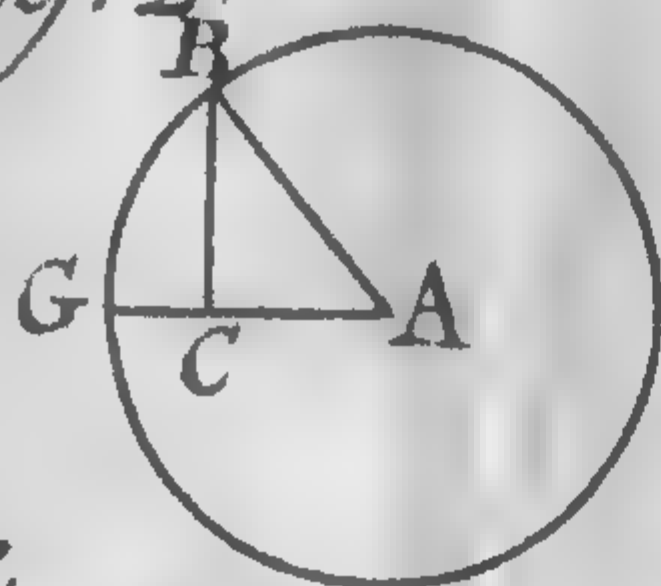


Fig: 7.

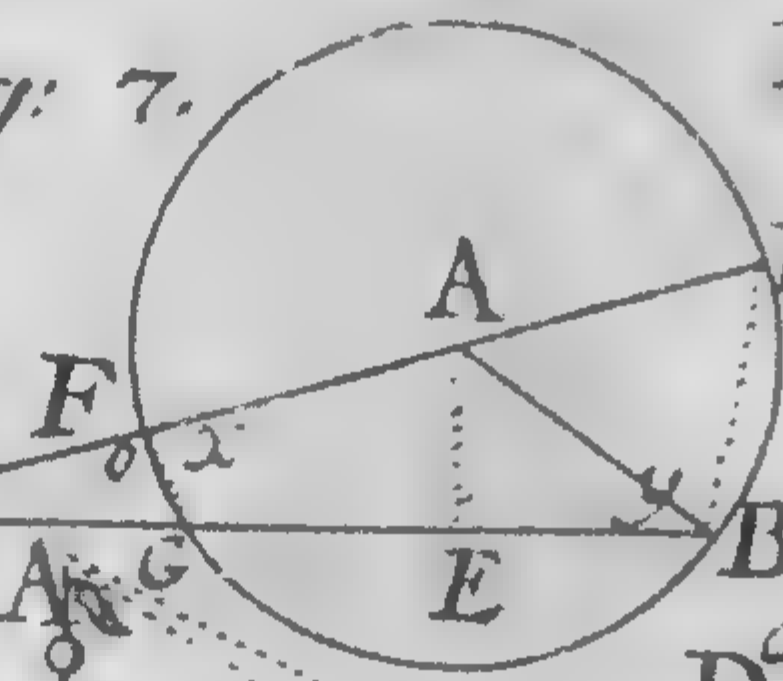


Fig: 9.



Fig: 10.

Fig: 3.

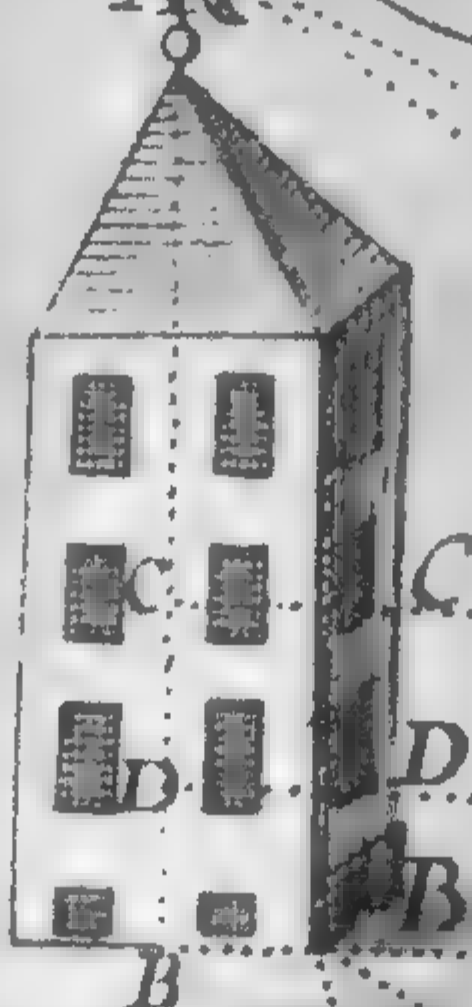


Fig: 13.

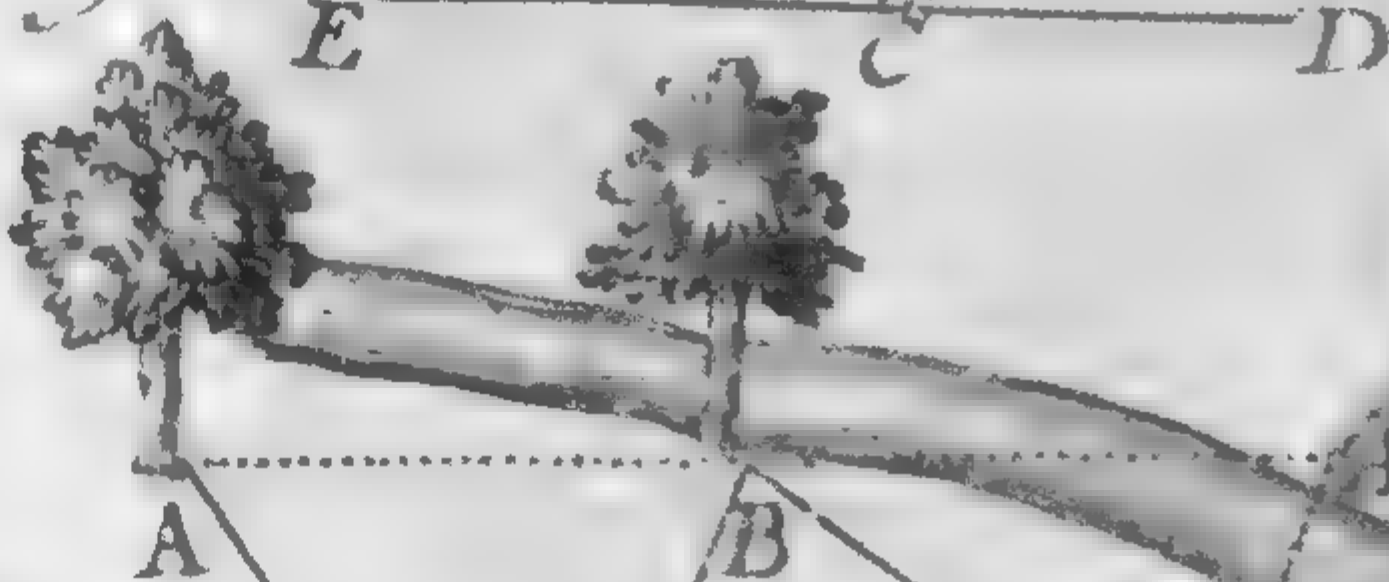


Fig: 4.

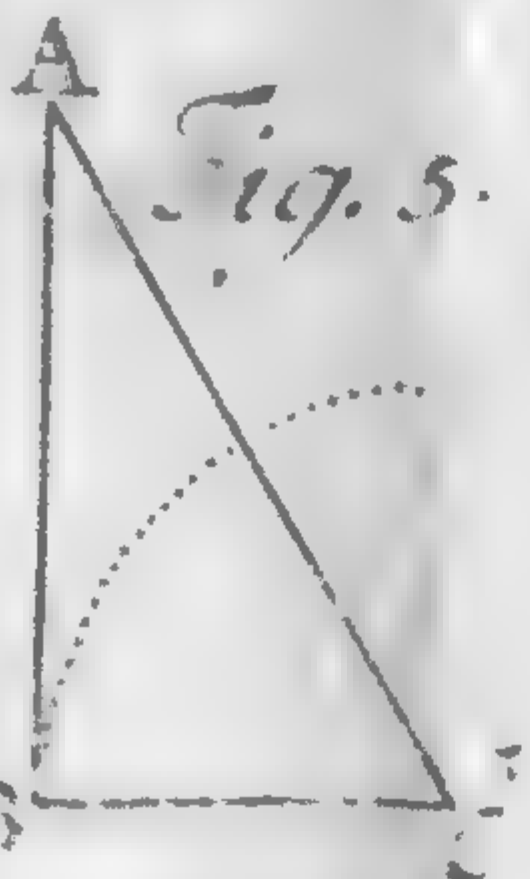


Fig: 5.

Fig: 11.

Fig: 14.

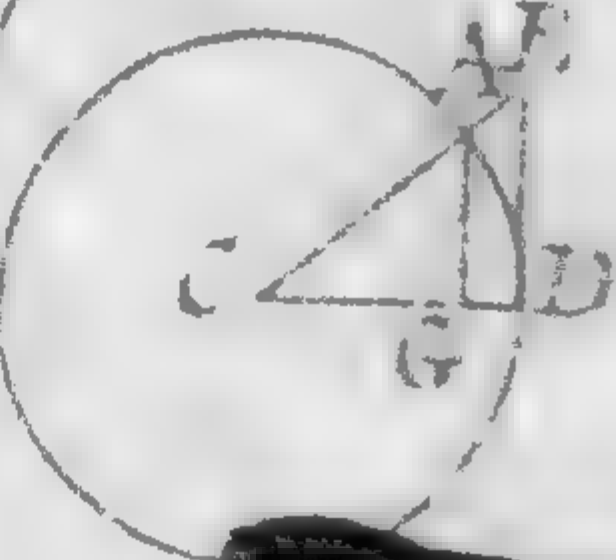


Fig: 12.





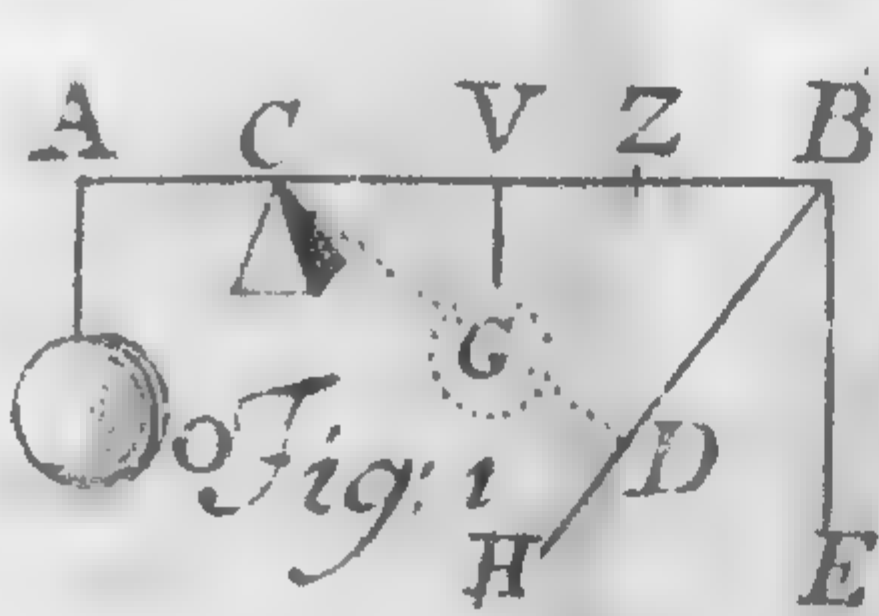


Fig. 1.

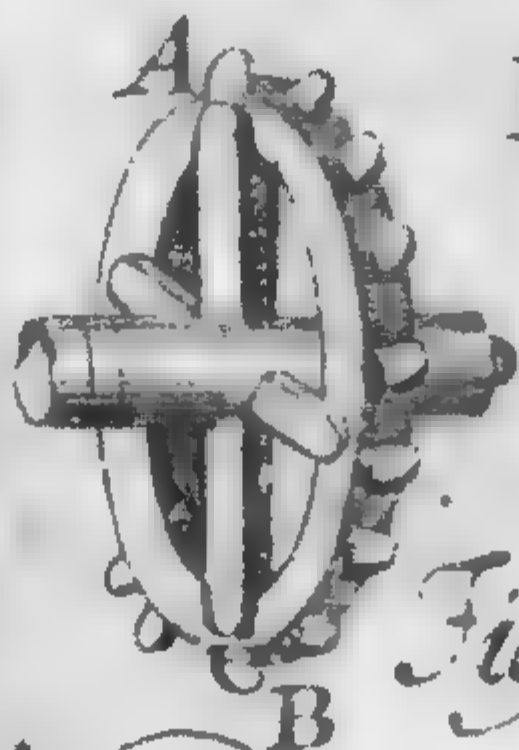


Fig. 5.

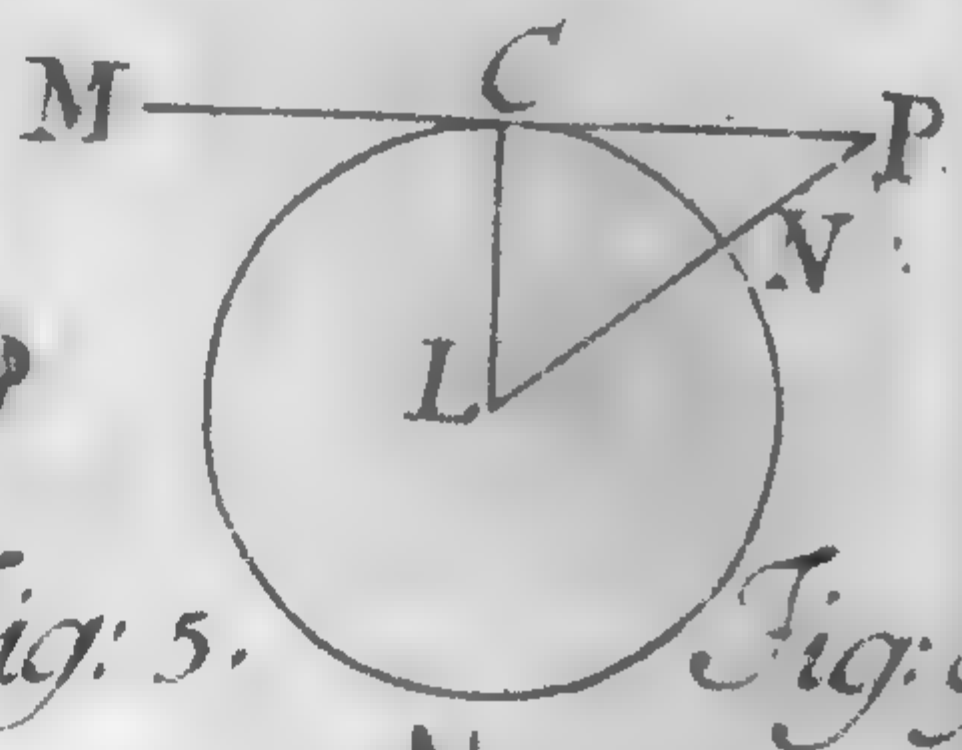


Fig. 9.

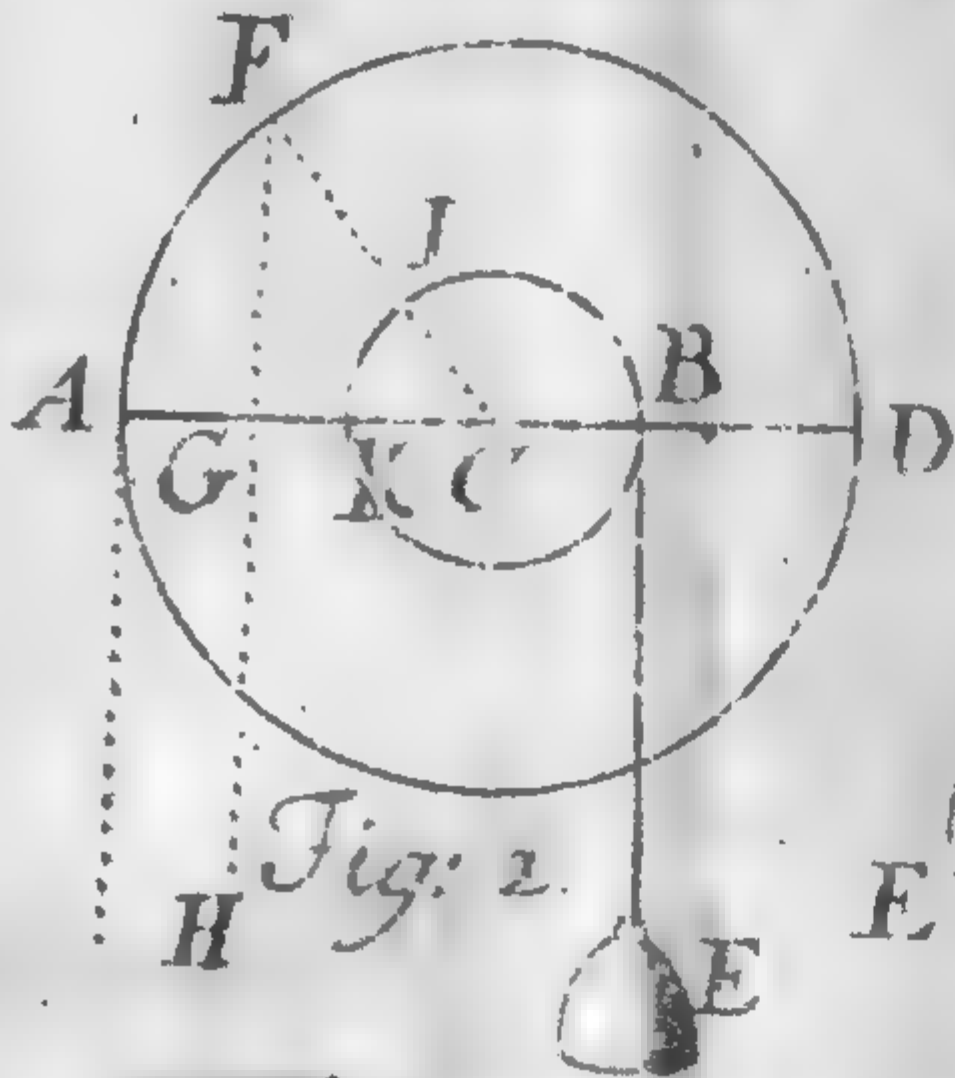


Fig. 2.

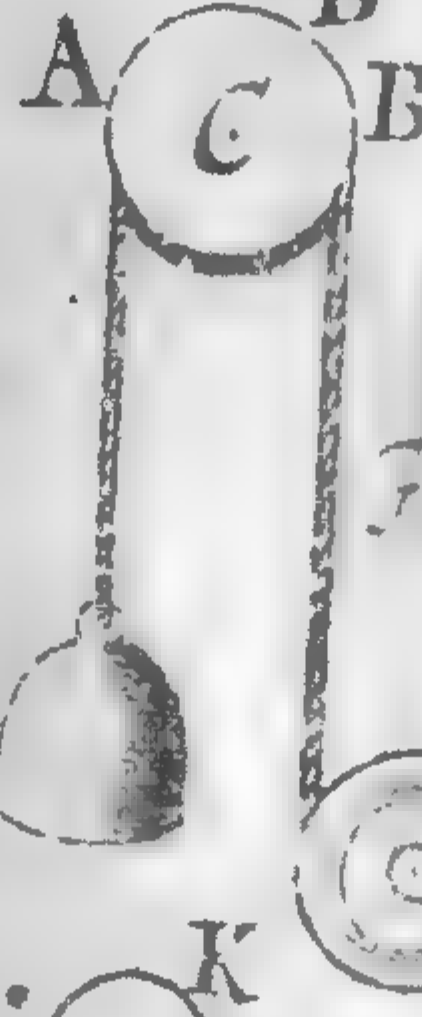


Fig. 5.

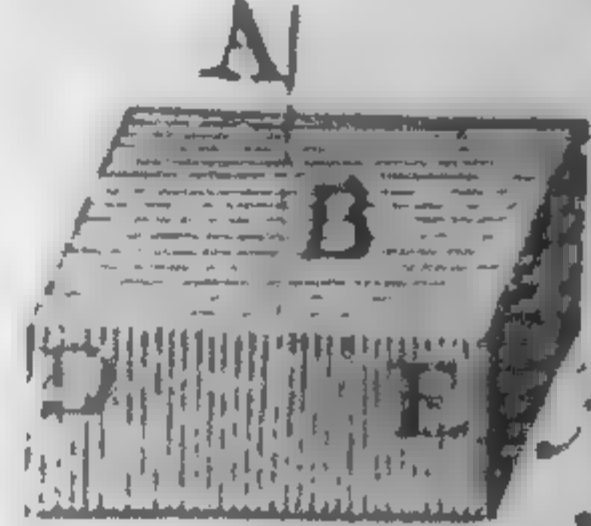


Fig. 10.

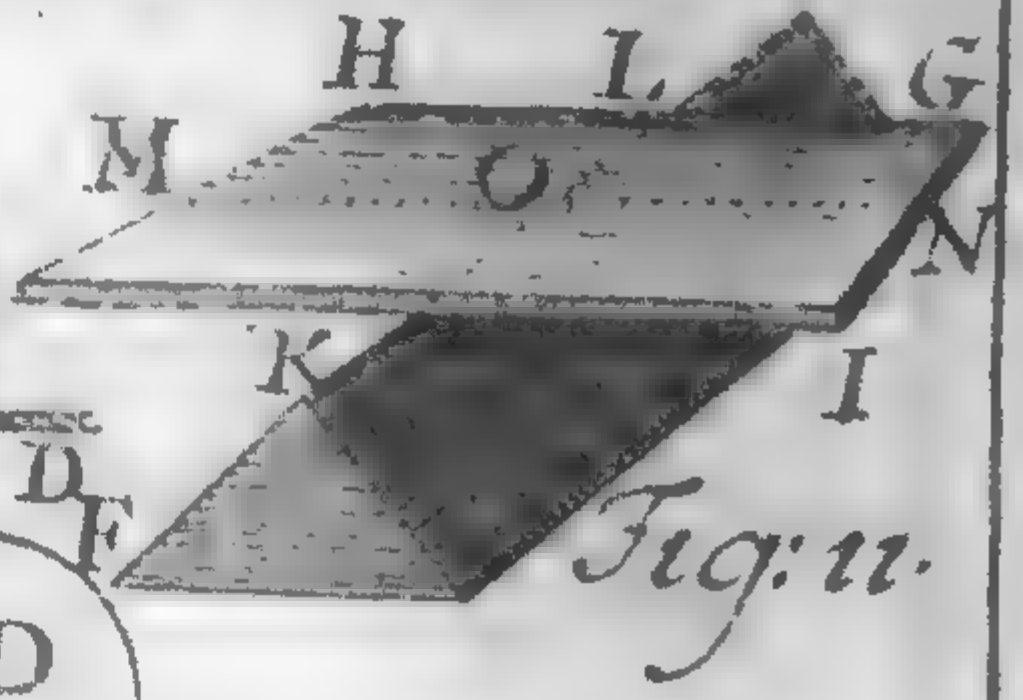


Fig. 11.

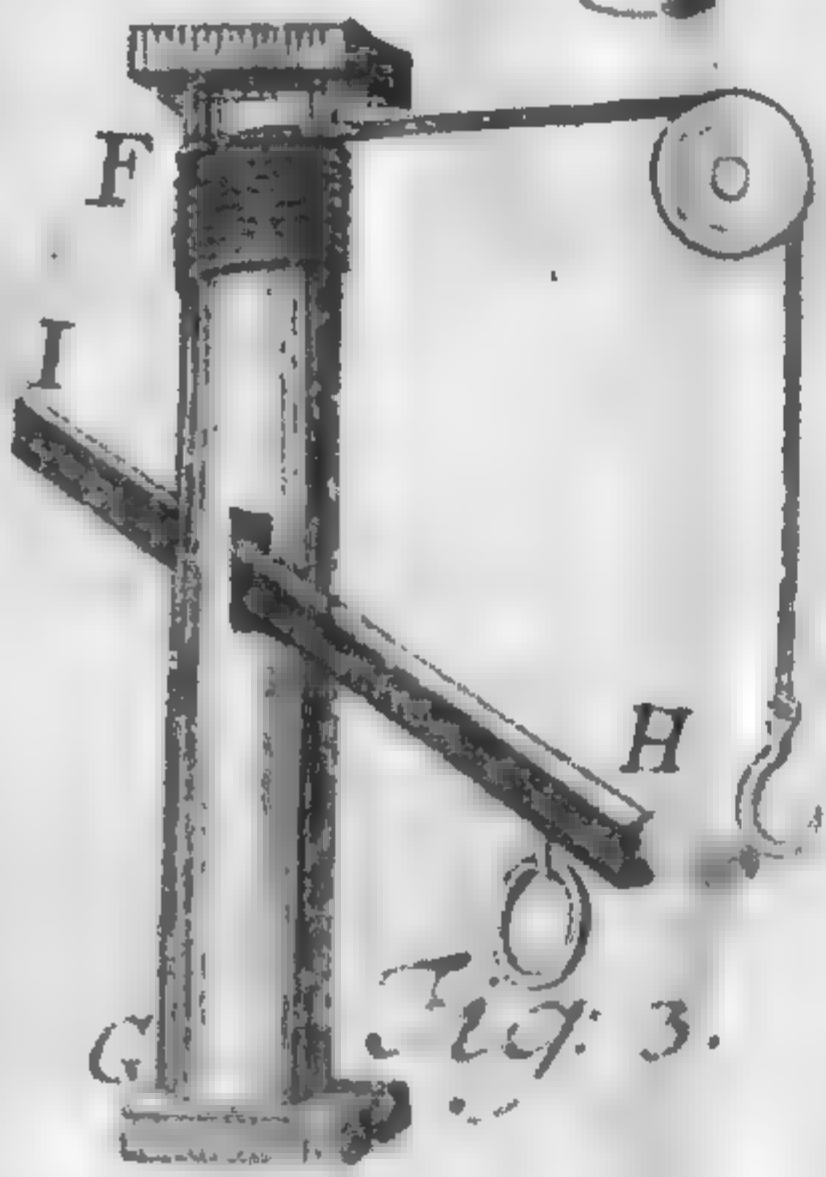


Fig. 3.

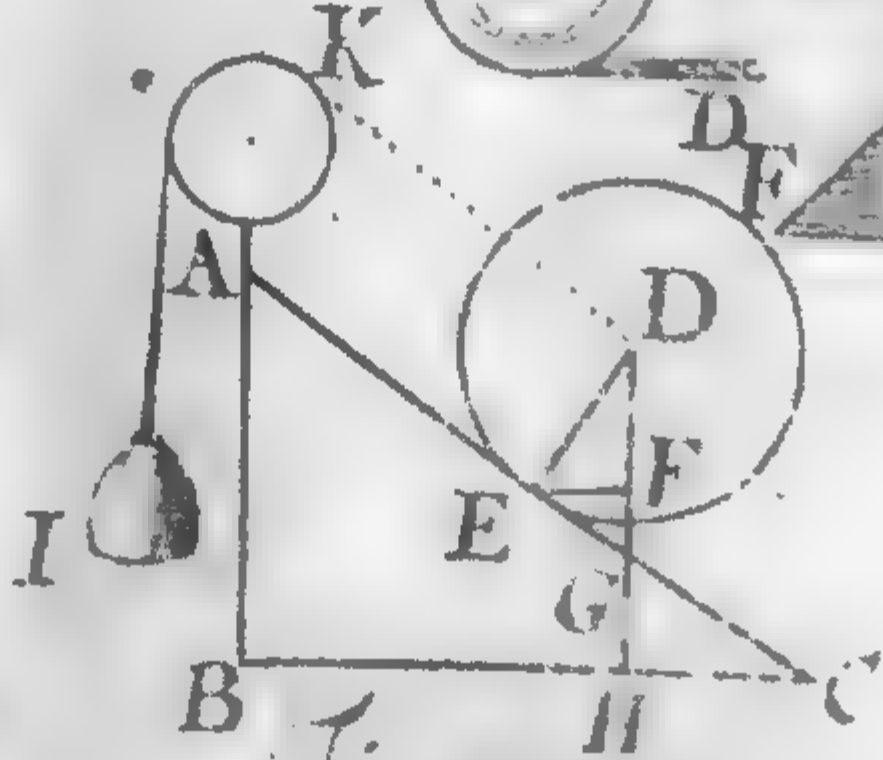


Fig. 7.

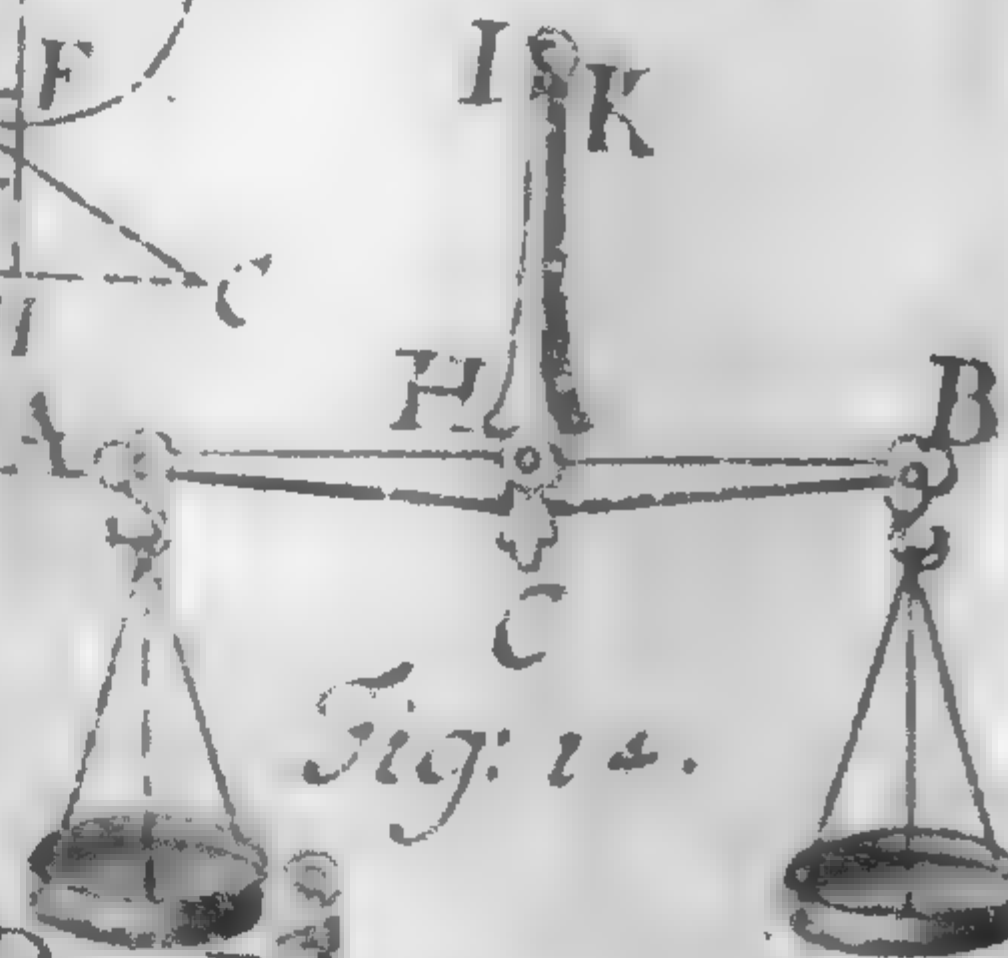


Fig. 14.

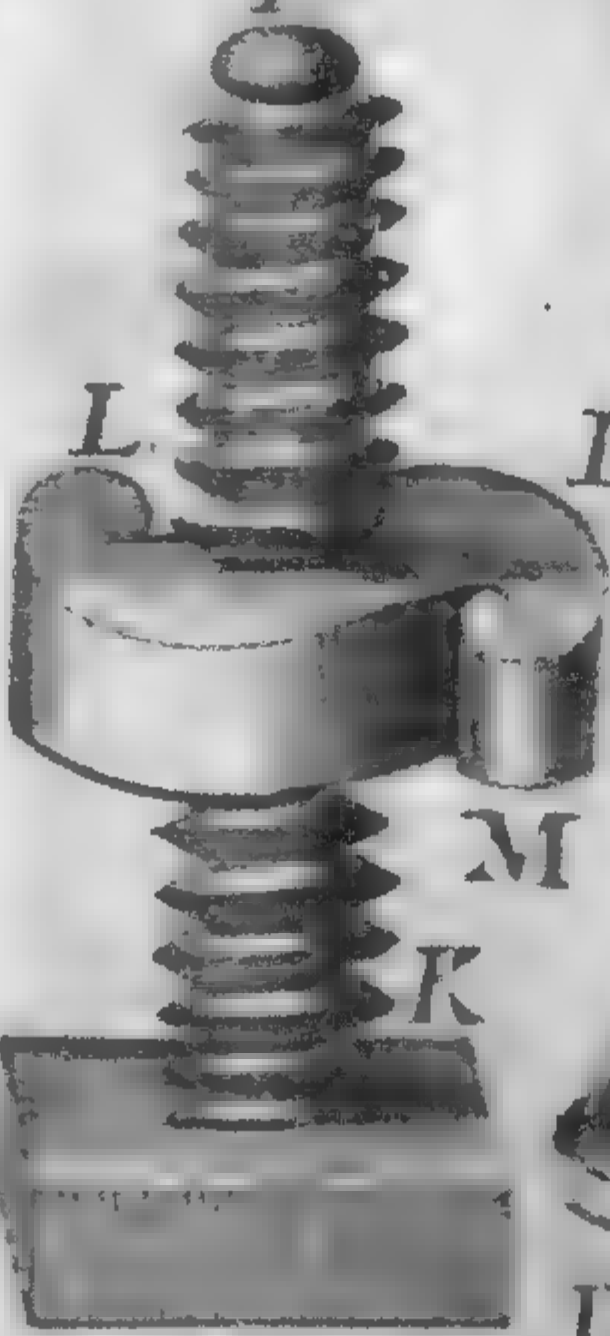


Fig. 6.



Fig. 15.

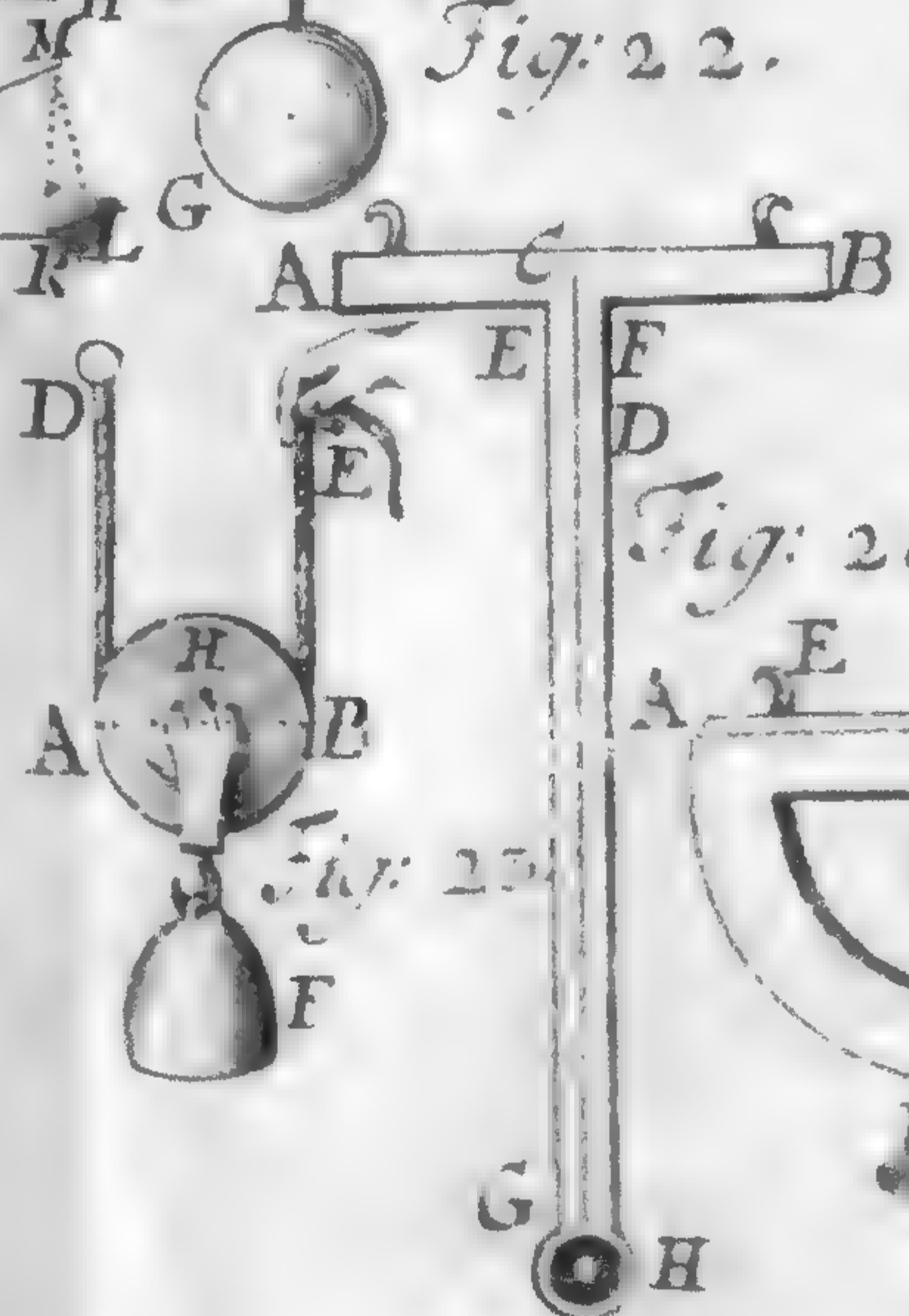
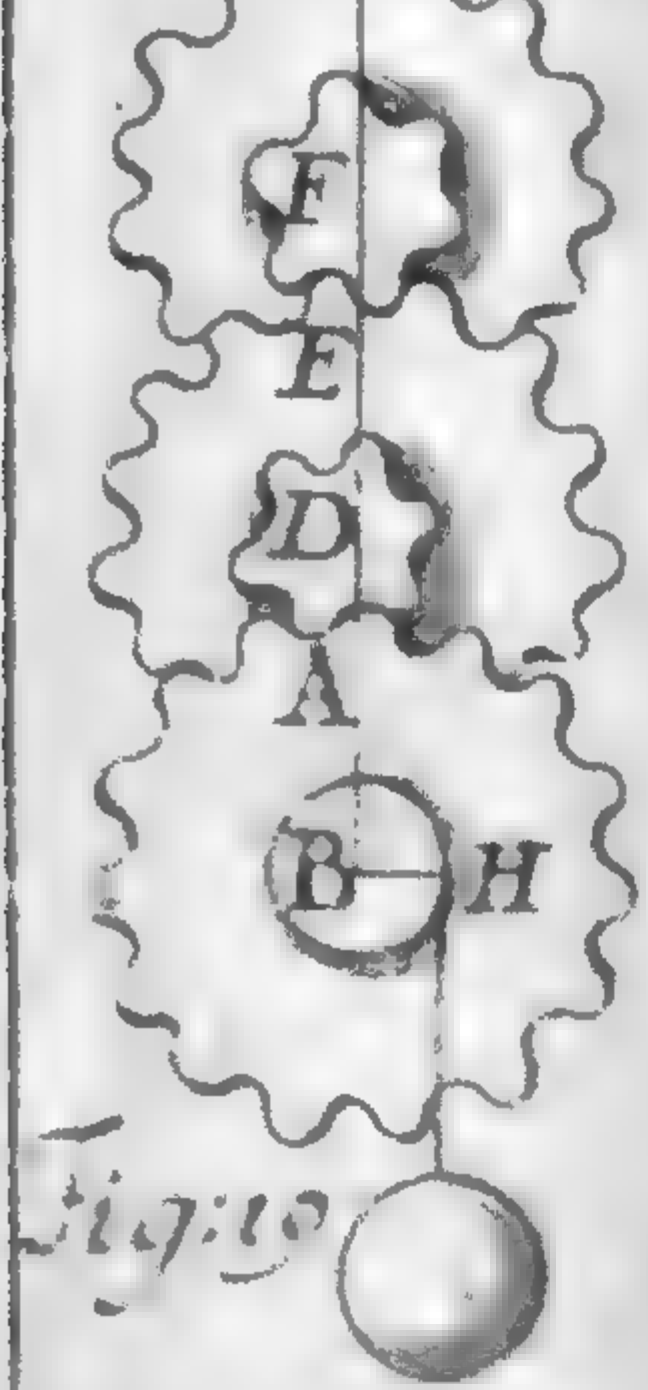
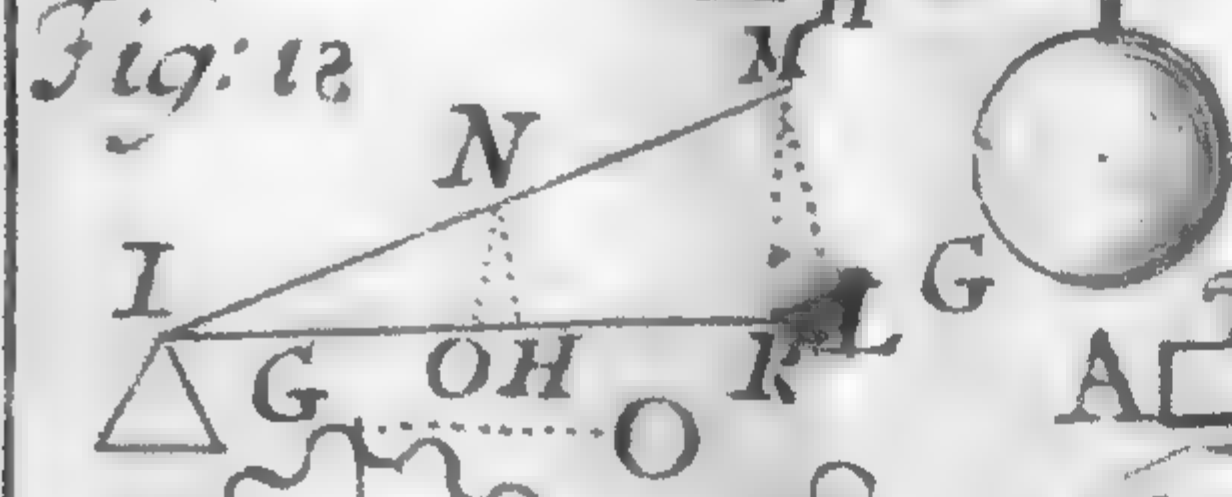
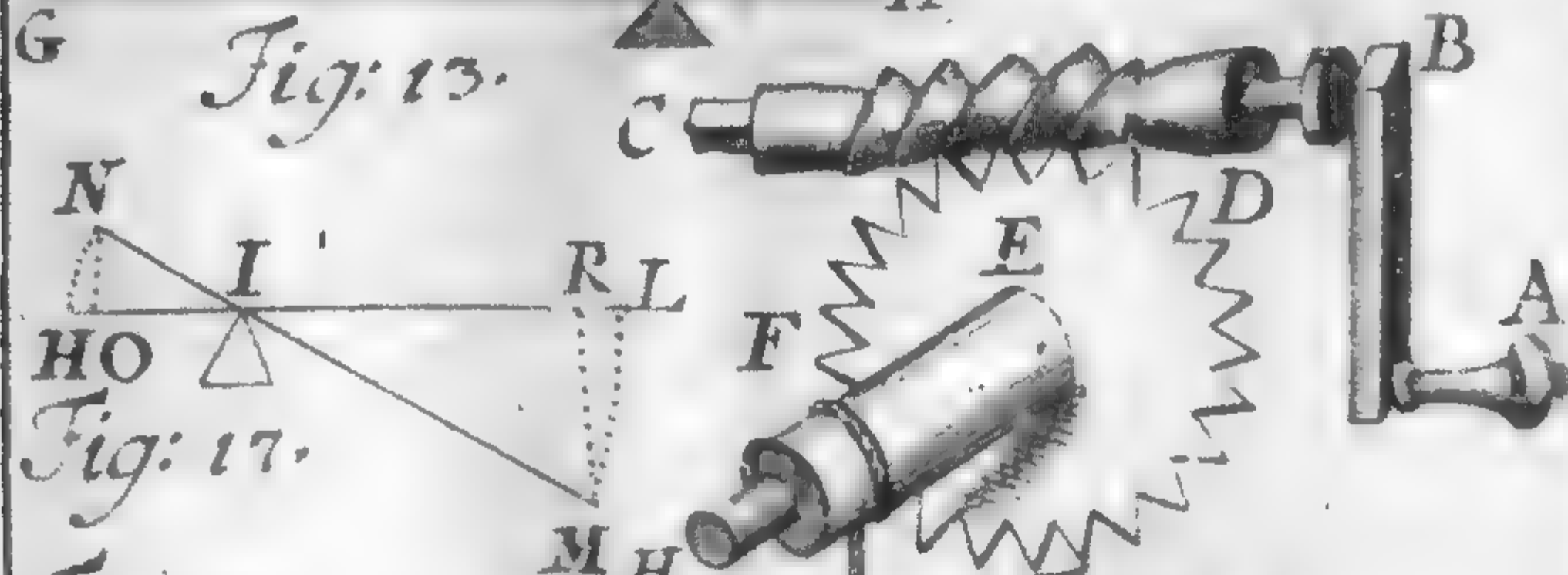
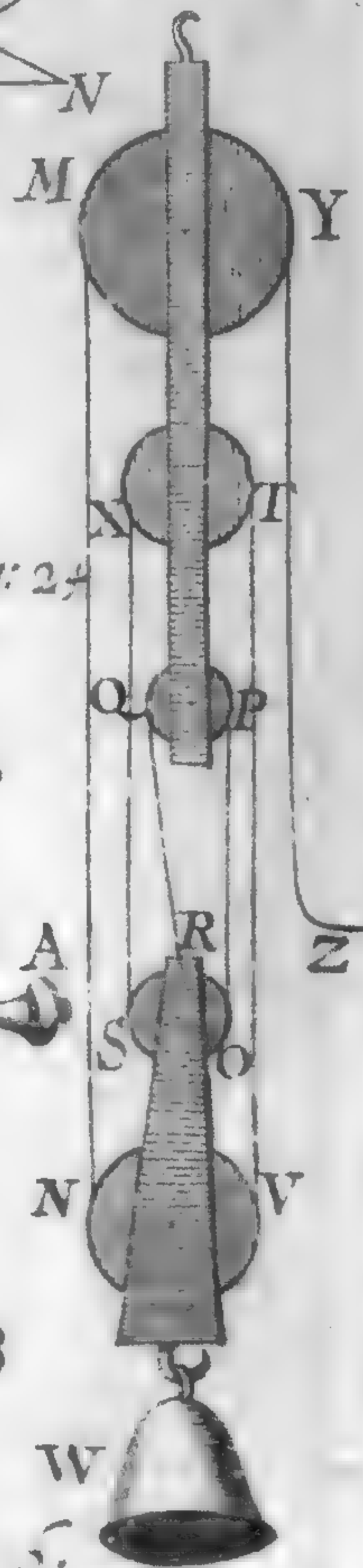
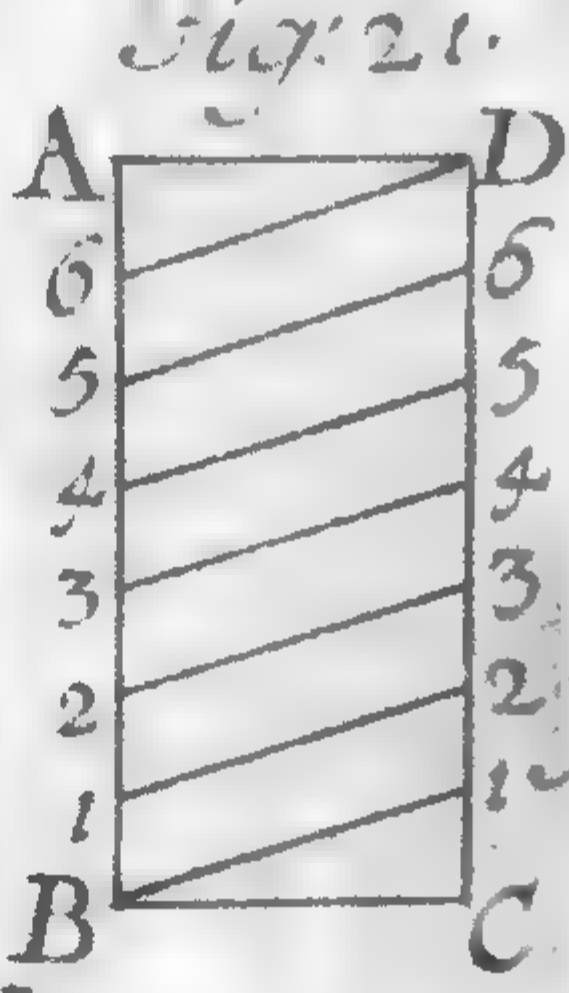
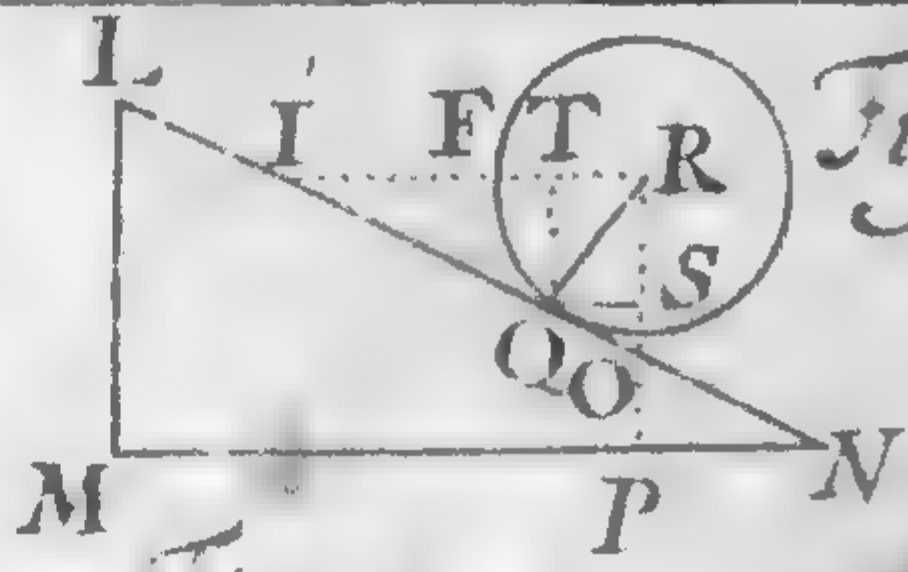
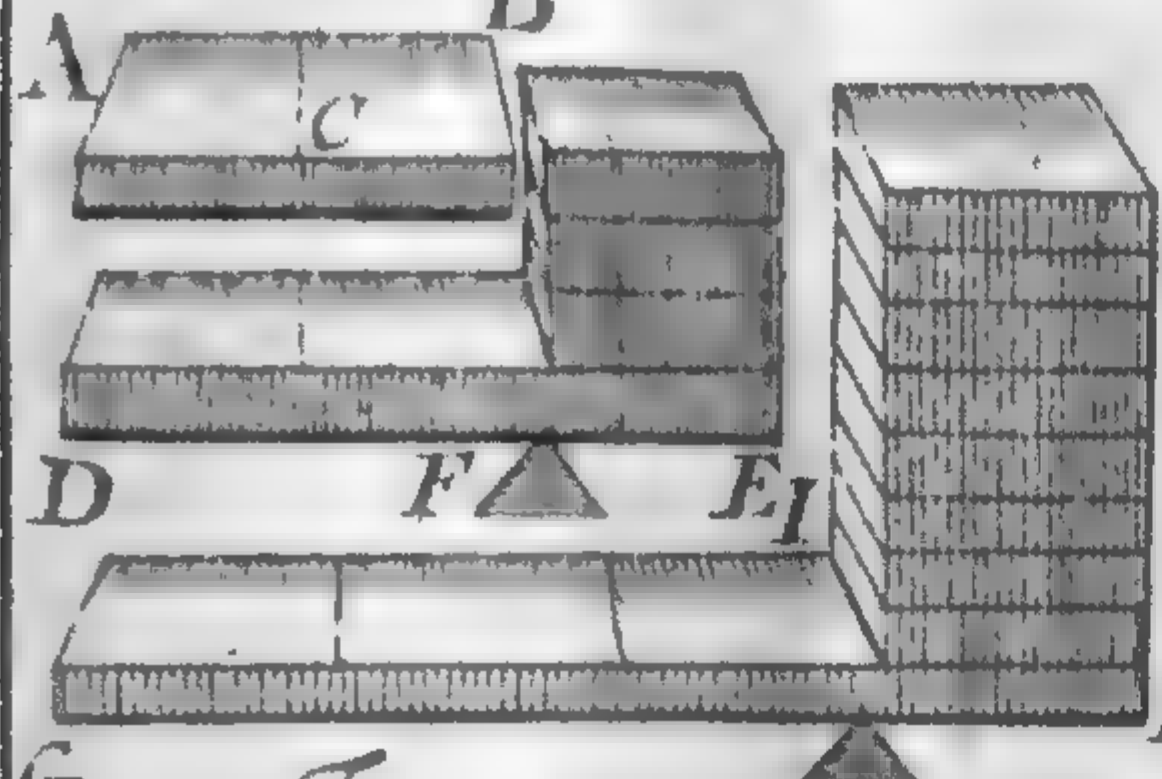
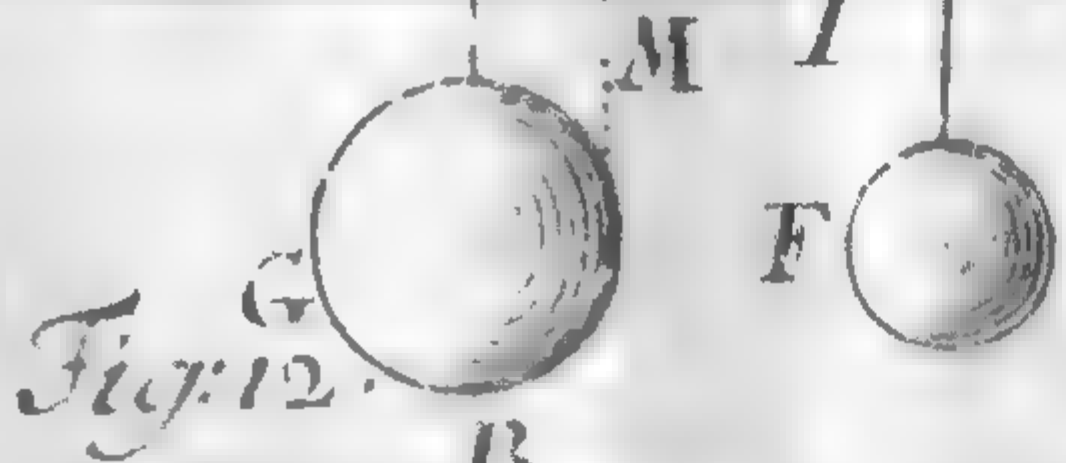


Fig. 8.

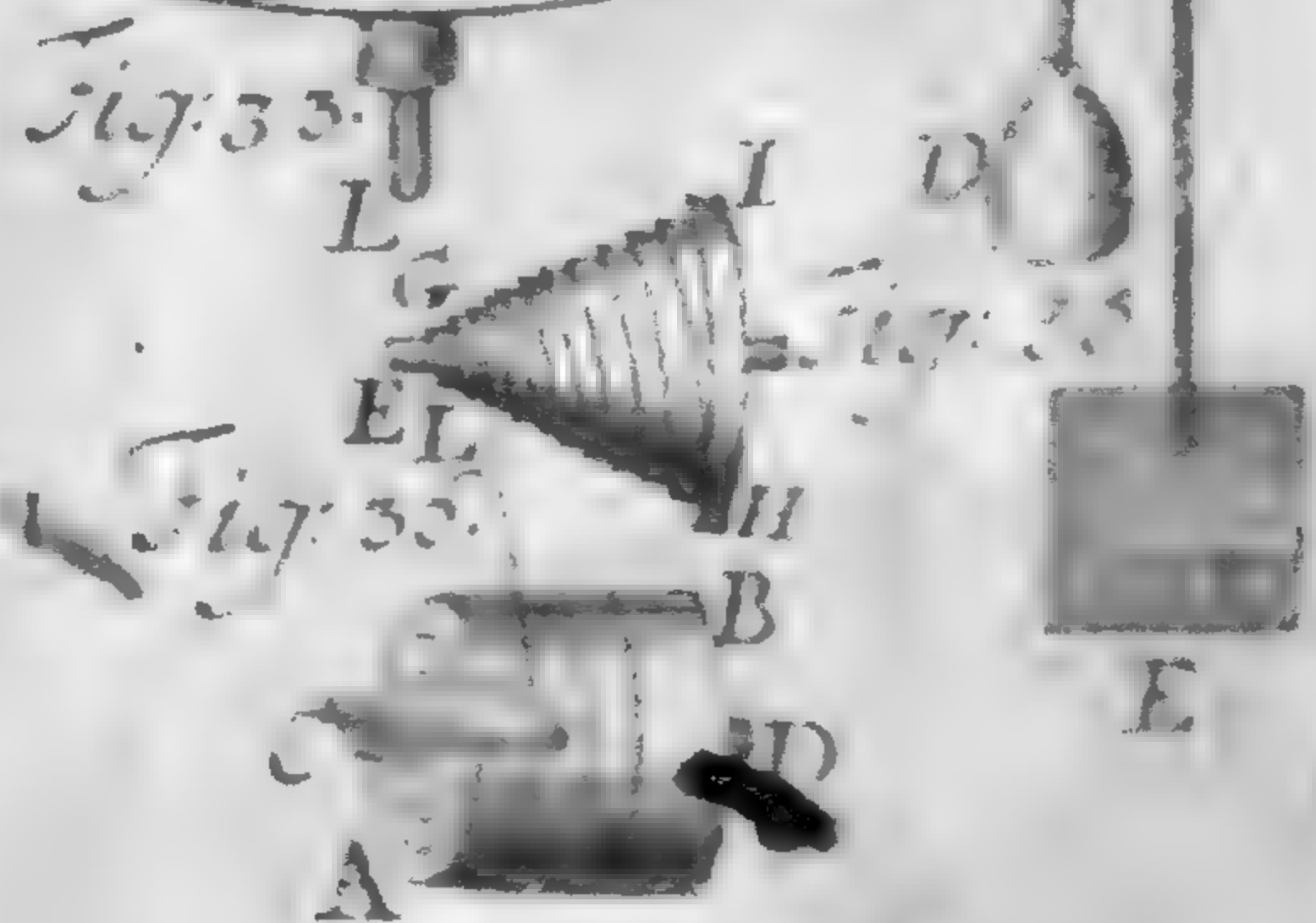
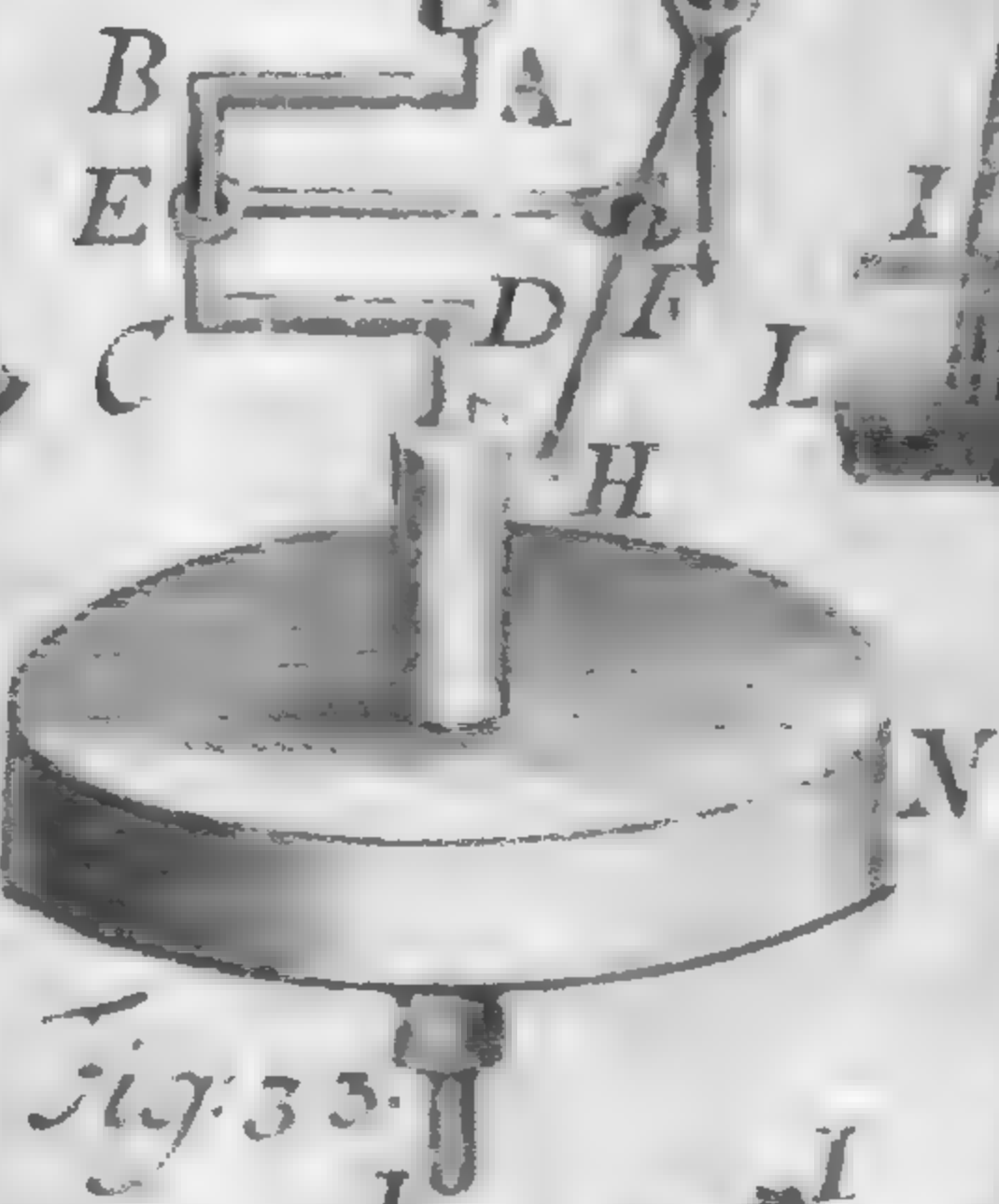
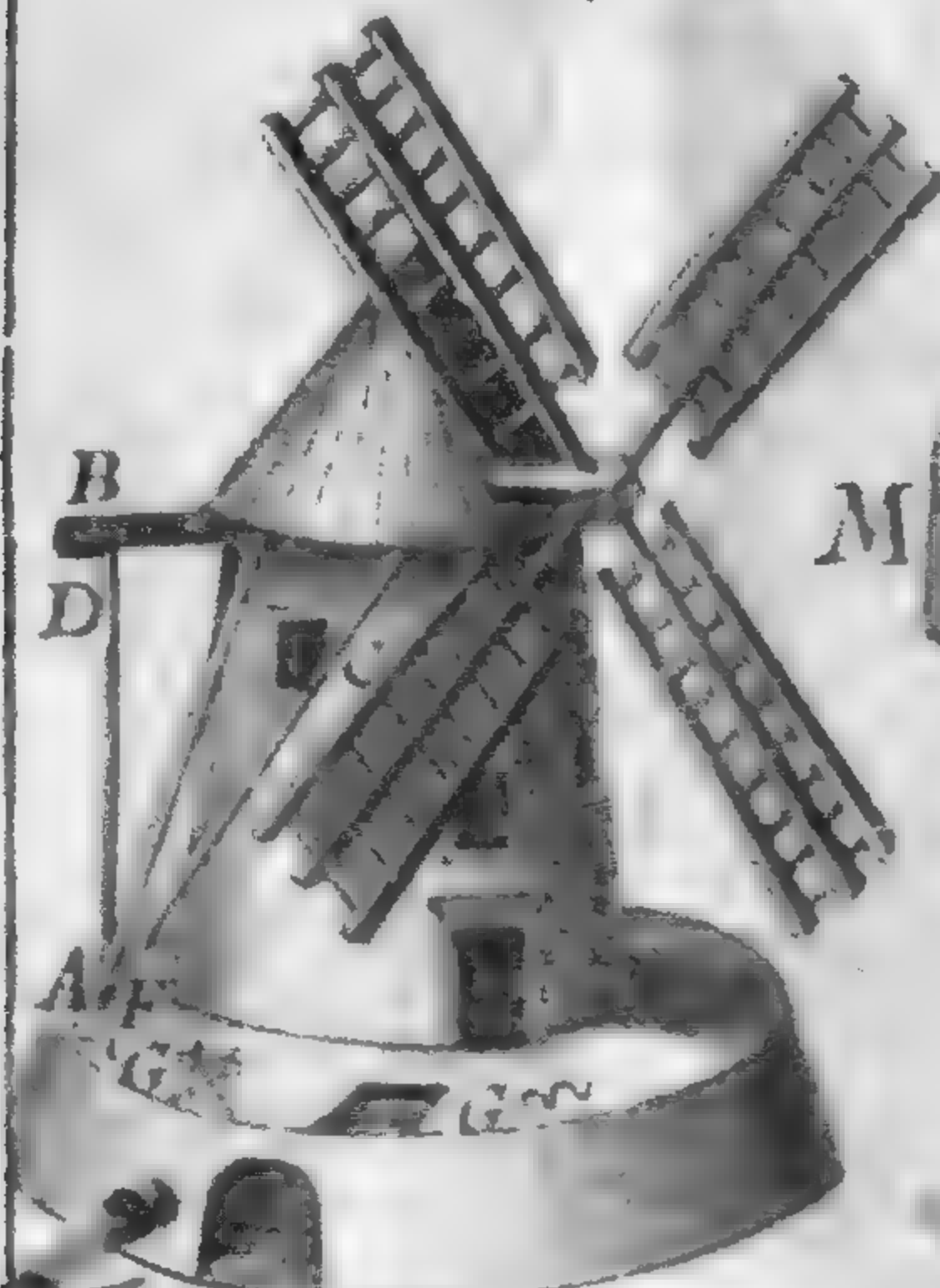
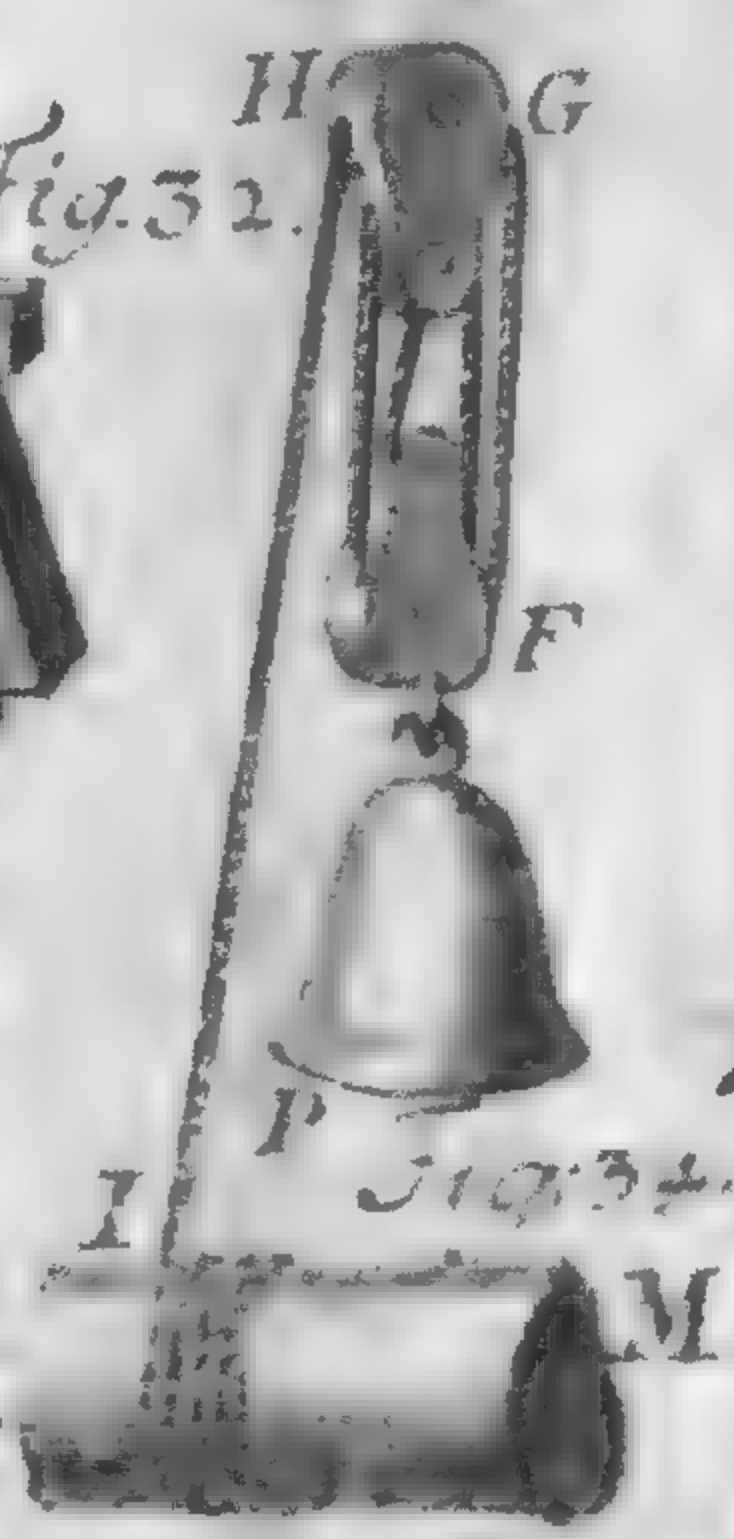
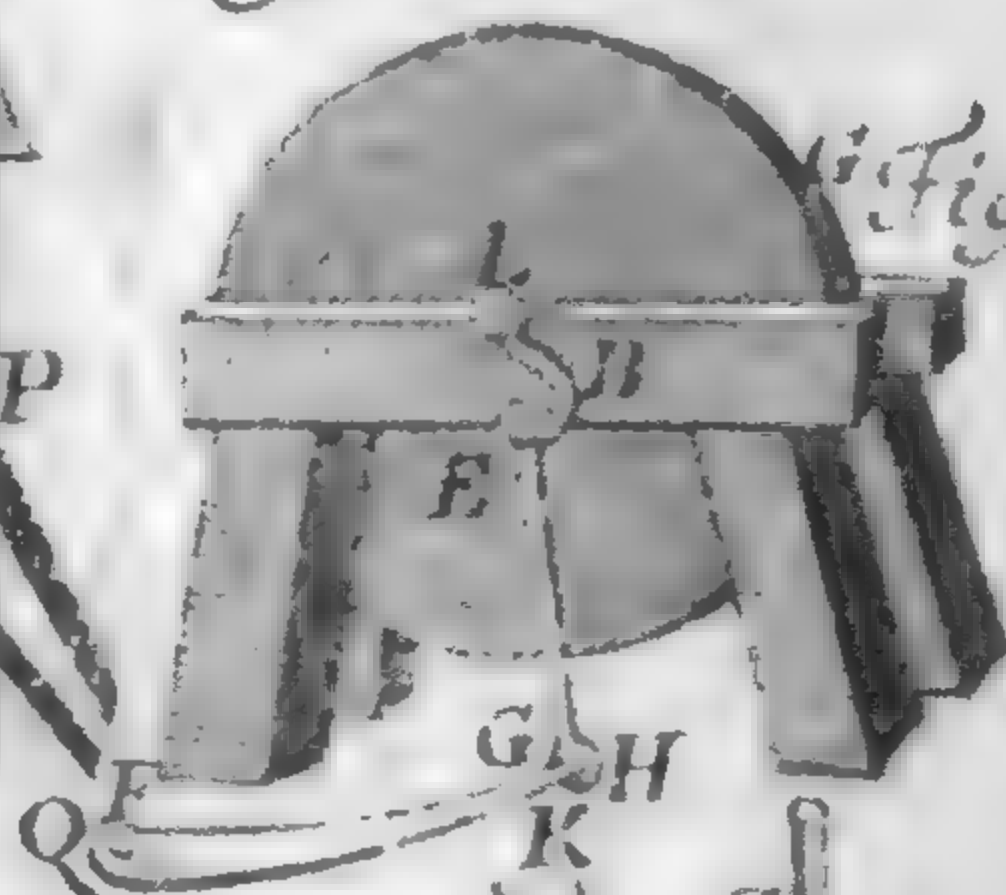
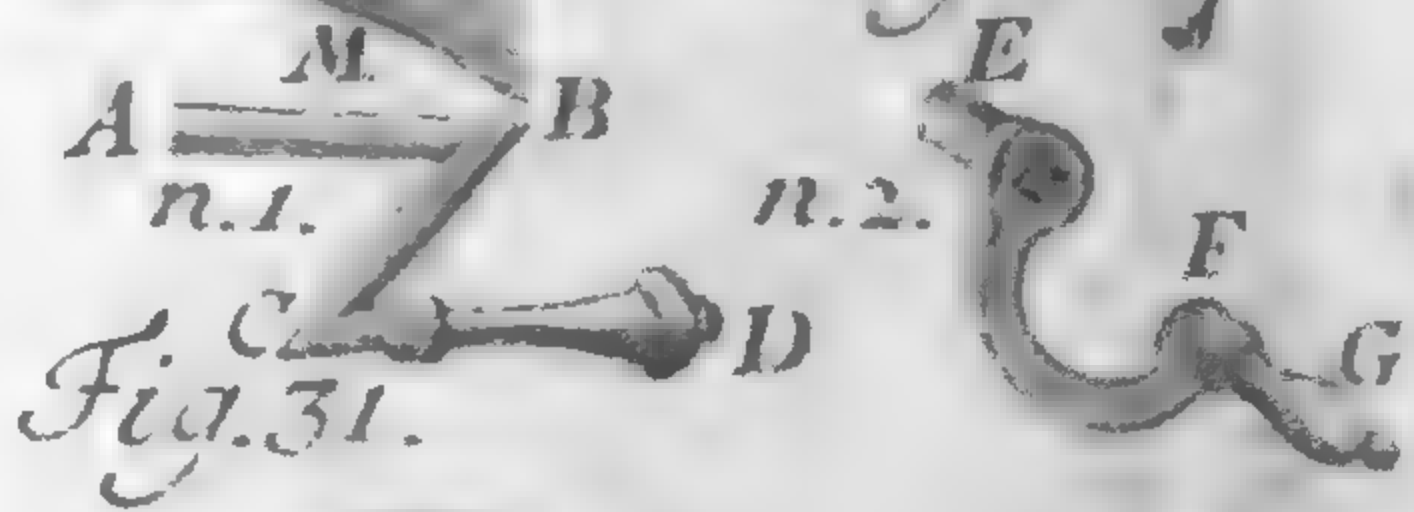
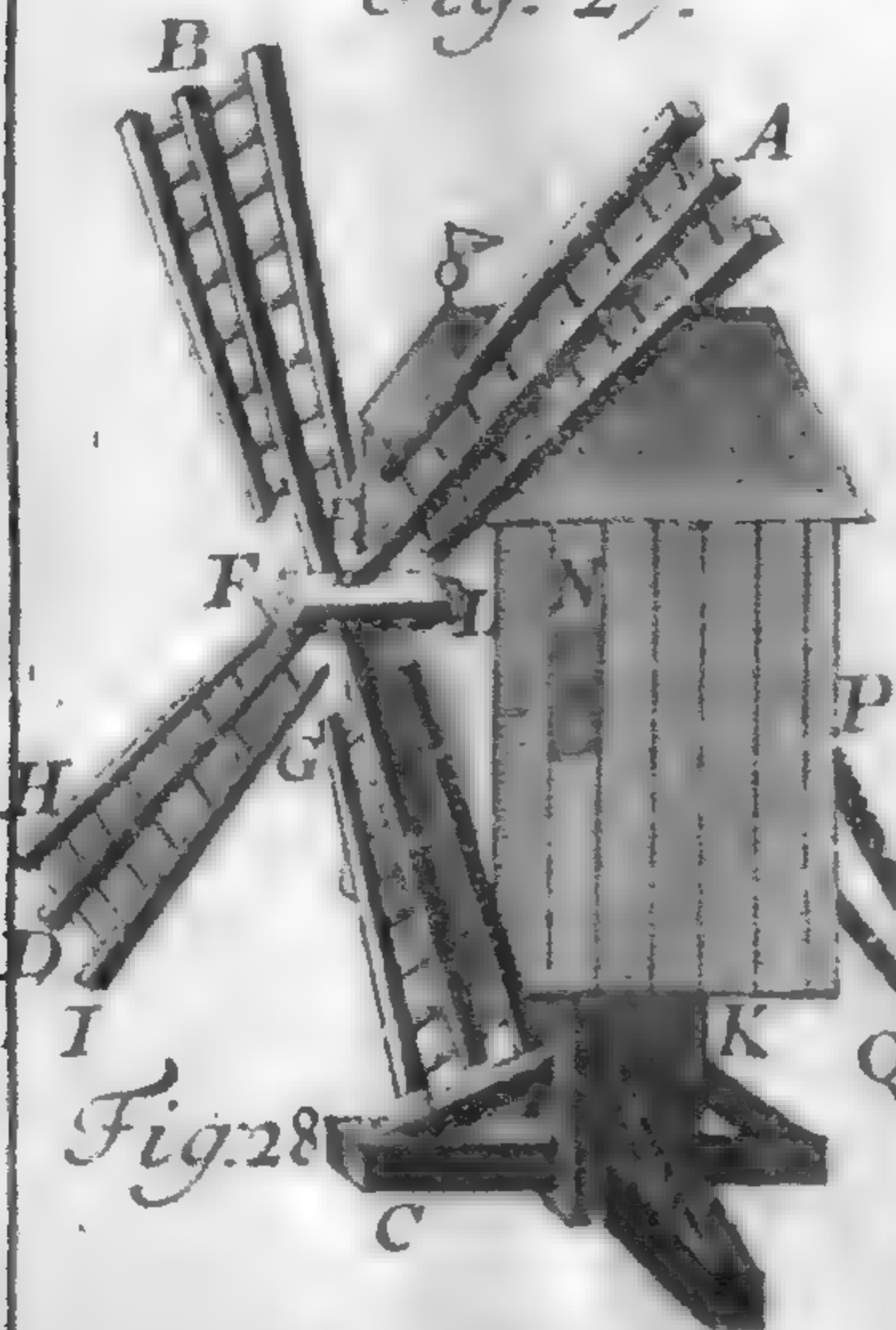
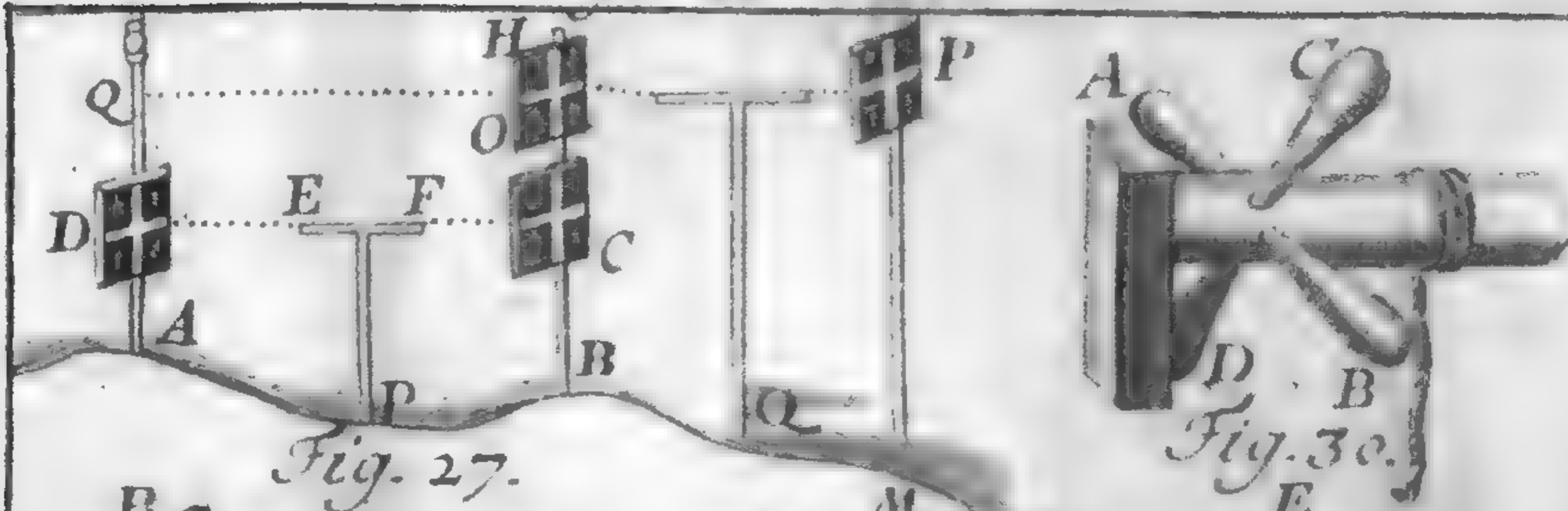




Fig. Mechan. Tab. II.



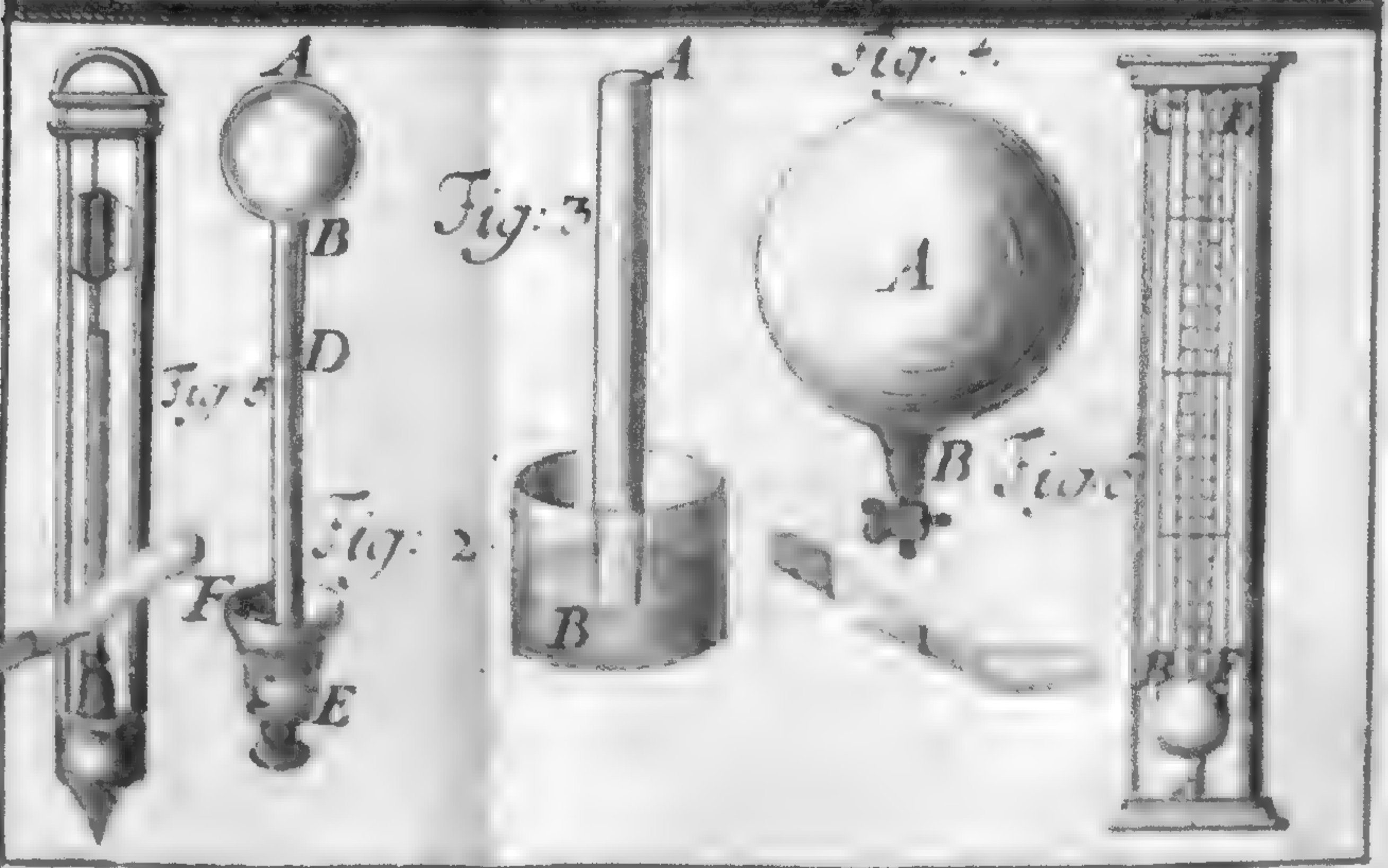
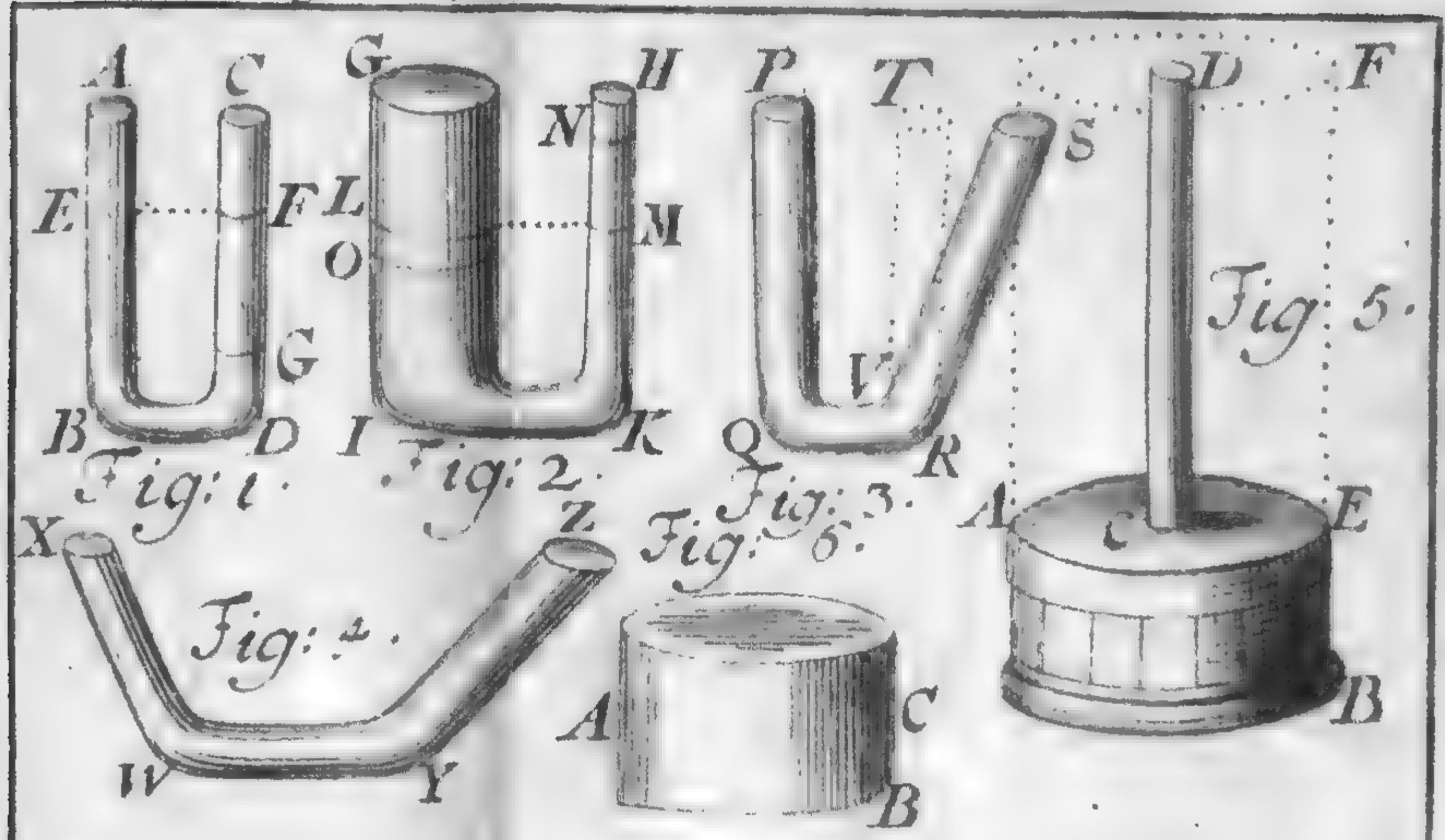








# Fig. Hydrost. et Aerometr.





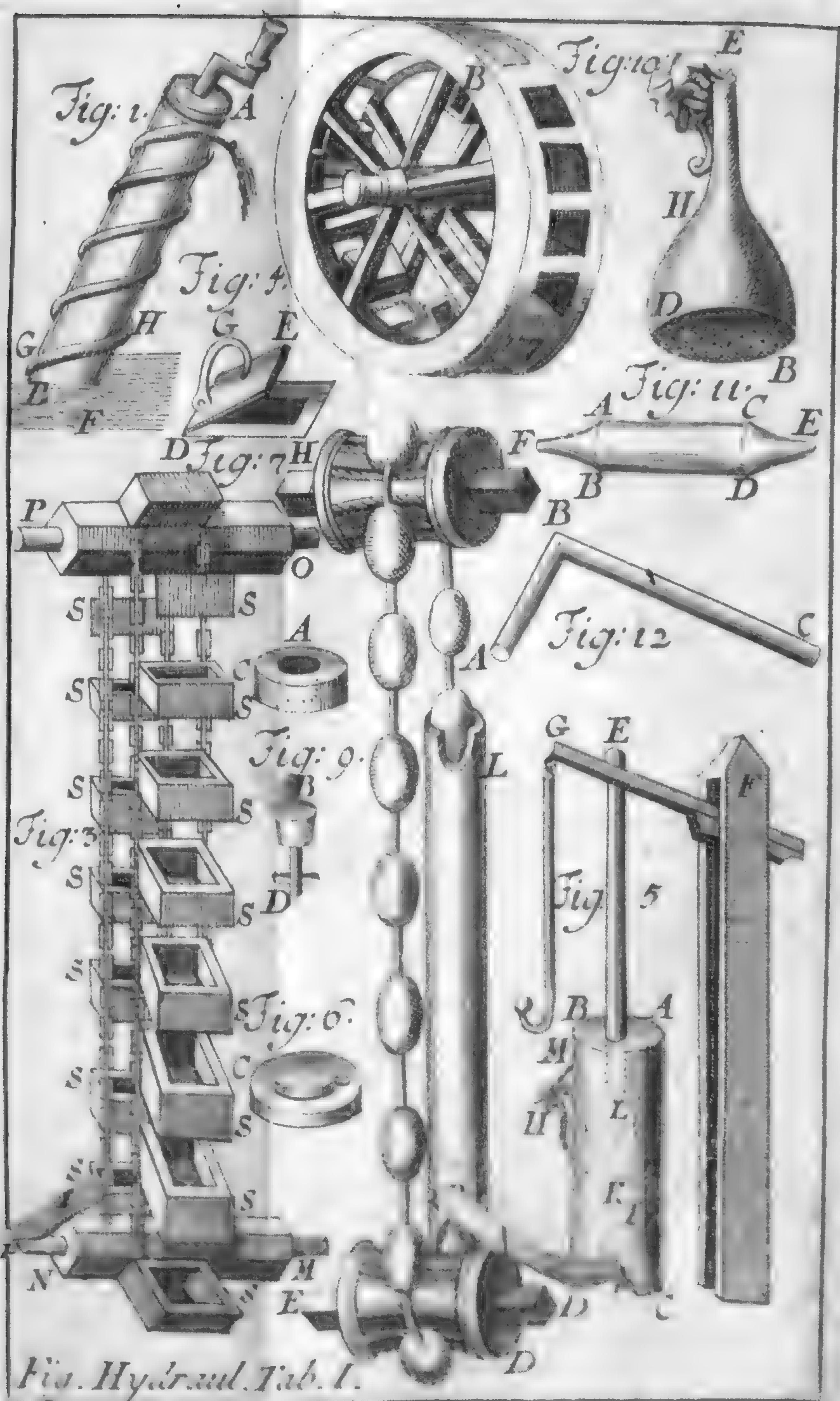


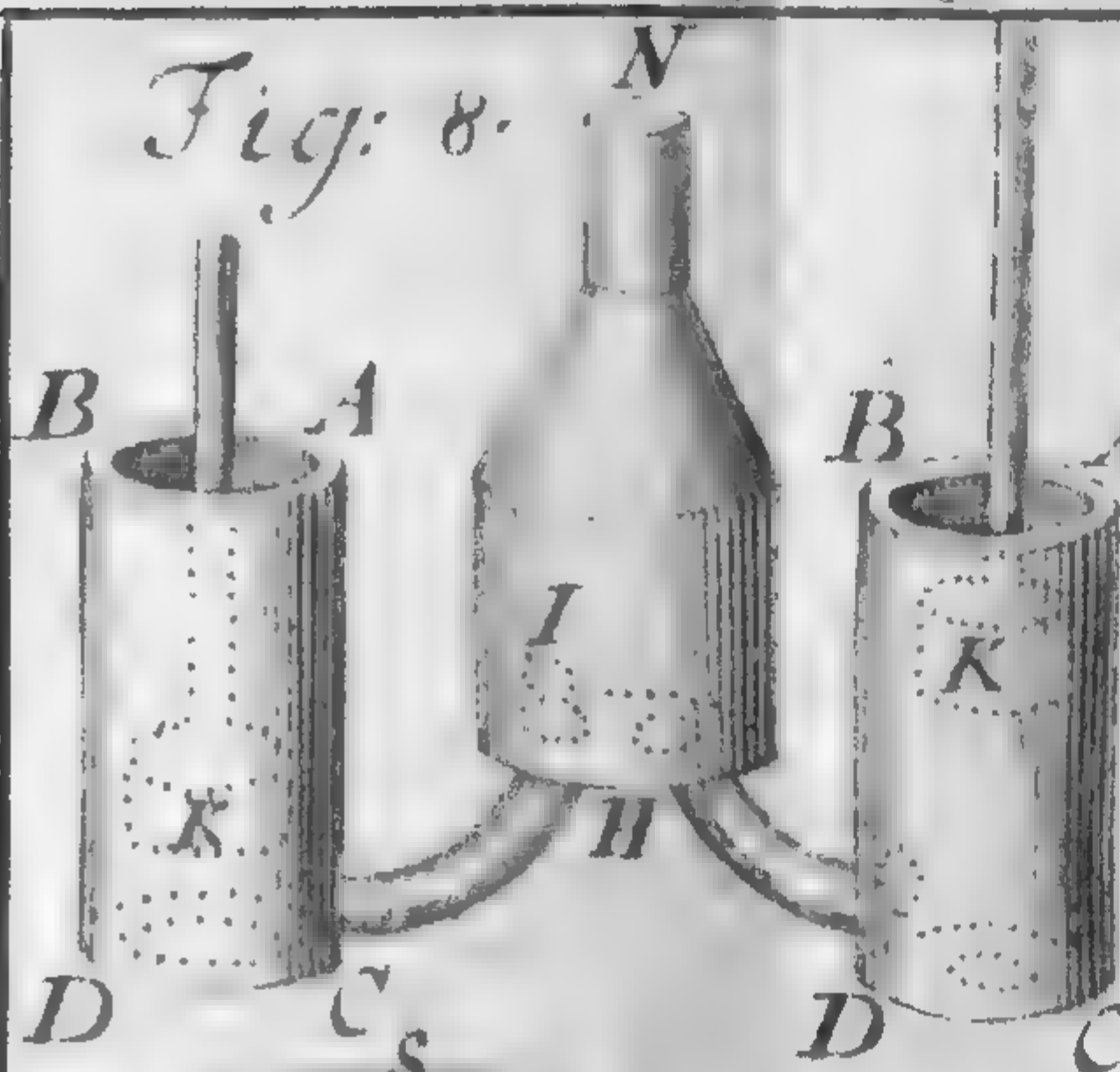
Fig. Hyd. Tab. I.



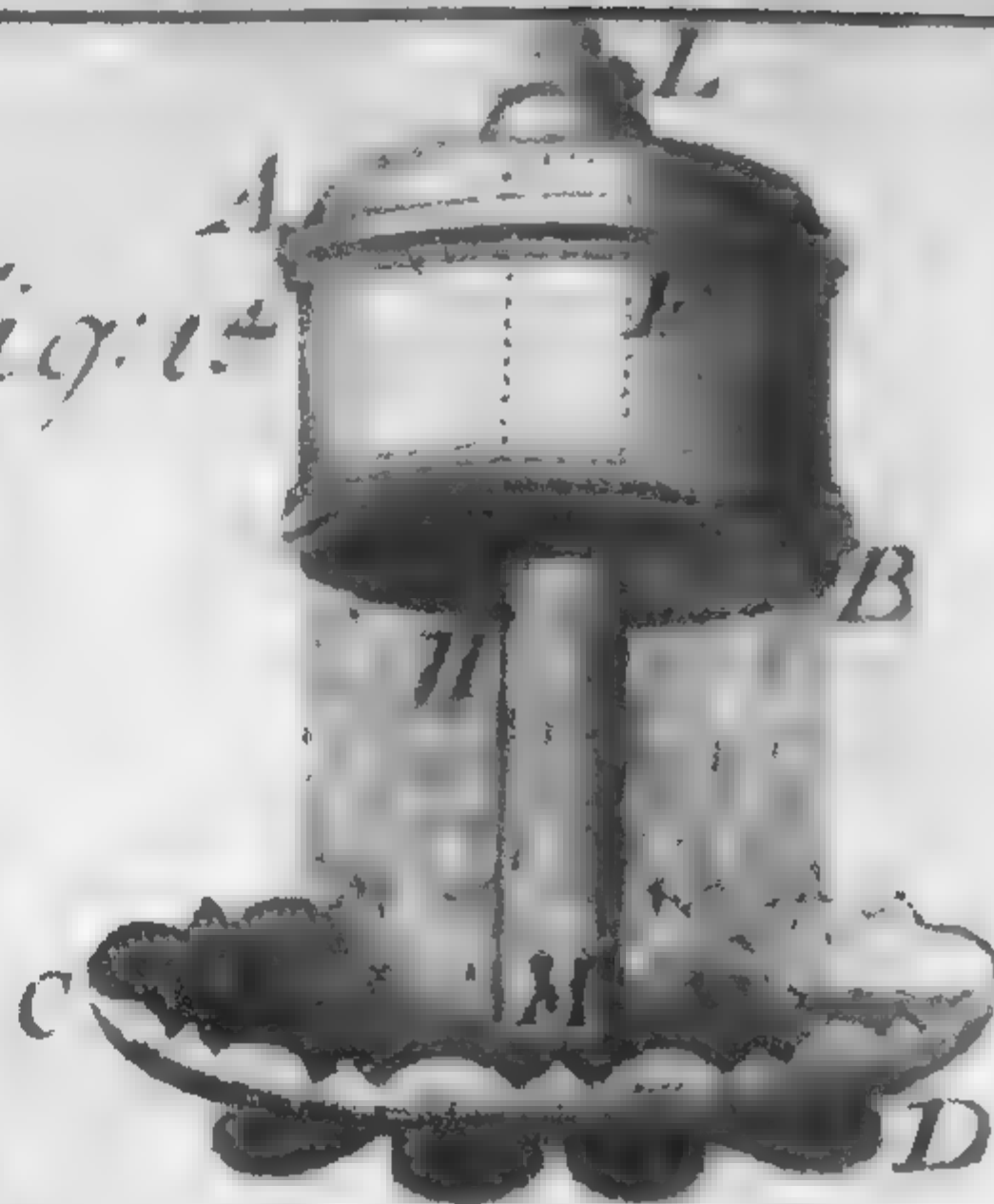


*Fig. Hydraul. Tab. II.*

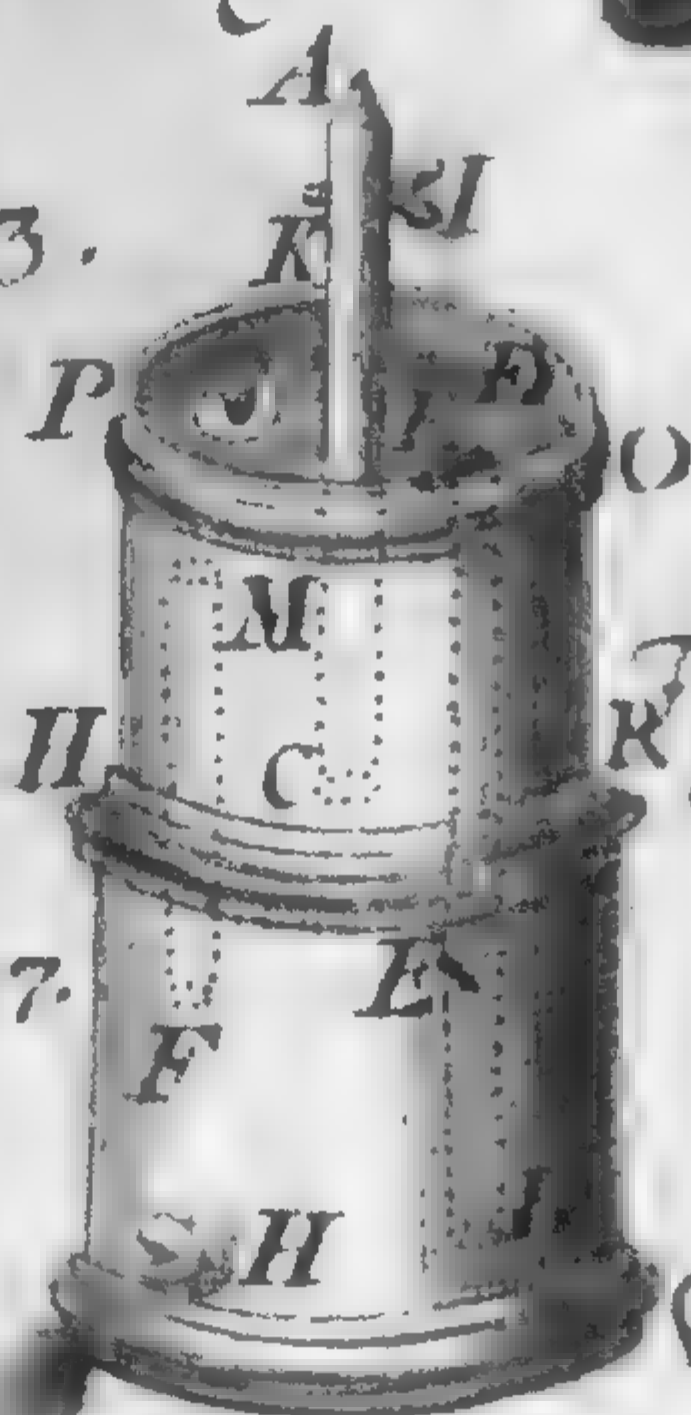
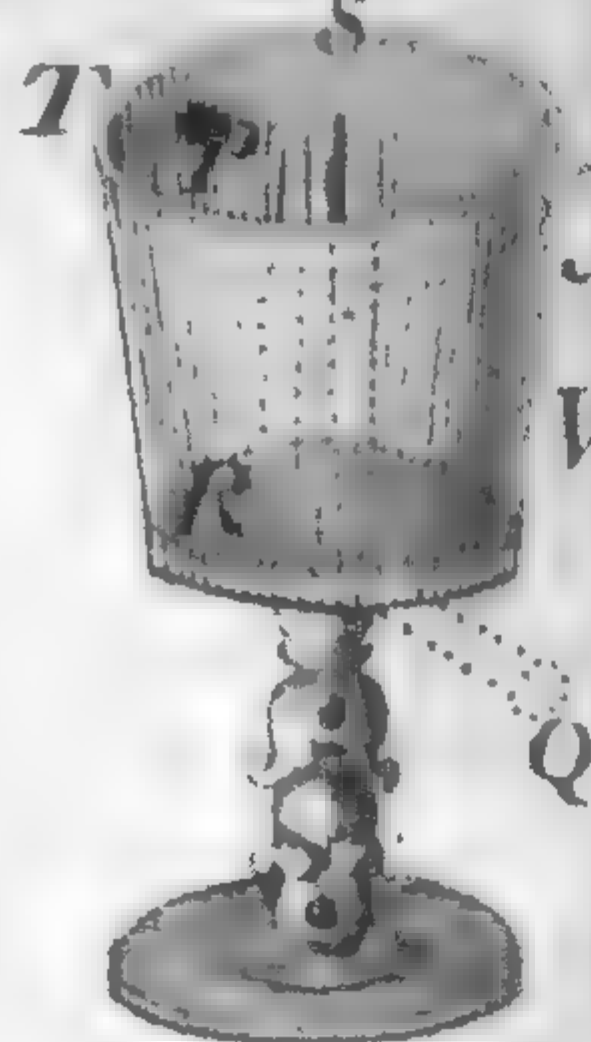
*Fig: 8.*



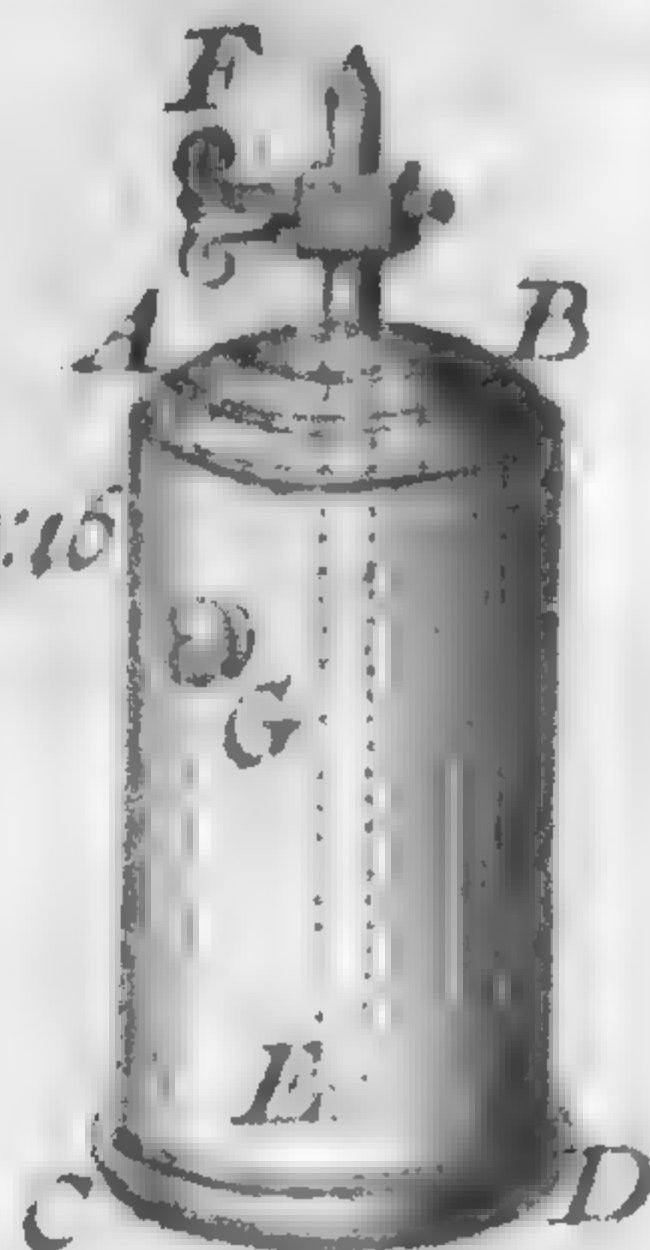
*Fig: 14.*



*Fig: 13.*



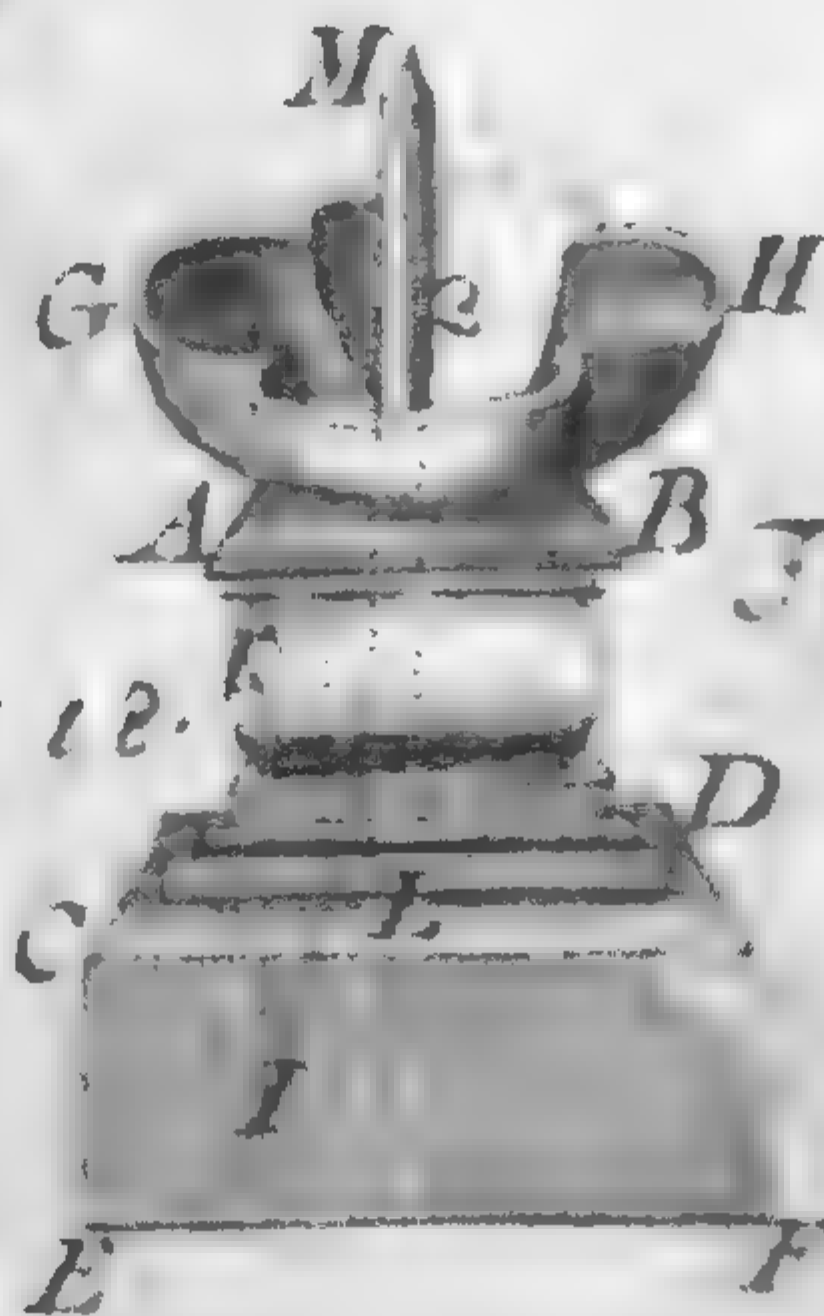
*Fig: 16.*



*Fig: 17.*



*Fig: 12.*



*Fig: 19.*





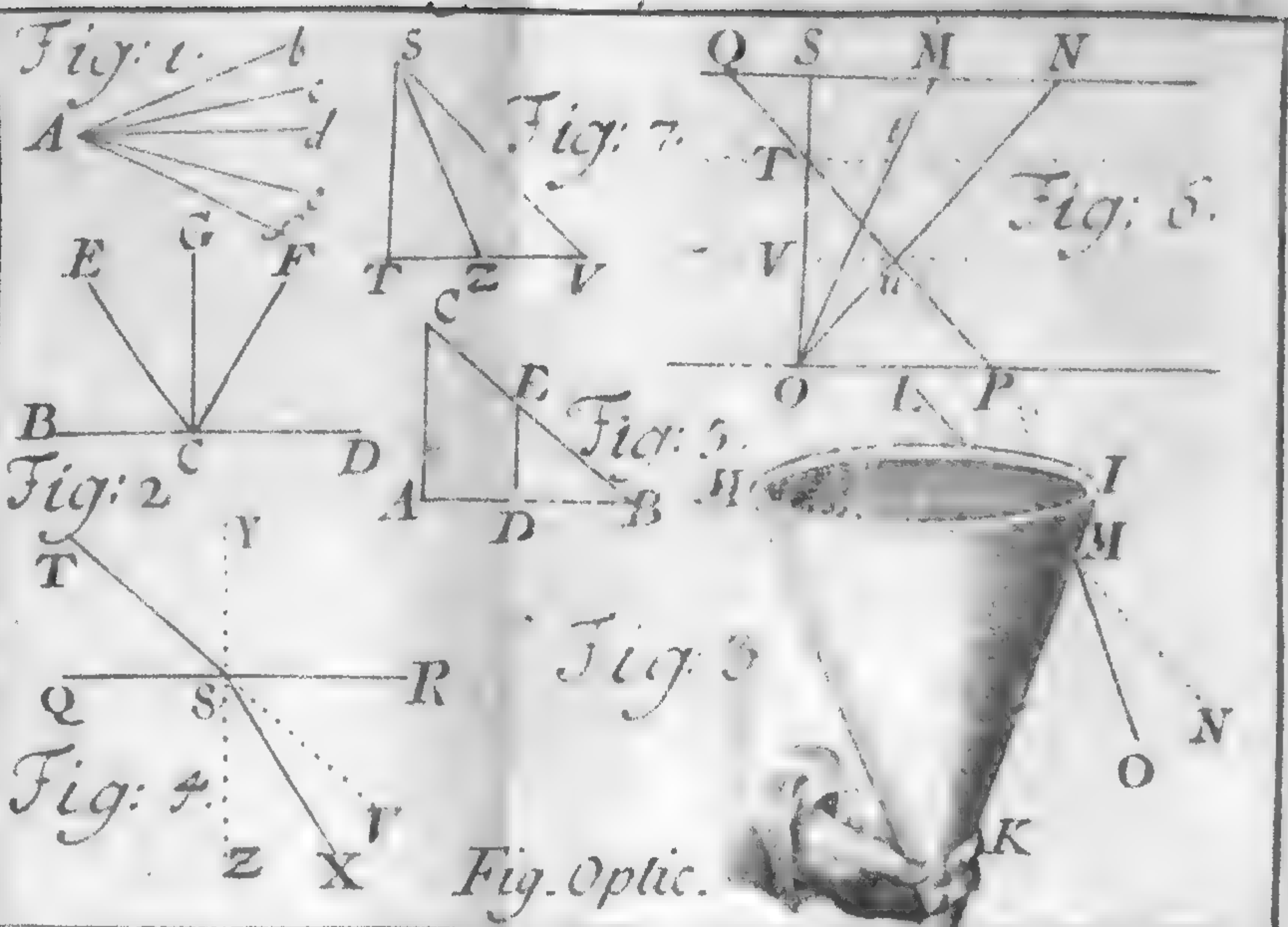
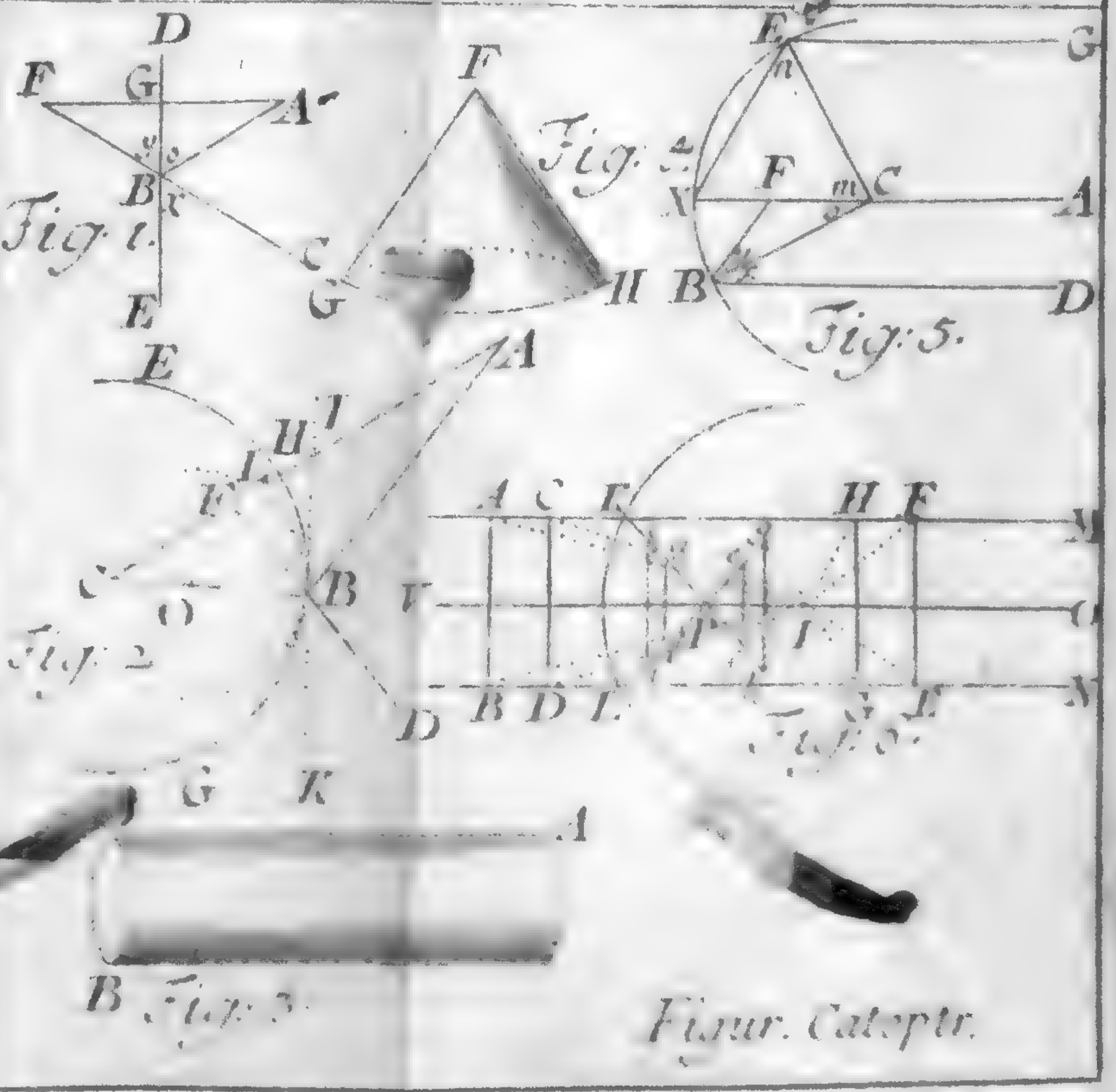


Fig. Optic.



B Fig. 3.

Figur. Catoptr.





*Fig. Dioptr.*

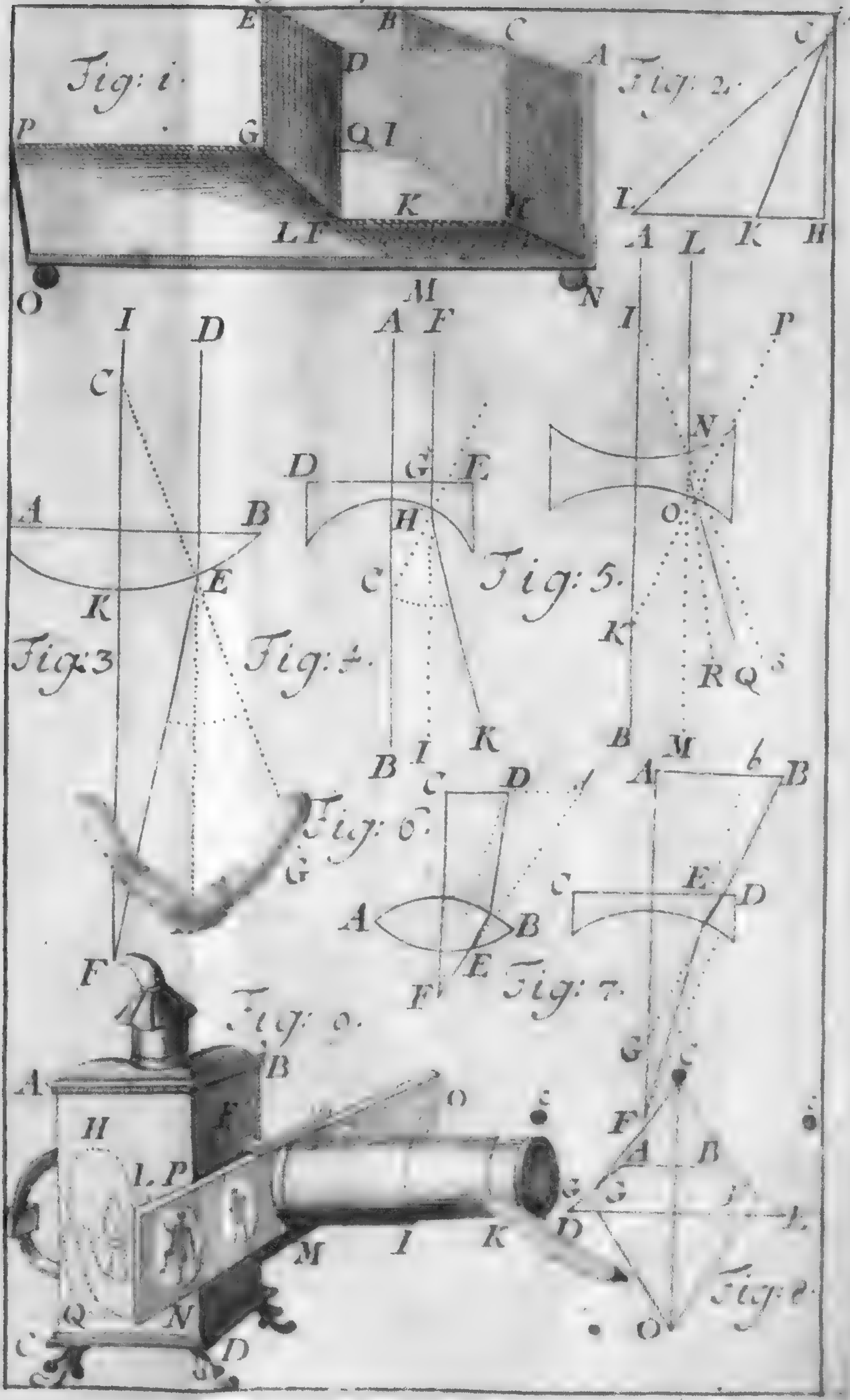






Fig. Perspect. Tab. I.

